

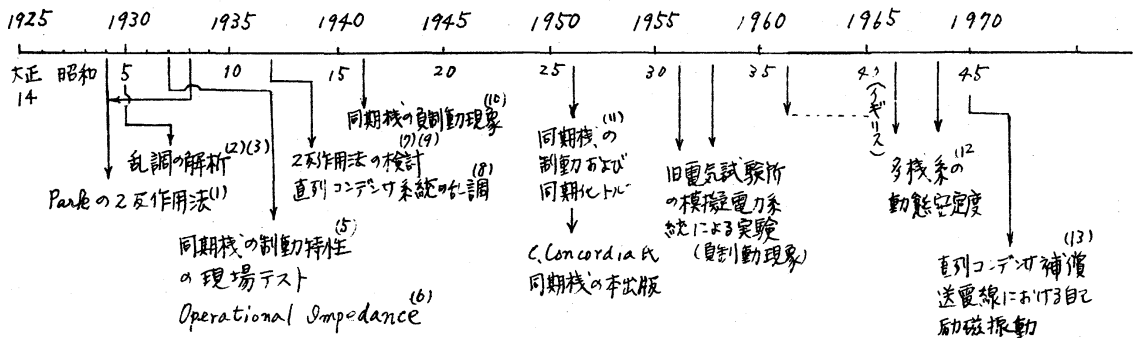
多機系における安定限界の解析予測について

東芝 平野菅保  
永村純一  
湯浅琢磨

§ 1. 内容概略

現在までに諸外国（主として米国）で研究された上記テーマに関する主要文献を紹介すると下表のようになる。

表 1. 同期機に関する研究過程と文献



(1) Low-Reaction Theory of Synchronous Machines Part 1, R. H. Park Jr. AIEE July 1929

(2) Stability of Synchronous Machines Effect of Armature Resistance upon Hunting C. A. Nickle, C. A. Pierce Jr. AIEE Jan. 1930

