

非同期式回路の遅れの問題

—特に表面において滑らかな拡大について

教育大 応用数理 木村 泉

本文の目的は、非同期式回路の理論における次の定理の数学的内容および略証を述べることである。

定理A : 遅れを導入した回路が(ある状態に関して)表面において滑らかであるなら、それは(その状態に関して)よい拡大である。

ただし本文ではいわゆる2進的な回路のみを考える。定理Aは2進的でない回路については必ずしも成立しない。

この定理の実用的意義は次の通りである。非同期式回路の設計はふつう、動作に不定の遅延時間を併なう論理素子が、信号を瞬時に伝える導線で相互接続される、との仮定のもとにおこなわれる。しかしこの仮定は非常に高速で動作する回路では正当とは限らない。というのは導線が信号伝搬につきやす遅延時間が、素子の動作時間に比べて無視できないほど

大きいかも知れないからである。そのような場合、上のよう
にして設計された回路は正しく動作するとは限らない。この
困難は“遅れの問題”の名で知られている。

そのようなとき、なお回路の正しい動作を保証するためには、
遅れの予想される各導線上にあたかも“遅れの素子”の
列があるかの如くに考えて設計をおこなえばよい。¹⁾ この
ような余分の遅れの素子を追加して得られる回路が、上定理
でいう“遅れを導入した回路”である。それがもとの回路と
実用上同じとみなし得るためには、それは“よい拡大”であ
って、かつ“表面において滑らか”でなければならぬ。こ
れらの条件のうち前者は後者より、ある意味でずっと複雑で
ある。上定理は前者が後者から導き出せると主張しているも
のであって、設計の成否をたしかめる手順を簡易化してくれ
るという意味で有用である。

§ 1. 回路と許容列.

定義 1.1. 本文において回路とは、正整数 n と、 0 およ
び 1 を成分とする n -tuple すなわち状態 $z = (z_1 z_2 \cdots$
 $z_n)$ の全体 S と、写像 $f: S \xrightarrow{\text{into}} S$ との三つ組 $C = (n,$
 $S, f)$ のことである。 $f(z)$ を z' と書く。 f は

$$\left\{ \begin{array}{l} z'_1 = f_1(z_1 z_2 \cdots z_n), \\ z'_2 = f_2(z_1 z_2 \cdots z_n), \\ \dots\dots\dots \\ z'_n = f_n(z_1 z_2 \cdots z_n) \end{array} \right.$$

のようにあらわされる。各 f_i は本文の場合論理関数である。

定義 1.2. $a, b \in S$ と $1 \leq i \leq n$ につき、 b_i が a_i または a'_i に等しいとき $a R_i b$ と書く。 $1 \leq i \leq n$ にわたって $a R_i b$ のとき $a R b$ と書く。 $a \neq b$ かつ $a R b$ であることを $a R^* b$ であらわす。 S の元の $a(0) R a(1) R \cdots$ という形の列 (有限長または無限長) を R列 といい。 また上で R を R^* に書き換えて R*列 を定義する。 a にはじまり b に終る R列があるとき、 $a \uparrow b$ と書く。 $T \subseteq S$ につき、 $b \in T$ かつ $a \uparrow b$ なる b があるとき $a \uparrow T$ と書く。

定義 1.3. R*列 $a(0), a(1), \dots$ が、いかなる番号 k と $1 \leq i \leq n$ なる i についても決して下記の (#) をみたさないなら、それは許容列とよばれる。 (#) : $a(k)_i = a(k+1)_i = \dots$ かつ $a(k)'_i = a(k+1)'_i = \dots$ でしかも $a(k)_i \neq a(k)'_i$.

定義 1.4. $T \subseteq S$ とする。 $a = a(0), a(1), \dots, a(l) = b$ なる R列であって $a(k) \in T$ なるものがあるとき $a \uparrow_T b$ と書く。 T が輪であるとは、 $a, b \in T$ につきつねに $a \uparrow_T b$

なることである。また、いかなる $1 \leq i \leq n$ なる i についても次の条件 (b) をみたさないような集合 I は 安定 であると言われる。(b) : $a \in I$ にわたって a_i, a'_i がともに一定でしかも $a_i \neq a'_i$. 安定な輪をよどみ集合とも呼ぶ。

補題 1.1. R^* 列 s が許容列であるための必要充分条件は、 s が有限長ならその最後の状態から、そうでなければ s に無限回あらわれる状態から成る集合 I_s がよどみ集合をなすことである。

