

Date: 2001. 5. 16.

タイトル TITLE	共形場理論とアフィン Hecke 代数の表現		
講演者 NAME	鈴木 武史	所属 INSTITUTION	京大・数理研

Wess-Zumino-Novikov-Witten 模型と呼ばれる共形場理論の一つの模型の表現論への「応用」について話したい。

この模型においては、複素単純 Lie 代数（もしくはアフィン Lie 代数） \mathfrak{g} の最高ウェイト表現の組から平面上の点の適当な配置空間上にベクトル束を構成し、その上で Knizhnik-Zamolodchikov(KZ) 方程式とよばれる微分方程式系を考える。

KZ 方程式系のモノドロミー表現に関しては多くの研究があるが、特にモノドロミーが組み紐群の表現を与える場合について、その表現が \mathfrak{g} に付随した量子包絡代数 $U_q(\mathfrak{g})$ の普遍 R 行列で与えられる表現と同値であることを示した河野-Drinfeld の結果は良く知られており、3次元多様体の Jones-Witten 不変量の構成等にも応用された。ここで、 $q \in \mathbb{C}^*$ は、KZ 方程式に表れるパラメータである。

今回の話では、もう少しだけ複雑なセッティングのもとでモノドロミーとして \mathbb{C}^* 上の組み紐群（アフィン組み紐群）の表現が表れる場合を考える。この場合もモノドロミー表現は $U_q(\mathfrak{g})$ の普遍 R 行列を用いて記述され、さらに $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の場合には、その表現は A 型のアフィン Hecke 代数 H_q をファクターすることが分る。KZ 方程式が定義されるベクトル束は $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の表現から決まっていたことを思い出すと、 $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の最高ウェイト表現の圏から H_q の有限次元表現の圏への関手が得られたことになる。

さらに、 q が 1 の巾根でないとの仮定のもとで、この関手は規約表現を規約表現に移す完全関手であることが示され、興味深い応用が得られる。例えば、 $\mathfrak{sl}_n(\mathbb{C})$ の最高ウェイト規約表現及び H_q の有限次元規約表現の指標公式は、それぞれ Kazhdan-Lusztig 予想及び p 進 Kazhdan-Lusztig 予想と呼ばれ、 D 加群の理論を用いて独立に証明されていたが、上の関手を用いると、実はこれら二つの指標公式は同値である（一方から他方が従う）ことが簡単な議論により示される。