

周期可微分自由写像 の同境界について

阪大 理学部 柴田 勝征

§1. 序

R. Stong が [7] において定義した自由 equivariant 無向同境界理論の有向類似として、K. Komiya と C.-M. Wu は、それぞれ、周期が 2 の場合と奇素数の場合の自由 equivariant 有向同境界理論を定義した。([6], [12])

以下において我々は、彼らが定義した equivariant 同境界理論を用いて、可微分^(自由) Involutions の有向同境界類 $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$, $\hat{\Omega}_*^-(Z_2)$, ~~自由~~ 奇数周期の自由可微分写像の有向同境界類 $\Omega_*(Z_p)$ および弱複素構造を保つ自由可微分周期写像の同境界類 $U_*(Z_m)$ に関する構造定理をあたえる。これらの構造定理は Rosenzweig のテーゼ (Involution の場合) や、[1], [2], [3], [4], [5] 等によつて既に知られているが、我々の方法は、これらの諸結果を統一的に導く事ができ、証明も簡単になり、また幾何学的な意味もより明確にする事ができ

るので、その結果、既知の定理をいくらか精密化でき、また幾何学的な方面への応用も可能になる。

以下、第2節において、我々は同境界群 $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau)$ および $\hat{\Omega}_*^-(X, \tau)$ を定義し、これらに関する外積とポントリャーギン積の概念を導入する。

第3節では、Smith 準同型写像

$$\Delta: \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^+(S^n, a) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{R}-1}^-(S^{n-1}, a) \quad \text{および}$$

$$\Delta: \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^-(S^n, a) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{R}-1}^+(S^{n-1}, a)$$

に関する exact 列を導き、それによつて $\hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^+(S^n, a)$ および $\hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^-(S^n, a)$ の構造を、 n に関する帰納法によつて順次求めてゆけるように準備する。

第4節では、 $\hat{\Omega}_*^-(S^1, a)$ がポントリャーギン積に関する環として、Wall が [11] において定義した同境界環 \mathcal{M}_* に同型である事を示す。

以上の2つの節の結果から、第5節において、 $\hat{\Omega}_*^+(S^n, a)$ および $\hat{\Omega}_*^-(S^n, a)$ ($n \geq 0$) の Ω_* -加群としての構造が決定される。そして、 n に関する Direct Limit を取る事により $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ および $\hat{\Omega}_*^-(Z_2)$ の構造がただちに決定される。また Ω_* -加群としての同型

$$\hat{\Omega}_{\mathbb{Z}_*}^+(S^n, a) \cong \Omega_{\mathbb{Z}_*}(P_n(K))$$

があるから、我々は $\Omega_{\mathbb{Z}_*}(P_n(K))$ ($n \geq 0$) の $\Omega_{\mathbb{Z}_*}$ -加群としての構造も得た事になる。

オ6節では、 $\hat{\Omega}_{\mathbb{Z}_*}^+(Z_2)$ および $\hat{\Omega}_{\mathbb{Z}_*}^-(Z_2)$ の、ポントラージン積に関する環構造を吟味する。

オ7節では、奇数周期の場合および複素同境界群の場合について考察するが、これらの場合は、向きを逆にする写像が存在しない事、および $\text{Tor } \Omega_{\mathbb{Z}_*}$ に対応する写像を考えなくてよい事、の2つの理由により比較的容易である。

最後に、オ8節においては、オ7節の結果を応用して、equivariant maps に関する問題を考察する。これは既に Vick が [10] において、 K -理論を用いて考察した問題であるが、 U -cobordism 理論を用いれば、より一般的かつ精密な結果が得られる事を示す。 U -cobordism 理論に関しては、同様の応用例が他にも存するのではないかと思われる。

以上の考察は、内田伏一先生、小宮勝弘氏、呉青木先生、鎌田正良氏による示唆による所が多く、またいくつかの本質的な着想は私自身のものではなく、彼らのものであり、私はこれらの方々の御指導に深く感謝するものです。

§2. 自由 equivariant 有向同境界群 $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau), \hat{\Omega}_*^-(X, \tau)$

我々はまず、Komiya [6] の定義を復習しておく。但し、我々が必要とするのは絶対的な場合のみなので、相対的な定義は省略する。この節で述べる事項は容易に、相対的な場合に拡張できる。