[証] s が有限長なら明らか。無限長なら、 S が有限集合だから s のどこからか先は I_s の元ばかりから成るから、やはり明らか。

補題 1.2. ある $1 \leq i \leq n$ なる i につき、輪 I の元 a にわたって a'_i が一定なら a_i も一定である。(もし I が安定なら $a_i = a'_i$ となる。)

[証] a'_i の一定値を c とする。 $x, y \in I$ かつ $x_i \neq y_i$ とする。 I の元のみから成る R^* 列 $x = a(0), a(1), \dots, a(l) = y$ を作り、 $a(h)_i = y_i$ なる最大の h をとると $a(h-1)_i \neq a(h)_i$ だから $y_i = a(h)_i = c$. 同様に $x_i = c$. これは矛盾。

§2. よい拡大.

定義2.1. 回路 $C = (n, S, f)$ および $C^* = (n^*, S^*, f^*)$ につき $n \leq n^*$ のとき、 C^* を C の 拡大 という。以下特にことわらない限り n, n^*, S, S^* 等を上の意味に使う。

定義2.2. C^* を C の拡大とする。 $z^* \in S^*$ につき、 $1 \leq i \leq n$ に対して $z_i = z_i^*$ なる $z \in S$ を $\text{rest}(z^*)$ と書く。同様に $T^* \subseteq S^*$ につき $\{\text{rest}(z^*) \mid z^* \in T^*\}$ を $\text{rest}(T^*)$ と書く。 S^* の元の列 ξ^* があって、その要素 $a^*(0), a^*(1), \dots$ の任意の隣り合う二つが相異なるとする。そのとき列 $\text{rest}(a^*(0)), \text{rest}(a^*(1)), \dots$ から左隣に等しい要素を除いて得られる S の元の列 ξ を $\text{rest}(\xi^*)$ とかく。 $X, X^* \in C, C^*$ の状態、状態の集合、または隣り合う2元の異なる状態列とするとき、 $\text{rest}(X^*)$ を X^* の (C^* から C への) 縮小 といふ。また $X = \text{rest}(X^*)$ なる X^* の全体を $\text{ext}(X)$ と書いて、その元を X の (C から C^* への) 拡大 という。

定義2.3. C^* を C の拡大とし、 $u^* \in S^*, u = \text{rest}(u^*)$ とする。 u^*, u にはじまる C^*, C の許容列の全体をそれぞれ X^*, X とし、 $Y = \{\text{rest}(\xi^*) \mid \xi^* \in X^*\}$ とおく。そのときもし $X = Y$ ならば、 C^* は u^* に関して C の よい拡大 であると称せられる。

補題2.1. 定義2.3 において $X \supseteq Y$ なるための必要条

件は、(1) u^* 中 a^* なるすべての $a^* \in S^*$ につき、 $1 \leq i \leq n$ にわたって $a_i^{*'} = a_i^*$ と $a_i^{*'} = (\text{rest}(a^*))'_i$ のうちの少なくとも一つずつが成立っており、かつ (2) u^* 中 T^* なる C^* のすべてのよどみ集合 T^* につき、 $\text{rest}(T^*)$ が C のよどみ集合をなすことである。

[証] (1) を否定し、 u^* 中 a^* かつ $a_i^{*'} \neq a_i^* \neq (\text{rest}(a^*))'_i$ なる a^* があるとす。 u^* には始まり a^* に終る R^* 列が存在するから、そのうしろに $a^{*'}$ にはじまる許客列 (たとえば $a^{*'}$, $(a^{*'})'$, $((a^{*'})')'$, ...) を続けて C^* の許客列 $\xi^* \in X^*$ を得るが、 $\text{rest}(\xi^*) \notin X$ 。(2) を否定し、 u^* 中 T^* なる C^* のよどみ集合 T^* で $\text{rest}(T^*)$ が C のよどみ集合でないものがあるとす。 u^* にはじまり T^* に入っ てその元全部を無限回通る C^* の R^* 列 ξ^* が作れて $\xi^* \in X^*$ となるが、 $\text{rest}(\xi^*) \notin X$ 。(補題 1.1.) 逆に (1)(2) が成り立つなら任意の $\xi^* \in X^*$ に対し $\text{rest}(\xi^*) \in X$ なることは容易にたしかめられる。

注意 2.1. 物理的には上の (1) は C で起らないはずのスイッチングが C^* で起ってはならぬことを、(2) は C で必ず起るはずのスイッチングが C^* で起らずじまいになってはならぬことを要請しているものである。

§3. 遅れを導入した回路.