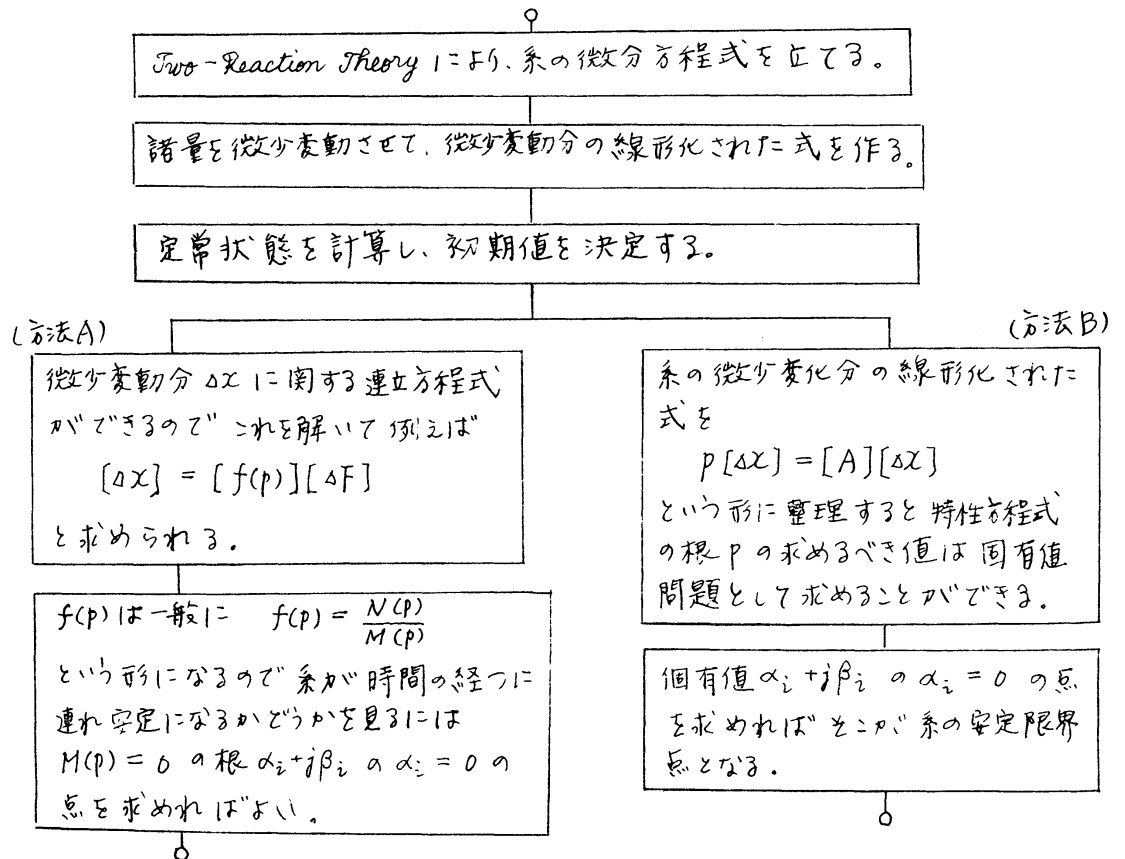
- (3) Effect of Armature Resistance upon Hunting of Synchronous Machines  
C. F. Wagner Tr. AIEE July, 1930
- (4) Low-Reaction Theory of Synchronous Machines Part II, D. H. Park  
Tr. AIEE June 1933
- (5) Field Test to Determine the Damping Characteristic of Synchronous  
Generators P. A. Hamilton Tr. AIEE Sep 1932
- (6) The Operational Impedance of a Synchronous Machines M. L.  
Waring, S. B. Crary G. E. Review Nov. 1932
- (7) Low-Reaction Theory of Synchronous Machines S. B. Crary  
E. E. Jan. 1937
- (8) Analysis of Series Capacitor Application Problems J. W. Butler,  
C. Concordia EE Aug. 1937
- (9) Low-Reaction Theory of Synchronous Machines with any balanced  
terminal impedance C. Concordia EE Sep. 1937
- (10) Negative Damping of Electrical Machinery C. Concordia  
EE March 1937
- (11) Synchronous Machine Damping and Synchronizing Torque  
C. Concordia Tr. AIEE vol. 70, 1951
- (12) Dynamic Stability Calculations for Arbitrary Number of Interconnected  
Synchronous Machines J. M. Undrill IEEE March 1968
- (13) Self-Excited Oscillations in Transmission System Using Series

Capacitor H. M. Rostbakke, C. Concordia IEEE No. 7 1970

ここでは以上の流れをくんで直列コンデンサが介入するときの多機の同期機の定常時における安定運転領域を解析的に求めることを目的として、それに関し極めて高精度の数値計算を必要とするので、以下に解析の方法、我々の行ってきた数値計算の一例と問題点を述べる。

## §2. 解析手順

上記問題を解析的に解く手順の概要を記すと下表のようになる。



### §3. 我々の行ってきた事と問題点

前節に示したように系の安定判別には大別して2つの手法が現在考えられており、方法BについてはJ. M. Undrill (12)や英国の Laughton 等が4次元系まで行っている。この方法では系をシステムティックにかつ機械的に組むことができ、多次元系への拡張が容易であると思われるが莫大なメモリを必要とすることや精度の保証がどの程度まであるかが定かでない。

我々は今までAの方法を試みてきた。この方法では特性方程式  $M(p) = 0$  なる多項式の係数を出すのに2通り考えられる。その一つは  $M(p)$  が行列式形式で得られるのでそれを直接分解して求める方法である。これは計算精度は最もよいが、多次元系へ拡張するために行列式形式をくずすところを自動的にシステムティックにやろうとすると2次元系以上になると計算時間が極端に増大する。

