

## 二円柱まわりの低レイノルズ数 の流れの実験

和歌山高専 中川 生一  
阪府大 工 肥田 金三

### §1. さえがき

無限に広い定常な粘性流体中におかれた二円柱に作用する力は、藤川<sup>1),2),3)</sup>桑原<sup>4)</sup>によりたがいに独立して理論的に計算され、これに対する実験的研究としては、種子田<sup>5)</sup>によって等しい二円柱が流れに直角に配列されたときの揚力が測定され、理論計算と良い一致を示すことが明らかにされた。しかし二円柱が流れに対して色々な配列にあるときの揚力、抗力などについての実験研究は未だ行なわれていない。従って本研究は先ず軸を平行にした等しい二円柱を流れに平行、および、流れに直角に配列した場合、直径の異なる二円柱を用いた場合について、その二円柱軸間隔を一定に保ちながら定速度で動かし、各円柱に作用する抗力を ランプと尺度の方法を用いて測定した。また、此の実験では避けられない壁の影響と、円柱端面の影響を調べるため平行平面壁の間隔を

変えたときの単円柱、および二円柱に作用する抗力、単円柱の浸液長を一定に保ち、円柱端面と水槽底面との隙間を種々に変えたときの抗力測定を同じ Reynolds 数範囲で行なった。

## §2. 実験装置および測定方法

実験装置は種子田が種々の柱状物体の受ける力に対する壁効果の測定に用いた方法<sup>6)</sup>の一部を改良して行なった。装置の概要は図1. に示される。

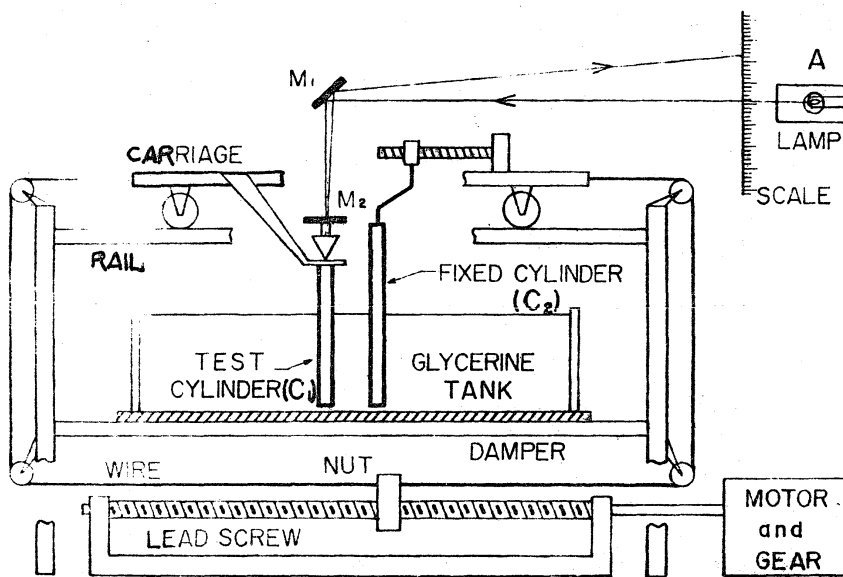


図1. 実験装置の概要図.

長さ60cm, 幅25cm, 深さ16cmのガラスタンクにグリセリンを満たし其の上をナイフエッジを持つ振り型試験円柱C<sub>1</sub>および縦横自由な微動装置に鉛直にセットされたダミー円柱

$C_2$ を装着した台車が水平なレール上を、独立な基礎を持つリードスクリューに噛み合わされたナットに結びつけたワイヤーによって極めて一様に動かされる。リードスクリューを回転するため200-Wattの交流モーターが用いられ、台車速度は歯車装置により $1\text{ cm/s}$ , より $10^{-3}\text{ cm/s}$ , の範囲に変化させることが出来るほか、進行方向も変えられる。試験円柱は等しい二円柱実験の場合、直径 $9\text{ mm}$ , 長さ $20\text{ cm}$ , 直径の異なる二円柱実験の場合は、直径 $6\text{ mm}$ , 長さ $20\text{ cm}$ , のアルミニウム棒を用い、グリセリンタンク中に正確に鉛直にかけられ、水槽底面より $1\text{ mm}$ , 離れた状態にセットした。台車を一定速度で動かすと試験円柱に力が作用して円柱が傾く、この傾きは数秒間で一定となる。この傾き角を図2. に示すようなランプ・スケール法を用いて測定した。