用語 3.1. 回路 C において $1 \leq i, j \leq n$ と $z \in S$ につき、関数値 $f_i(z)$ が変数 z_j に依存するとき、 i は j に 依存する といふ。 $i \in j$ の 子、 $j \in i$ の 親 といふ。

用語 3.2. 同じく $z \in S$ にわたって $f_i(z) = z_j$ でしかも $i \neq j$ のとき、 i は j の 遅延出力 であるといふ。 $1 \leq q(0), q(1), \dots, q(k) \leq n$ について $q(h+1)$ が $q(h)$ の遅延出力なるとき、鎖 $q(1), q(2), \dots, q(k)$ を C の 遅延鎖 といふ。 π であらわす。(但し $0 \leq h < k$.) $q(0), q(k), k$ は π の 親、出力、長さ と呼ばれ、 $q(k)$ の子は π の 子 と呼ばれる。特に $q(0) = q(k)$ のとき、 π は 閉 いていると称する。

定義 3.1. 回路 C の拡大 C^* が 遅れを導入した回路 であるとは、(1) $n < i \leq n^*$ にわたって i は或る $1 \leq j \leq n^*$ なる j の遅延出力であり、(2) $n < i \leq n^*$ なる i はかみから成る閉じた遅延鎖がなく、(3) (任意の $n < i \leq n^*$ なる i を出力とする $n < j \leq n^*$ なる j はかみから成る最長の遅延鎖がただ一つあるが、それを $\pi(i)$ とすると、) $n < k < k' \leq n^*$ のとき $\pi(k)$ と $\pi(k')$ は親を共有するが子を共有せず、(4) $z^* \in S^*$ から次のようにして作られた $z^{[k]}$ かつねに $f_k(z^{[k]}) = f_k^*(z^*)$ をみたすことである。(但し $1 \leq k \leq n$.) すなわち $1 \leq j \leq n$ にわたり、 $z_j^{[k]}$ を、 z_j

し $k, j \in \pi(i)$ の子. 親としてつよ) な $n < i \leq n^*$ なる i があれば z_i^* ととり, そのよ) な i がなければ z_j^* ととることによ) て $z^{[k]} \in S$ を得るのである. $z^{[k]}$ を z^* の k から見た虚像 と称する。

例 3.1. C の $f \in z_1' = \bar{z}_3, z_2' = \bar{z}_1, z_3' = \bar{z}_2, z_4' = z_1 \vee z_2 \vee z_3 \vee z_4$ とするとき, f^* として $z_1' = \bar{z}_3, z_2' = \bar{z}_1, z_3' = \bar{z}_2, z_4' = z_5 \vee z_2 \vee z_3 \vee z_4, z_5' = z_1$ をもつ C^* は遅れを導入した回路である. $z^* = (11000)$ の縮小 z は (1100) , A から見た虚像 $z^{[4]}$ は (0100) である。

補題 3.1. C^* を C の遅れを導入した回路とし, $x^* \in S^*$ とする. $i \in \Delta A \subseteq \{i \mid n < i \leq n^*\}$ につき, $\pi(i)$ とその親 $q(0)$ を並べて $q(0), q(1), \dots, q(k) = i$ のよ) に書いたとき, $q(h) \notin \Delta A$ なる h のよ) 最大のもの h_{\max} をとって $p'(i) = q(h_{\max})$ とおく. $i \in \Delta A$ に対し $y_i^* = y_{p'(i)}^*$, $i \notin \Delta A$ に対して $y_i^* = x_i^*$ なる $y^* \in S$ (x^* と ΔA によ) って一意に定まる) は $x^* \uparrow_T y^*$ をみる. 但し $T = \text{ext}(\text{rest}(x^*))$.

