数理解析研究所講究録
第38巻 1968年 37-39

Contingent equation と制御問題 1

京大 数研 福原 満洲雄

制御函数 u を含む微分方程式

(1) $$dx/dt = f(t,x,u)$$

と équation au contingent

(2) $$D^*x(t) \subset F(t,x(t))$$

との同値性については，すでに最適制御問題の函数方程式シンポジウム（講究録11）で述べた。もちろんこの同値性をいうには，ある程度の条件は必要である。f に対して F は

$$F(t,x) = \left\{ f(t,x,u);\ u \in C(t,x) \right\}$$

で定義される。$C(t,x)$ は $u(t)$ のとり得る値の範囲である．

t, x, u の函数としては異る f に同じ F が対応することもあり得るわけであるから，数学的立場からいえば (1)

よりも (2) を取扱う方が望ましい。これについては古く Marchaud, Zaremba の結果があるが，当時の日本では活字にはしなかったけれども，既知の事実として認められていた。これが制御問題と関連して新な見地から取上げられたので，この機会に équation au contingent に関する理論をもっと洗練された形に仕上げることは無意味ではないであろう。

本来 u は不連続函数であり得るから，(1) の右辺が t に関して連続という仮定は理論的には強すぎる。t については mesurable であればよいであろう。これに対応して $F(x,t)$ も t について mesurable とすることになるが，函数値が，コンパクト集合であるから，そういう函数の mesurabilité という概念を明確にする必要があろう。(2) を扱うときには，$F(t,x)$ が x について連続でなくても上半連続ならば同様であることは容易に理解される。これに対応する (1) の右辺は x について必ずしも連続とはならないから，そのような場合も考え得ることになる。

Zone d'émission $\mathfrak{Z}^+(A)$ の境界点 B が与えられたとき，境界点のみから成る解で A, B を両端とする解 ——— これを Ważewski は caractéristique périphérique と呼んだ ——— が存在することは équation au contingent の理論から知られている。caractéristique périphérique によって最適制御の解が

得られることは容易に理解される。この見地からPontryagin
の最大値原理を見直すこともできる。