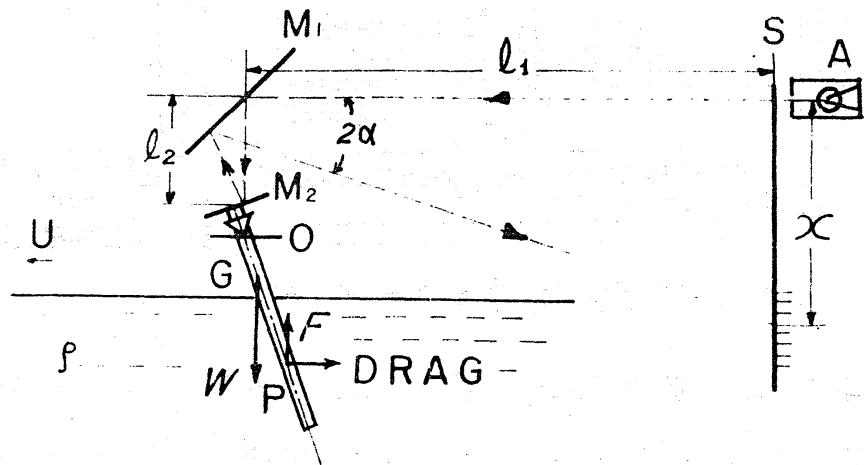


図2. ランプ・スケール法

ランプ A からの光線がスリットを通して図の様に進み試験円柱がスケール面 S から定められた距離 ( $l_1 + l_2 = 140 \text{ cm}$ ) の点を通過する時、スケール面上に投影される像の移動幅  $\alpha$  を読みとることにより試験円柱の鉛直 (静止時) に対する傾きが分かる。ナイフエッジの方向が台車の運動方向と正確に直交しておれば、試験円柱に作用する抗力のみが測定出来、支点 O に関するモーメントの釣合いから抵抗係数  $C_D$  は次式により与えられる。

$$C_D = (W \cdot \overline{OG} / \overline{OP} - F) \cdot \tan \alpha / \rho U^2 s a.$$

ただし  $\tan(2\alpha) = \alpha / l_1 + l_2.$

ここで O : ナイフエッジの先端,

G : 振り型試験円柱の重心,

P : 着力点,

W : 振り型試験円柱の重さ,

F : 試験円柱に作用する浮力,

$\rho$  : グリセリン密度,

U : 台車速度,

s : 試験円柱の浸流長さ,

a : 試験円柱の半径,

### § 3. 実験結果および考察.

#### 3.1. 等しい二円柱の場合.

等しい二円柱を流れの方向、水槽中心線上に一列に並び、円柱軸間距離の円柱半径に対する比  $h/a$  を 20, 10, 5 の各値に保ち、一定速度  $U$  で動かしたとき試験円柱  $C_1$  がガミー円柱  $C_2$  の前にあるときの抵抗係数  $C_{D,f} \left\{ = D / \frac{1}{2} \rho U^2 (2a) \right\}$

および、ガミー円柱  $C_2$  の後にあるときの抵抗係数  $C_{D,r}$  の値を円柱直径を長さの基準として定義した Reynolds 数 ( $Re = 2Ua/\nu$ ,  $\nu$ : グリセリン動粘性係数) が  $3 \times 10^4$  から  $6.4 \times 10^3$  にわたる範囲で測定した結果を図 3, 4 に示す。図にはまた無限に広い流体中に無限に長い二円柱が置かれたときの藤川の理論式<sup>2)</sup>より計算した値を示してある。(次頁参照)

実験結果と理論曲線のやい大きい喰い違いは、有限幅の水槽を用いたことによる壁効果、および有限長さの円柱を用いたことによる端効果に基づくものと考えられるが両者の曲線はほとんど平行、すなわち両者の抵抗係数の比が  $Re$  数の如何によらずほぼ一定で、およそ 2 になっている。また、後円柱の抵抗係数  $C_{D,r}$  の測定値の  $h/a$  に基づく間隔が、前円柱の抵抗係数  $C_{D,f}$  の場合より広いのは後円柱のときの方が、壁効果がより強く効いているためと思われる。