もう一つは

$$M(p) = a_1 p^n + a_2 p^{n-1} + \dots + a_n p + a_{n+1} \quad (1)$$

において、 $p$  に任意の  $(n+1)$  個の値を代入しこれらを  $a_1 \sim a_{n+1}$  を未知数とする係数とし、定数項としては  $M(p)$  の行列式形式から行列式の値を求めたものを使い、連立一次方程式の根として求める方法である。この方法は一般的でかつ計算時間がより少ないと考えられるが精度の点で問題があり、我々が行

、T=数値計算例でもこのことが現われている。

ところでM(p)の内容と解析結果の一例を1棧対無限大母線系と2棧対負荷系の場合について参考のため載せておく。

1 棧対無限大母線系

$$\begin{vmatrix} (p^2-1)X_d(p) + \gamma p + X_c & , & -[2pX_g(p) + \gamma] & , & \psi_{g_0} p^2 + (2\psi_{d_0} - \gamma i_{g_0})p + e_{d_0} \\ 2pX_d(p) + \gamma & , & (p^2-1)X_g(p) + \gamma p + X_c & , & -\psi_{d_0} p^2 + (2\psi_{g_0} + \gamma i_{d_0})p + e_{g_0} \\ -[X_d(p) i_{g_0} + \psi_{g_0}] & , & X_g(p) i_{d_0} + \psi_{d_0} & , & Mp^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (2)$$

$$T=T \text{ として } X_d(p) = \frac{DP^2 + EP + 1}{AP^2 + BP + 1} \quad , \quad X_g(p) = \frac{YP + Z}{WP + 1}$$

2 棧対負荷系

$A_{01}$	$B_{01}$	$C_{01}$	$R_L(CP + \alpha)$	$R_L(\alpha P - C)$	$-R_L(i_{g_0}P + i_{d_0})$	$= 0$
$+R_L P$	$-R_L P$	$+R_L(i_{g_0}P + i_{d_0})$	$R_L(\alpha P + C)$	$R_L(\alpha P - C)$	$-R_L(i_{g_0}P + i_{d_0})$	
$D_{01}$	$E_{01}$	$F_{01}$	$R_L(-\alpha P + C)$	$R_L(CP + \alpha)$	$R_L(i_{d_0}P - i_{g_0})$	
$+R_L$	$+R_L P$	$+R_L(-i_{d_0}P + i_{g_0})$	$R_L(-\alpha P + C)$	$R_L(CP + \alpha)$	$R_L(i_{d_0}P - i_{g_0})$	
$G_{01}$	$H_{01}$	$I_{01}$				
$R_L(CP - \alpha)$	$-R_L(\alpha P + C)$	$-R_L(i_{g_0}P + i_{d_0})$	$+R_L P$	$-R_L$	$+R_L(i_{g_0}P + i_{d_0})$	
$R_L(\alpha P + C)$	$R_L(CP - \alpha)$	$R_L(i_{d_0}P - i_{g_0})$	$+R_L$	$+R_L P$	$+R_L(-i_{d_0}P + i_{g_0})$	
			$G_{02}$	$H_{02}$	$I_{02}$	

... (3)

T=Tとして  $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0, G_0, H_0, I_0$  に添数 1 および 2 をつけてものは1棧対無限大母線系のもと同じ種類の内容のものである。