[証] $\alpha(i) = k - h_{\max}$ とおく. $\alpha(i)$ の $i \in \Delta A$ にわたる最大値を l とし, $0 \leq h \leq l$ にわた) って $z^*(h) \in S^*$ を, $i \in \Delta A$ かつ $\alpha(i) \leq h$ なる i に対しては $z^*(h)_i = y_i^*$, それ以外の $1 \leq i \leq n^*$ なる i については $z^*(h)_i = x_i^*$ ととる

ことにより、定義する。すると $x^* = z^*(0) R z^*(1) R \dots R z^*(l) = y^*$ かつ $z^*(h) \in T$ だから補題を得る。

補題 3.2. 前補題において $\Delta A = \{i \mid n < i \leq n^*\}$ のとき、 y^* は $x = \text{rest}(x^*)$ によって一意に定まり、 $1 \leq j \leq n$ にわたって $y_j^{*'} = x_j'$ を、また $n < j \leq n^*$ にわたって $y_j^{*'} = y_j^*$ をみたす。

[証] 定義 3.1 の条件 (4) と用語 3.2 から明らか。

補題 3.3. C^* が C の遅れを導入した回路なら、すべての $u^* \in S^*$ について定義 2.3 において $X \leq Y$ 。

[証] $u = a(0), a(1), \dots$ を X の元とし、 z と名づける。 $\Delta A = \{i \mid n < i \leq n^*\}$ とし、 $x^* = u^*$ とおいて補題 3.1 の証にいう R 列 $z^*(0), z^*(1), \dots, z^*(l) = y^*$ を作り $z^*(0)$ と名づける。次に上の y^* から新しい x^* を、 $1 \leq i \leq n$ にわたって $x_i^* = a(1)_i$ 、 $n < i \leq n^*$ にわたって $x_i^* = y_i^*$ とおくことにより、作り、この x^* にあらためて補題 3.1 を適用し、新しい $z^*(0), z^*(1), \dots, z^*(l) = y^*$ を得てこれを $z^*(1)$ と名づける。以下同様にして得られる R 列を $z^*(0), z^*(1), \dots$ のように並べて S^* の元の列 z^* を得る。補題 3.2 によれば上の古い y^* と新しい x^* は $x^* R y^*$ の関係にあるから z^* は C^* の R 列である。これから左隣に等しい元を省いて C^* の R^* 列 η^* を得る。 η^* において定義 1.3 の条件 (#) は、 $1 \leq i \leq n$ に対しては

$\xi \in X$ についての (#) により、 $n < i \leq n^*$ に対しては補題 3.2 において $y_i^{*'} = y_i^*$ なることにより、確かに成立する。よって $\eta^* \in X^*$. $\xi = \text{rest}(\eta^*)$ だから補題を得る。

§4. 表面において滑らかな回路.

定義 4.1. 回路 C が $u \in S$ なる u と $1 \leq i \leq n$ なる i に関して 部分的に半モジュラー的 とは、 u が $a R b$ なる $a, b \in S$ に対して、もし $a'_i \neq b'_i$ なら $a'_i = b'_i$ となることである。

注意 4.1. 従って u が $a(0) R a(1) R \dots R a(l)$, $a(0)_i = a(1)_i = \dots = a(l)_i$ かつ $a(0)'_i \neq a(l)'_i$ なら $a(0)'_i = a(l)'_i$.

定義 4.2. 回路 C の拡大 C^* が $u^* \in S^*$ に関して 表面において滑らかな とは、それが u^* と $1 \leq i \leq n$ なるすべての i に関して部分的に半モジュラー的であることである。

補題 4.1. C の、遅れを導入した回路 C^* が $u^* \in S^*$ に関して表面において滑らかなら、それは u^* に関して補題 2.1 の条件 (1) をみたす。

[証] u^* が a^* なるのに $a'_i \neq a_i' \neq (\text{rest}(a^*))'_i$ なる a^* と i があつたとしよう。 $x^* = a^*$, $\Delta A = \{i \mid n < i \leq n^*\}$ と置いて補題 3.1 から得る $x^*(0), x^*(1), \dots, x^*(l) = y^*$ に

おいては $x^*(h)_i$ は $0 \leq h \leq l$ にわたって一定であるから、
 注意 4.1 から $y_i^{*'} = a_i^{*'}$ を得る。一方補題 3.2 から $y_i^{*'} = (\text{rest}(y^*))'_i = a'_i$ であるから、これは矛盾である。

§5. 定理 A の略証.