X を位相空間とし、

$$\tau: X \longrightarrow X$$

を周期 2 ($\tau \circ \tau = id$) の連続関数とするとき、対 (X, τ) に関する自由 equivariant 保向同境界類とは、3対 (M, μ, f) の同値類全体の集合であって、ここに、 M は可微分有向閉多様体、

$$\mu: M \longrightarrow M$$

は M の向きを保ち不動点を持たない可微分な involution,

$$f: (M, \mu) \longrightarrow (X, \tau)$$

は、equivariant ($\tau \circ f = f \circ \mu$) な連続写像である。

二つの 3対 (M, μ, f) と (M', μ', f') とが同値(同境)とは、次のような 3対 (W, ν, g) が存在する事である。すなわち、 W は compact 有向可微分多様体であって、 $\partial W = M \cup (-M')$ となっており、

$$\nu: W \longrightarrow W$$

は、不動点の無い、向きを保つ可微分な involution で、 M に制限すると μ に等しく、 M' に制限すると μ' に等しい写像であり、 $f: (W, \nu) \longrightarrow (X, \tau)$

は連続な equivariant な写像であって、 M に制限すると μ に等しく、 M' に制限すると μ' に等しい写像である。

上に述べた同値類の集合は、通常の方法で有向同境界群 Ω_* 上の加群をなすが、その Ω_* -加群を我々は $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau)$ と書き表わす。

以上の定義の中の「向きを保つ」という部分を、「向きを逆にする」という定義におき換えても、同様の Ω_* -加群が得られるが、それを我々は $\hat{\Omega}_*^-(X, \tau)$ で表わす事にする。

さて、次に、二組の involutions (X, τ) および (Y, σ) が与えられたとしよう。二つの involutions $\tau \times 1$ と $\sigma \times 1$ は商空間 $X \times Y / \tau \times \sigma$ の上の同一の involution を引き起こす。

補題 2.1 次の二つの pairings

$$\lambda: \hat{\Omega}_*^+(X, \tau) \otimes_{\Omega_*} \hat{\Omega}_*^+(Y, \sigma) \longrightarrow \hat{\Omega}_*^+(X \times Y / \tau \times \sigma, 1 \times \sigma)$$

および、

$$\lambda: \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X, \tau) \otimes_{\Omega_{\mathbb{R}^*}} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(Y, \sigma) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X \times Y / \tau \times \sigma, 1 \times \sigma)$$

は、equivariant な写像に関して自然な、 $\Omega_{\mathbb{R}^*}$ -準同型写像を定義する。但し、

$$\lambda([M, \mu, f] \otimes [N, \nu, g]) = [M \times N / \mu \times \nu, 1 \times \nu, f \times g / \mu \times \nu]$$

と定義する。この pairings を我々は外積と呼ぶ。

定義 2.2 (X, τ) を involution とし、equivariant 連続写像 $\varphi: (X \times X / \tau \times \tau, 1 \times \tau) \longrightarrow (X, \tau)$

があたえられた時、外積 λ および induced 準同型 φ_* の結合

$$\hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^+(X, \tau) \otimes_{\Omega_{\mathbb{R}^*}} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^+(X, \tau) \xrightarrow{\lambda} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^+(X \times X / \tau \times \tau, 1 \times \tau) \xrightarrow{\varphi_*} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^+(X, \tau)$$

$$\hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X, \tau) \otimes_{\Omega_{\mathbb{R}^*}} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X, \tau) \xrightarrow{\lambda} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X \times X / \tau \times \tau, 1 \times \tau) \xrightarrow{\varphi_*} \hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X, \tau)$$

は $\hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^+(X, \tau)$ および $\hat{\Omega}_{\mathbb{R}^*}^-(X, \tau)$ における積をひきおこすが、これを我々は φ に関するポントリャーギン積と呼ぶ。

§3. Smith 準同型に関する exact 列

(N, τ) を、 n 次元(無向)可微分流多様体 N の上の自由

involution とし、 L を、 τ に関して invariant な N の正規部分多様体であって、ある equivariant map

$$g: (N, \tau) \longrightarrow (S^m, a)$$

に関して $L = g^{-1}(S^{m-1})$ が成り立ち、かつ g は S^{m-1} に関して t -regular になっているものとする。 $\hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^+(N, \tau)$ の各元 $[M, \mu, f]$ に対して、代表元 (M, μ, f) を、 f が L に関して t -regular であるように選び、 $V = f^{-1}(L)$ とする。