図1に1棧対無限大母線系における安定限界曲線を示す。

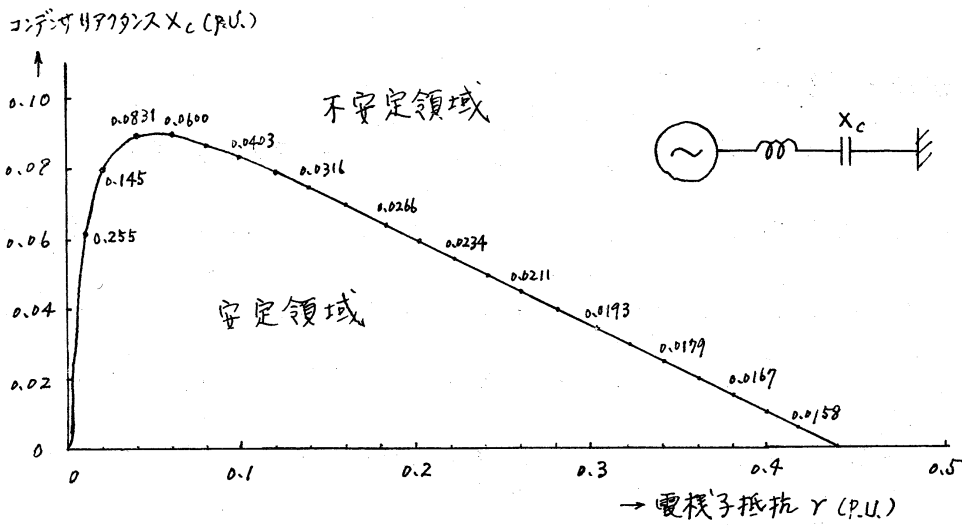


図1. 同期機負制動現象安定限界曲線

ここで(1)式の係数の出し方は(2)式の形の特性方程式を文字のまま分解して  $P$  で整理して数値を代入する方法であり、 $P$  に関する代数方程式は平野が作成したプログラム<sup>(1)</sup>を使用している。実際問題となるのは  $\gamma$  が 0.1 より小さいところであり、 $\gamma$  が小さくなるほど誤差が入り易いと考えられるが、この方法で解析した限りでは2機系の場合も含め非常に規則正しい曲線が得られており、現場試験の結果とも極めてよく一致した。なお曲線上の数字はその点での電力動揺の振動周波数を示して、1 が商用周波に相当する。

#### § 4. 数値計算例

表 2 は 1 様対無限大母線系における系の特性方程式（今の場合は微分演算子あるいはラプラス変数  $P$  に関する 9 次の代数方程式となる。）の係数を導くための各種の方法を比較したものである。この表にはそれぞれの方法による特性方程式の 10 個の係数とそれを使って高次代数方程式のプログラム<sup>(1)</sup>で解いた 9 個の根の値とが示されている。

表の第 1 項の方法は (2) 式で表わされる特性方程式を文字のまま分解して  $P$  の各次数で整理した後数値計算をする方法であり、この方法が最も正しい値を与えるものと考えられ、以下の方法の結果と比較される。

表の第 2 項の方法は特性方程式 (2) の  $P$  に任意の 10 個の値を与え、係数を未知数とする連立一次方程式を解く問題に置き換えたものであり、この方法の方が行列式の形で与えられた特性方程式をいちいち分解する必要はなく一般多様系に拡張できる可能性がある。この連立一次方程式を解く方法としてここでは普通の消去法（掃出法）によるものを使っているが行に関してだけはそれぞれの最大値で除すという操作を行っている。2-1 項が任意の 10 個の  $P$  の値として 0 ~ 1.0 までを 0.1 の等間隔きざみで与えているが、2-2 項では -0.5 ~ 0.4 までを同様のきざみで与えている。

表2. 1 根-0系特性方程式の各種係数計算法の比較

K1 = 0.00100000 XC1 = .00500000

ETDQ1 = 0.07815336 EIQQ1 = 0.99662084 ET1 = 0.99968047

1. P (1) ( COEFFICIENT )

0.25912928E 09 0.35 79109E 08 3.54320412E 09 0.67812397E 08 0.24012100E 09  
 0.28632228E 08 0.14431869E 07 0.49974007E 05 0.59899348E 03 0.70911548E 00

REAL -0.71556949E-02 -0.71556945E-02 -0.27637304E-03 -0.27637304E-03 -0.68983608E-01  
 IMAGINARY 0.12105962E 01 -0.12105962E 01 0.78916371E 00 -0.78916371E 00 0.86623817E-17

REAL -0.16489310E-01 -0.16489310E-01 -0.17221617E-01 -0.13248203E-02  
 IMAGINARY -0.40410543E-01 -0.40410543E-01 0. 0.