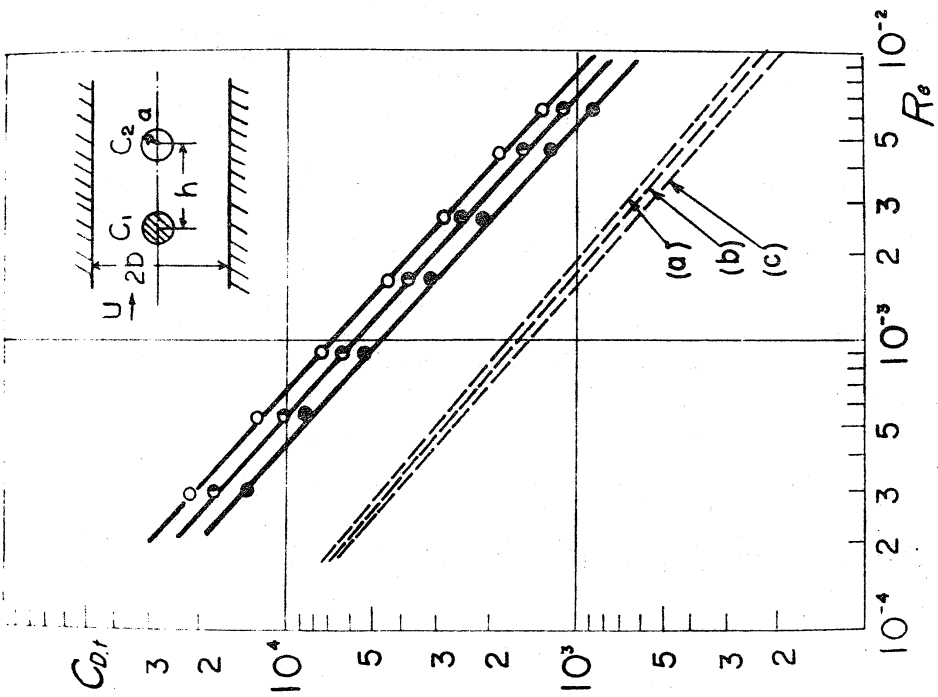


圖3. 前円柱( $C_1$ ) 抵抗係数 ( $b/a=27.8$ )  
 $h/a$  (○: 20, ●: 10, ●: 5.)  
 ----- 理論計算値 ( $R_{d,2}$ ) ( $b/a=∞$ )  
 (a)  $h/a=20$ , (b)  $=10$ , (c)  $=5$ .