補題 3.1 (1) $\Delta [M, \mu, f] = [V, \mu|_V, f|_V]$ によって定義される写像 $\Delta: \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^+(N, \tau) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^-(L, \tau|_L)$

は、degree -1 の well-defined な Ω_* -準同型写像である。

(2) 同様にして、degree -1 の Ω_* -準同型写像

$$\Delta: \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^-(N, \tau) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{R}}^+(L, \tau|_L)$$

が定義される。

上の準同型写像を我々は Smith 準同型 と呼ぶ。

さて、 (X, τ) を位相空間 X 上の involution とする時、 X の suspension を EX で表わそう。すなわち、 $EX = I \times X / \{1\} \times X \cup \{-1\} \times X$; 但し $I = [-1, 1]$ 。次に、

$$\text{involution } E(\tau): EX \longrightarrow EX$$

を、 $E(\tau)[t, x] = [-t, \tau(x)]$ によ、て定義する。また、 $\hat{\Omega}_k^-(X, \tau)$ の元の代表元 (M, μ, f) をひとつ取、て、有向多様体 $\tilde{E}(M)$ を $\hat{E}(M) = I \times M / (1, x) \sim (1, \mu(x)), (-1, x) \sim (-1, \mu(x))$ によ、て定義し、自由 involution

$$\hat{E}(\mu) : \hat{E}(M) \longrightarrow \hat{E}(M)$$

を、 $\hat{E}(\mu)[t, x] = [-t, \mu(x)]$ と定義し、最後に、equivariant 写像 $\hat{E}(f) : (\hat{E}(M), \hat{E}(\mu)) \longrightarrow (EX, E(\tau))$

を、 f の suspension によ、て定義する。

補題 3. 2 $E([M, \mu, f]) = (\hat{E}(M), \hat{E}(\mu), \hat{E}(f))$ によ、て定義される写像

$$E : \hat{\Omega}_k^-(X, \tau) \longrightarrow \hat{\Omega}_k^+(EX, E(\tau))$$

は、well-defined な degree 1 の Ω_k -準同型写像であ、て、 (X, τ) が球面の anti-podal involution (S^{n-1}, a) の場合には、 $\Delta \circ E = \text{id}$ である。

定理 3. 3 (1) 次の列は split exact である； $(n \geq 1, k \geq 0)$

$$0 \rightarrow \Omega_k \xrightarrow{[Z_2]} \hat{\Omega}_k^+(S^n, a) \xleftarrow{E} \hat{\Omega}_{k-1}^-(S^{n-1}, a) \rightarrow 0$$

(2) 次の列は exact である； $(n \geq 1, k \geq 0)$

$$\Omega_k \xrightarrow{\times 2} \Omega_k \xrightarrow{[S^0, a]} \hat{\Omega}_k^-(S^n, a) \xrightarrow{\Delta} \hat{\Omega}_{k-1}^+(S^{n-1}, a) \xrightarrow{f} 2\Omega_{k-1} \rightarrow 0$$

但し、 $C_*[M, \mu, f] = [M/\mu]$, $\mathcal{P}[M, \mu, f] = [M]$ であり、compact Lie 群 Z_2 の自分自身の上への作用によって代表される $\Omega_*^+(S^0, a)$ および $\Omega_*^-(S^0, a)$ の元を、それぞれ $[Z_2, Z_2, id]$, $[S^0, a, id]$ で表わるとき、 $[Z_2]([M]) = i_*([M] \cdot [Z_2, Z_2, id])$ および、 $[S^0, a]([M]) = i_*([M] \cdot [S^0, a, id])$ で定義され、 i_* は自然な写像 $(S^0, a) \subset (S^n, a)$ から引き起こされる準同型写像である。

§4. $\hat{\Omega}_*^-(S^1, a)$ の決定

さて、 S^1 を絶対値1の複素数の集合と見て、写像

$$\hat{\mu}: (S^1 \times S^1 / a \times a, 1 \times a) \longrightarrow (S^1, a)$$

を、 $\hat{\mu}([z, z']) = z \cdot z'$ によって定義すると、これは well-defined で、定義 2.2 のように、 $\hat{\Omega}_*^-(S^1, a)$ は環構造をもつ。但し $\alpha(z) = -z$ である。

ここで、 $\mathcal{M} = Z_2[x_{2k-1}, x_{2k}; k \geq 2^i, (x_{2^i})^2]$ を、Wall [11] によって定義された \mathcal{M}_* の部分多項式環とすると次の定理が成り立つ。