2. A (1) ( COEFFICIENT ) P = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1.0

0.25919238E 09 0.34816252E 08 0.54366226E 09 0.67378854E 08 0.24036270E 09  
 0.28551731E 08 0.14588418E 07 0.48434726E 05 0.65873573E 03 0.70311368E 00

X (1) ( SOLUTION )

REAL -0.71968543E-02 -0.71968543E-02 0.68165023E-04 0.68165023E-04 -0.63007785E-01  
 IMAGINARY -0.12111797E 01 0.12111797E 01 -0.78908405E 00 0.78908405E 00 -0.53997095E-18

REAL -0.16253745E-01 -0.16253745E-01 -0.23389763E-01 -0.11634939E-02  
 IMAGINARY -0.38311682E-01 0.38311681E-01 0. 0.

2.2. A (1) ( COEFFICIENT ) P = -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4

0.25908793E 09 0.35046848E 08 0.54320898E 09 0.67820667E 08 0.24012186E 09  
 0.28630726E 08 0.14430843E 07 0.49974007E 05 0.60016702E 03 0.10018159E 01

X (1) ( SOLUTION )

REAL -0.70468021E-02 -0.70468021E-02 -0.33498957E-03 -0.33498957E-03 -0.69047677E-01  
 IMAGINARY 0.12107871E 01 -0.12107871E 01 0.78910268E 00 -0.78910269E 00 -0.42963103E-17

REAL -0.16579216E-01 -0.16579216E-01 -0.16323661E-01 -0.19767403E-02  
 IMAGINARY -0.40326651E-01 0.40326651E-01 0. 0.

NO	SOLUTION	NO	+TERM(LEFT SIDE)	-TERM(LEFT-SIDE)	RIGHT SIDE	RIGHT SIDE-LEFT SIDE
1	2.59130854000E 08	1	2.9986045E 06	-1.2434373E 07	-9.4357684E 06	1.2500000E-01
2	3.50787930000E 07	2	1.0417306E 06	-3.5093573E 06	-2.4676267E 06	2.3437500E-02
3	5.43203368000E 08	3	2.8815620E 05	-7.4653898E 05	-4.5838278E 05	3.9062900E-03
4	6.78124600000E 07	4	5.2244029E 04	-9.5589700E 04	-4.3348669E 04	1.9531250E-03
5	2.40121096000E 08	5	3.4318351E 03	-3.9588758E 03	-5.2704056E 02	9.1552734E-05
6	2.06322250000E 07	6	7.0911540E-01	0.	7.0911540E-01	0.
7	1.44318362500E 06	7	7.3907108E 03	0.	7.3907108E 03	6.1035156E-05
8	4.99740327140E 04	8	1.4783073E 05	0.	1.4783073E 05	0.
9	5.99017585754E 02	9	1.0346952E 06	0.	1.0346952E 06	-7.8125000E-03
10	7.09115482867E-01	10	4.5510879E 06	0.	4.5510879E 06	-6.2500000E-02

A (1) ( COEFFICIENT ) P = -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4

0.25913005E 09 0.35078793E 08 0.54320337E 09 0.67812466E 08 0.24012110E 09  
 0.28632225E 08 0.14431836E 07 0.49974033E 05 0.59901759E 03 0.70911548E 00

X (1) ( SOLUTION )

REAL -0.71536201E-02 -0.71536280E-02 -0.27745125E-03 -0.27745125E-03 -0.68983622E-01  
 IMAGINARY -0.12115870E 01 0.12105977E 01 -0.78916701E 00 0.78916700E 00 0.17172043E-17

REAL -0.16488791E-01 -0.16488791E-01 -0.17222848E-01 -0.13247531E-02  
 IMAGINARY -0.40410323E-01 0.40410322E-01 0. 0.