補題 2.1, 3.3 および 4.1 から見て、補題 2.1 の条件 (2) を仮定して矛盾を導けばよいことがわかる。そこで U^* なる C^* のよどみ集合 T^* があって、 $T = \text{rest}(T^*)$ が C のよどみ集合にならなかつたとしよう。同補題の条件 (1) は成り立っているのだから、 T は輪ではある。だからそれは安定でない。つまり或る $1 \leq r \leq n$ なる r があって、 $a \in T$ にわたって a_r, a'_r がともに一定でしかも $a_r \neq a'_r$ だということになる。

T^* の元だけから成り、 T^* の元を少なくとも一回ずつ含む閉じた R^* 列 $a^*(0), a^*(1), \dots, a^*(l) = a^*(0)$ を作る。輪の定義からみて、これはつねに可能である。また $n < i \leq n^*$ なる i に (正の) 番号 $N(i)$ を、 i が j の子なら $N(i) < N(j)$ となるように与える。これも定義 3.1 の条件 (2) からみて、可能である。番号が 1 から始まり、とびがないものとするれば $N(i) \leq n^* - n$ となる。以下特にことわらぬ限

$0 \leq k \leq n^* - n, 0 \leq h \leq l$ とする。

$\Delta A_k = \{i \mid n < i \leq n^*, N(i) \leq k\}$ とおく。補題 3.1 において $x^* = a^*(h), \Delta A = \Delta A_k$ と置いて作る y^* を $a_k^*(h)$ と書く。明らかに $a_0^*(h) = a^*(h), a_k^*(0) = a_k^*(l)$ である。

$I^*(h) = \text{ext}(\text{rest}(a^*(h)))$ とすると $k < n^* - n$ について $a_k^*(h) \uparrow_{I^*(h)} a_{k+1}^*(h)$ が成り立つ。こののは補題 3.1 において $x^* = a_k^*(h), \Delta A = \Delta A_{k+1}$ とおくと、ちょうど $y^* = a_{k+1}^*(h)$ となるからである。

次に $U^* = \bigcup_{h=0}^{l-1} I^*(h), h < l$ とし $a_k^*(h) \uparrow_{U^*} a_k^*(h+1)$ を示す。これには $b_k^*(h+1) \in S^*$ を、 $i \in \Delta A_k$ ならば $b_k^*(h+1)_i = a_k^*(h)_i$ に、 $i \notin \Delta A_k$ ならば $b_k^*(h+1)_i = a_k^*(h+1)_i (= a^*(h+1)_i)$ にとることによって定義する。すると $a_k^*(h) R b_k^*(h+1)$ である。(実際 1° $1 \leq i \leq n$ のとき、2° $n < i \leq n^*$ かつ $i \notin \Delta A_k$ のとき、3° $i \in \Delta A_k$ のときの三つの場合について次のようにして $a_k^*(h) R_i b_k^*(h+1)$ を示すことができる。1° $a^*(h) \uparrow_{I^*(h)} a_k^*(h)$ だから注意 1.4 により、 $a^*(h)_i \neq a^*(h)'_i$ なら $a_k^*(h)'_i = a^*(h)'_i$ 。よって $b_k^*(h+1)_i = a^*(h+1)_i$ は $a^*(h)_i = a_k^*(h)_i$ か $a_k^*(h)'_i$ に等しい。2° i の親を j とすると $a_k^*(h)'_i = a_k^*(h)_j = a^*(h)_j = a^*(h)'_j$ だから上と同様。3° $b_k^*(h+1)_i = a_k^*(h)_i$ だからこのときはつまらぬ。) 一方 $x^* =$

$b_k^*(h+1)$, $\Delta A = \Delta A_k$ に対し、補題 3.1 の y^* は $a_k^*(h+1)$ に他ならないから目的は達せられた。

そこで今度はすべての $0 < k \leq n^* - n$ なる k と、或る $0 \leq h_k < l$ なる h_k に対して $a_k^*(h_k) \neq a_{k-1}^*(h_k+1)$ となることを示す。 $i \in \Delta A_k$ だが $i \notin \Delta A_{k-1}$ なる i とは、つまり $N(i) = k$ なる i である。以下 i をこの意味に使い、 j をその親とする。なお $\nu \in \Delta A_{k-1}$ につき、 $\Delta A = \Delta A_{k-1}$ および $\Delta A = \Delta A_k$ に対して定義された $p'(\nu)$ をそれぞれ ϕ , ψ とおく。すると $\phi \neq \psi$ であるとするれば $\phi = i$, $\psi = j$ でなければならぬ。($p'(\nu)$ の定義に戻って考えればしきにわかる。)

さて $0 \leq h \leq l$ にわたって $a^*(h)_i = a^*(h)_j$ が一定とする。すると補題 1.2 によって $a^*(h)_i$ も一定となり、 $a^*(h)_j$ に等しい。よって $a_k^*(h) = a_{k-1}^*(h) \neq a_{k-1}^*(h+1)$ を得る。