定理 4.1 $\eta([M, \mu, f] = [M/\mu])$ によって定義される写像 $\eta: \hat{\Omega}_*^-(S^1, a) \longrightarrow \mathcal{M}_*$

は、Image $\eta = \mathcal{M}_*$ の上への環同型写像である。

上の定理は、定理3.3 および \mathcal{M}_* の定義から容易に証明される。

次に、 $\hat{\mathcal{Q}}_*(S^1, a)$ の生成元と関係を具体的に書き表わすために以下の記号を用意する。

定義4.2 (1) $\omega = (a_1, a_2, \dots, a_r)$ を、いずれの a_i も2の中乗ではなく、かつ a_i は互いに等しくない自然数の組 (partition) とし、すべてのこの様な partition 全体の集合を \mathcal{P} で表わす。また $|\omega| = r$ を ω の長さとする。

(2) 2つの partitions $\omega, \omega' \in \mathcal{P}$ に対して、 $\omega \cap \omega' \in \mathcal{P}$ により、 ω と ω' の共通集合 (intersection) を表わし、 $\omega \ominus \omega' \in \mathcal{P}$ により、対称差 (symmetric difference) を表わす。

(3) Partition $\omega = (a_1, a_2, \dots, a_r)$ に対して、 ω_i により ω から a_i を除いた partition を表わす。

定理4.3 (Wall [11]) (1) \mathcal{Q}_* の環構造は次の多項式環表示によつて表わされる。

$$0 \rightarrow \mathcal{I} [2g_\omega, \sum_i g_{a_i} g_{\omega_i}; |\omega| \geq 3, (\sum_i h_{\omega_i \cap \omega'} g_{a_i} g_{\omega_i \ominus \omega'}) - g_\omega g_{\omega'}] \xrightarrow{\kappa} \mathbb{Z} [h_{4k}; k \geq 0, g_\omega; \omega \in \mathcal{P}] \xrightarrow{\lambda} \mathcal{Q}_* \rightarrow 0,$$

但し、 $\mathbb{Z}[\dots]$ は整数環 \mathbb{Z} 上の多項式環、 $\mathcal{I}[\dots]$ は集合 $\{\dots\}$ によつて生成される ideal、 κ は自然な埋め込

み、 λ は商環への自然な全射である。(生成元 h_{4k} , f_ω については、c.f. [11])

(2) 上に与えた Ω_* の生成元は *irredundant* であり、関係式は独立である。

定義 4.4 各 $\omega \in \pi$ に対して $\hat{\Omega}_{2d(\omega)}^-(S^1, a)$ の元 W_ω を、 $W_\omega = \eta^{-1}(X_\omega)$ により定義する。但し、 $d(\omega)$ は ω の degree $a_1 + a_2 + \dots + a_r$ を表わし、 η は定理 4.1 で与えた同型、 X_ω は [11] で与えられた \mathcal{M}_* の元である。

定理 4.5 (1) $\hat{\Omega}_*^-(S^1, a)$ の Ω_* -加群としての構造は、次の Ω_* -自由加群表示により表わされる;

$$0 \rightarrow \Omega_* \{ 2[S^0, a], 2W_\omega, A_{\omega, \omega'}; \omega \neq \omega', B_\omega; |\omega| \geq 3, C_{\omega, \omega'} \}$$

$$\xrightarrow{i_*^{(1)}} \Omega_* \{ [S^0, a], W_\omega; \omega \in \pi \} \xrightarrow{j_*^{(1)}} \hat{\Omega}_*^-(S^1, a) \rightarrow 0,$$

但し、 $\Omega_* \{ \dots \}$ は自由 Ω_* -加群、 $\Omega_* \{ \dots \}$ は集合 $\{ \dots \}$ により生成される部分加群、 $i_*^{(1)}$ は自然な埋め込み、 $j_*^{(1)}$ は自然な全射を表わし、

$$A_{\omega, \omega'} = f_\omega W_{\omega'} + f_{\omega'} W_\omega - h_{\omega, \omega'} f_{\omega \oplus \omega'} [S^0, a],$$

$$B_\omega = \sum_i f_{a_i} W_{\omega_i} - f_\omega [S^0, a],$$

$$C_{\omega, \omega'} = \sum_i h_{\omega_i, \omega'} f_{a_i} W_{\omega_i \oplus \omega'} - f_\omega W_{\omega'}$$