NO	SOLUTION	NO	+TERM(LEFT SIDE)	-TERM(LEFT-SIDE)	RIGHT SIDE	RIGHT SIDE-LEFT SIDE
1	2.59004434000E 08	1	7.0911548E-01	0.	7.0911548E-01	0.
2	3.46081290000E 07	2	3.4055303E 03	-3.9325709E 03	-9.270456E 02	6.1035156E-05
3	5.42462288000E 08	3	5.1979978E 04	-9.5328647E 04	-4.3348669E 04	0.
4	6.71781510000E 07	4	2.8673240E 05	-7.4511518E 05	-4.5838278E 05	3.9062900E-03
5	2.39800770000E 08	5	1.0308016E 06	-3.5137083E 06	-2.4676267E 06	-7.8125000E-03
6	2.85350695000E 07	6	2.9803839E 06	-1.2416152E 07	-9.4357684E 06	-6.2500000E-02
7	1.42902653125E 06	7	7.4311098E 06	-3.6750894E 07	-2.9319785E 07	-5.0000000E-01
8	4.83790087891E 04	8	1.6773509E 07	-9.5918688E 07	-7.9145180E 07	-1.2500000E 00
9	5.40312101624E 02	9	3.5135557E 07	-2.2783404E 08	-1.9269049E 08	-1.0000000E 00
10	7.09115482867E-01	10	6.9359935E 07	-5.0244167E 08	-4.3308174E 08	-5.0000000E 00

A (1) ( COEFFICIENT ) P = -0.9, -0.8, -0.7, -0.6, -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0

0.25900443E 09 0.34608129E 08 0.54246229E 09 0.67178151E 08 0.24980077E 09  
 0.28535070E 08 0.14260265E 07 0.46379009E 05 0.54031510E 03 0.70911540E 00

X (1) ( SOLUTION )

REAL -0.67919097E-02 -0.67919097E-02 0.10306895E-03 0.10306895E-03 -0.69072337E-01  
 IMAGINARY 0.12096738E 01 -0.12096738E 01 0.78957169E 00 -0.78957110E 00 0.17348169E-17

REAL -0.17222871E-01 -0.17222871E-01 -0.15217081E-01 -0.19069913E-02  
 IMAGINARY -0.39975375E-01 0.39975375E-01 0. 0.



各項の係数値は第1項のものと比較され縦線とひいたところまで有効数字が合っていることを示している。この結果より  $P = -0.5 \sim 0.4$  を与えたものの方が定数項の係数(第10番目)を除いては全体的により正しい解が得られている。

表の第3項は第2項と同じ方法であるが平野による消去法の解法<sup>(2)</sup>を使用して、3-1項が  $P = -0.5 \sim 0.4$  までを0.1きざみで与えた場合であり、3-2項が  $-0.9 \sim 0.$  までを同様のきざみで与えた場合である。両者とも一度得られた解 $\tilde{x}$ をその係数と掛け合わせたものを新しい係数にして二度解きをしている。得られた解と共に代数方程式の左辺と右辺の値の差をとっているが、いずれの場合も計算機のビットのオーダーまでよく一致していることが分る。しかしなお第1項のものと比較するとまだ完全とは言えない。

3-1と3-2項とを比較すると  $P = -0.5 \sim 0.4$  を与えたときの方が精確な解が得られている。  $P$  に与える任意の値としては代数方程式の根に近い値を与えるのがよいと筆者の一人平野は主張しているが  $P = -0.5 \sim 0.4$  と根の実際に近い値を与えた時の方が正しい解が得られていてこの範囲ではその説は正しいと思われる。しかし、もともと知られていない根を使って係数を出すことは不可能があるので、一度任意の  $P$  を与えて近似的な根を出したら二度目にその根を使って再び解き

直して精度をあげる方法が考えられるが今回はまだ実行していないので将来の課題とする。

2 様系までは特性方程式 (2) および (3) から直接  $P$  に関する高次代数方程式を作る方法で完全に成功しているがそれ以上の多様系ではここで述べたような方法を採用するのがよいと思われる今後とも追求して行く予定である。

#### 参考文献

(1) 代数方程式の数値解法, 大型の数値計算に関する諸問題研究会, 44年2月, 平野菅保

(2) 連立方程式の数値解の一つの試み, 大型の数値計算に関する諸問題研究会, 45年3月, 松井、平野