次に或る $0 \leq h_k < l$ なる h_k に対し $a^*(h_k)_i \neq a^*(h_k+1)_j$ とする。左辺を P , 右辺を Q と置く。 P, Q のいずれか一方は $R = a^*(h_k+1)_i$ に等しい。 — ここで序の "2進的" という限定を使った。 — $R = Q$ とすると $a_k^*(h_k) \neq a_{k-1}^*(h_k+1) = a_{k-1}^*(h_k+1)$ となるから、 $R = P$ のときを考える。前に定義した $b_k^*(h_k+1)$ ($= \omega^*$ と書く) が、 $a_k^*($

$h_k) R w^* \#_{U^*} a_{k-1}^*(h_k+1)$ をみたすことを示そう。左半
 は証明済みだから、補題 3.1 において $x^* = w^*$, $\Delta A =$
 ΔA_{k-1} としたときの y^* が $z^* \equiv a_{k-1}^*(h_k+1)$ に等しいこ
 とを示せば十分である。 $v \in \Delta A$ について $z_v^* = z_{p'(v)}^*$ なる
 ことは z^* の定義からわかる。 $1 \leq v \leq n^*$, $v \notin \Delta A$ とする。
 $v \neq i$ なら $v \notin \Delta A_{k-1}$ だから $z_v^* = a^*(h_k+1)_v = w_v^* = x_v^*$
 となる。一方 $v = i$ ($\in \Delta A_{k-1}$) については、 $z_i^* = R = P =$
 $a_k^*(h_k)_i = x_i^*$ が成り立つ。(最後の等式は $x^* = w^* = b_k^*(h_k+1)$
 の定義から、その前の等式は j が、 $\Delta A = \Delta A_k$ に対
 して定義された $p'(i)$ に他ならないことから得られる。) よ
 って $y^* = z^*$ であり、したがって h_k はたしかに前の前のパ
 ラグラフで述べた通りの性質を持っている。

$\Delta n = n^* - n$ とおく。以上から $a_{\Delta n}^*(0) \#_{U^*} a_{\Delta n}^*(h_{\Delta n}) \#_{U^*}$
 $a_{\Delta n-1}^*(h_{\Delta n}+1) \#_{U^*} a_{\Delta n-1}^*(l) = a_{\Delta n-1}^*(0) \#_{U^*} a_{\Delta n-1}^*(h_{\Delta n-1}) \#_{U^*}$
 $\dots \#_{U^*} a_0^*(l) = a_0^*(0) = a^*(0)$, つまり $a_{\Delta n}^*(0) \#_{U^*} a^*(0)$
 が得られる。 $a_{\Delta n}^*(0)$ は $x^* = a^*(0)$ について補題 3.2 の y^* に
 あたるから、 $a_{\Delta n}^*(0)'_r = a_{\Delta n}^*(0)'_r = a(0)_r \neq a(0)_r = a_{\Delta n}(0)_r = a_{\Delta n}^*(0)_r$
 となる。(但し $a_{\Delta n}(0) = \text{rest}(a_{\Delta n}^*(0))$, $a(0) = \text{rest}(a^*(0))$ と書き、
 $a_{\Delta n}(0) = a(0)$ を使った。) それゆえ注意 4.1 によって $a^*(0)'_r = a_{\Delta n}^*(0)'_r = a(0)'_r$
 である。 $a^*(0)$ を T^* のどの元にするかは自由であるから、

$a^* \in T^*$ に対しては $a_r^{*'} = (\text{rest}(a^*))_r'$ となる。右辺は一定値であり、一方 $a_r^* = a_r$ も一定値であって、これらの一定値は互いに異なる。これは T^* が安定であるという前提に反する。よって定理を得る。

文献

1) I. Kimura, Extensions of Asynchronous Circuits and the Delay Problem. Doctoral dissertation, University of Tokyo, Jan. 10, 1967.

付録 — 上記文献と本文の間の用語対照表

回路	circuit
状態	state
R -列	R -sequence
R^* -列	R^* -sequence
許容列	allowed sequence
よどみ集合	stagnation set
拡大	extension
縮小	restriction

よい拡大	good extension
依存する	depend
子	receptor node
親	parent node
遅延出力	delay node
遅延鎖	delay path
出力(遅延鎖の)	terminal node
長さ()	length
閉じている	closed
遅れを導入した回路	delay network incorporation
kから見た虚像	virtual image as seen from k
部分的に半モジュラー的	partially semi-modular
表面において滑らか	spike-free