と定義する。

(2) 上に与えた Ω_* -加群としての生成元は *irredundant* であり、関係は互いに独立である。

(3) 本節の最初に述べた $\hat{\Omega}_*^-(S^1, a)$ におけるポントリヤーギン積は次のようになっている。

(a) $[S^0, a]$ は積に関する単位元。

(b) $W_\omega W_{\omega'} = h_{\omega, \omega'} W_{\omega \oplus \omega'}$ で、特に、

$$W_\omega = W_{(a_1)} W_{(a_2)} \cdots W_{(a_r)} \quad (\text{但し } \omega = (a_1, a_2, \dots, a_r)).$$

証明は、定理 3.3 を用いて、定理 4.1 および 4.3 から導かれる。

§5. $\hat{\Omega}_*^+(S^n, a)$ および $\hat{\Omega}_*^-(S^n, a)$ ($n \geq 2$) の決定
identity 写像 $id: (S^n, a) \longrightarrow (S^n, a)$

によって代表される $\hat{\Omega}_n^+(S^n, a)$ または $\hat{\Omega}_n^-(S^n, a)$ の元を $[S^n, a]$ と書くことにし、また、自然な埋め込み

$$i: (S^n, a) \hookrightarrow (S^{n+k}, a)$$

から induce された準同型写像の像 $i_*(x)$ を、省略して x と表わす事にする。

定義 5.1 各 $n \geq 0$ に対して、 Ω_* -準同型写像

$$E^{2n}: \hat{\Omega}_*^-(S^1, a) \longrightarrow \hat{\Omega}_*^-(S^{2n+1}, a)$$

を $\hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^1, a)$ の元 α に対して、準同型写像

$$\hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^{2n}, a) \otimes_{\Omega_{\#}} \hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^1, a) \xrightarrow{\lambda} \hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^{2n} \times S^1 / \alpha \times a, \alpha \times 1)$$

$$\xrightarrow{(\theta \times id / \alpha \times a)_{\#}} \hat{\Omega}_{\#}^{-}(S_0^{2n} \times S^1 / \alpha \times a, \alpha \times 1) \xrightarrow{\hat{\mu}_{\#}} \hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^{2n+1}, a)$$

による $[S^{2n}, a] \otimes \alpha$ の像を対応させる写像として定義する。

但し、 λ は外積。 θ は $S^{2n} = \{(z_0, \dots, z_n) \in S^{2n+1}; z_n \text{ real}\}$ から $S_0^{2n} = \{(z_0, z_1, \dots, z_n) \in S^{2n+1}; z_0 \text{ real}\}$ への微分同型写像で $\theta(z_0, \dots, z_n) = (z_n, \dots, z_0)$ 、 $\hat{\mu}$ は

$$\mu: S^{2n+1} \times S^1 \longrightarrow S^{2n+1}$$

($\mu((z_0, \dots, z_n), z) = (z_0 z, \dots, z_n z)$) から引きおこされる連続写像である。

また、degree $2n+1$ の $\Omega_{\#}$ -準同型写像

$$E^{2n+1}: \hat{\Omega}_{\#}^{-}(S^1, a) \longrightarrow \hat{\Omega}_{\#}^{+}(S^{2n+2}, a)$$

を、 $E^{2n+1} = \Delta \circ E^{2n+2}$ によって定義する。

定理 5.2 (1) $\hat{\Omega}_{\#}^{+}(S^n, a)$ ($n \geq 0$) の $\Omega_{\#}$ -加群としての構造は、次の自由 $\Omega_{\#}$ -加群表示によって表わされる。

$$0 \rightarrow \Omega_{\#} \{ 2E^{2i+1}[S^0, a]; 2i+1 < n, 2E^{2i+1}W_{\omega}; 2i+1 < n, \}$$

$$\begin{aligned}
& E^{2i+1} A_{\omega, \omega'}; \omega \neq \omega', 2i+1 < n, E^{2i+1} B_{\omega}; |\omega| \geq 3, 2i+1 < n, \\
& E^{2i+1} C_{\omega, \omega'}; 2i+1 < n \} \xrightarrow{i_*^{(n)}} \Omega_* \{ [Z_2, Z_2], E^{2i+1} [S^0, a]; \\
& 2i+1 \leq n, E^{2i+1} W_{\omega}; \omega \in \pi, 2i+1 < n \} \xrightarrow{j_*^{(n)}} \hat{\Omega}_*^+ (S^n, a) \\
& \longrightarrow 0,
\end{aligned}$$

但し、記号は定理4.5における場合と同様である。上に与えた生成元は *irredundant* で、関係式は互いに独立である。

(2) $\hat{\Omega}_*^-(S^n, a)$ ($n \geq 0$) についてもまったく同様で、上の $2i+1$ をすべて $2i$ に置き換えればよい。

(3) $\hat{\Omega}_*^+(Z_2) \cong \hat{\Omega}_*^+(S^\infty, a)$ および $\hat{\Omega}_*^-(Z_2) \cong \hat{\Omega}_*^-(S^\infty, a)$ の構造は、(1)および(2)の表現における n に関する条件を削除して得られる表現によって表わされる。(Direct Limit)

§6. $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ および $\hat{\Omega}_*^-(Z_2)$ における積

前節までの結果と、Uchida [9] の結果をあわせて、次の定理を得る。

定理 6.1 $\hat{\Omega}_*^-(Z_2)$ は、ポントリヤーギン積に関して結合的な可換 Ω_* -多元環をなし、その極少の生成集合は、
 $\{ [S^0, a], [S^{2^i}, a]; i \geq 1, W(k); k \neq 2^i \}$ で与えられる。
 Product formulae として、

$$(1) W_{\omega} W_{\omega'} = h_{\omega, \omega'} W_{\omega \oplus \omega'}$$

$$(2) E^{2n} W_{\omega} = [S^{2n}, a] \cdot W_{\omega}$$

が成り立つ。

$\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ における積についても類似の結果が得られるが、ここでは省略する。

§7. 奇数周期および複素多様体の場合

$$T_{(m)} : S^{2n+1} \longrightarrow S^{2n+1}$$

を $T_{(m)}(z_0, \dots, z_n) = (\lambda_{(m)} z_0, \dots, \lambda_{(m)} z_n)$ により定義する。但し $\lambda_{(m)} = \exp(2\pi i/m)$; $m \geq 2$ 。

$U_*(S^{2n+1}, T_{(m)})$ および $\Omega_*(S^{2n+1}, T_{(p)})$ (p ; odd ≥ 3) に関して、定理 3.3 と類似の exact 列が得られ、それにより定理 5.2 と類似した構造定理を得る。定理 5.2 の中に現われた関係 (relations) は Wall による Ω_* の中の関係 (定理 4.3) の直接的反映であったが、本節の場合は、複素コホモロジーにおける Misčenko の関係式 ([8]) の直接的反映としてコホモロジー加群における関係式が現われて来る。この事実は Kamata [5] により発見された。詳細は略す。

§8. Equivariant 写像への応用

前節の結果を応用すると、複素コホモロジー理論における特性類を使って、レンズ空間から球面への equivariant 写像についての、ある種の結果がえられるが、これは、Vick が [10] において K^* - および K_* -理論を用いて得た結果の一般化になっている。詳細は省略する。

引用文献

- [1] P.E. Conner & E.E. Floyd, Differentiable Periodic Maps, Springer-Verlag, Berlin, 1964
- [2] ———, Periodic maps which preserves a complex structure, Bull. Amer. Math. Soc., 70 (1964)
- [3] T. tom Dieck, Bordism of G -manifolds and integrality theorems, Preprint, Aarhus Univ.
- [4] C.H. Giffen, Weakly complex involutions and cobordism of projective spaces, Ann. of Math., 90 (1969)
- [5] M. Kamata, The structure of the bordism group $U_*(B\mathbb{Z}_p)$, Osaka J. Math., 7 (1970)
- [6] K. Komiya, Oriented bordism and involutions, Osaka J. Math., to appear
- [7] R.E. Stong, Bordism and involutions, Ann. of Math., 90 (1969)

- [8] S. P. Novikov, Methods of algebraic topology from the view point of cobordism theories, *Izv. Acad. Nauk S.S.S.R., Seria Matematicheskaja* 31 (1967), (*Math. U.S.S.R. Izv.* 1 (1967))
- [9] F. Uchida, Bordism algebra of involutions, *Proc Japan Acad.* 46 (1970)
- [10] J. W. Vick, An application of K-theory to equivariant maps, *Bull. Amer. Math. Soc.* 75 (1969)
- [11] C. T. C. Wall, Determination of the cobordism ring, *Ann. Math.*, 72 (1960)
- [12] C.-M. Wu, Bordism and maps of odd prime period, *Osaka J. Math.*, to appear