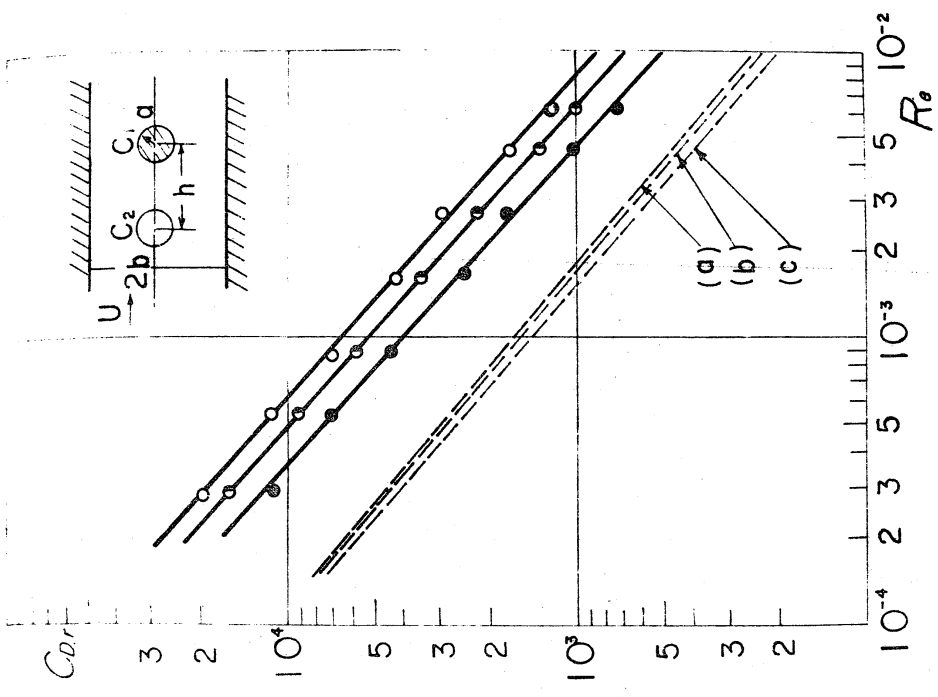


圖4. 後円柱( $C_2$ ) 抵抗係数 ( $b/a=27.8$ )  
 $h/a$  (○: 20, ●: 10, ●: 5.)  
 ----- 理論計算値 ( $R_{d,2}$ ) ( $b/a=∞$ )  
 (a)  $h/a=20$ , (b)  $=10$ , (c)  $=5$ .

次に二円柱の  $h/a$  が 5, 10, 20 の場合について、前後両円柱の受ける抵抗係数の比  $C_{D,f}/C_{D,r}$  の  $Re$  数に対する関係を、無限に広い流体中におかれた場合の藤川の式<sup>2)</sup>による値と共に図5. に示す。理論式

によると  $h/a$  のいずれの値に対しても  $Re$  数が  $10^4$  附近では  $C_{D,f}/C_{D,r}$  の値は 1 となるが、実験では  $Re$  数が小さくなるにつれてこの比は 1 よりわずかに大きい一定値に近づく、すなわち  $h/a = 5, 10, 20$  に対し  $C_{D,f}/C_{D,r} \doteq 1.20, 1.10, 1.05$  となることが分かる。

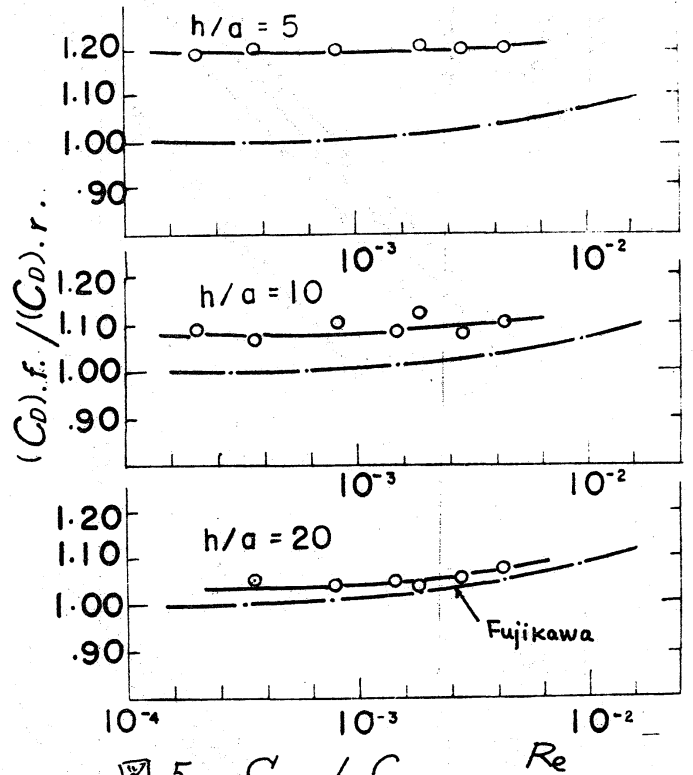


図5.  $C_{D,f}/C_{D,r}$   $Re$   
 ○: 実験値 ( $b/a=27.8$ )  
 -----: 理論値 (Fujikawa) ( $b/a=\infty$ )

図3, 4, 5より  $h/a$  の  $C_D$  に及ぼす影響は壁のない場合に比べて、壁のある場合の方が大きく現われることが分かった。

次に等しい二円柱が流れに直角に配列され、水槽中心線に対して互に対称な位置にあるときの抵抗係数を図6. に示す。理論計算によると実験を行なった  $Re$  数範囲では抵抗係数は、二円柱を流れに平行に並べて置いたときとほとんど同じで、(僅かに大きい) あるが、実験では円柱が壁に近づくことによる壁効果のためにより大きい抵抗係数が得られた。

また、二円柱の軸間距離が大きくなるに従って二円柱間の干渉は小さくなるが、各円柱が壁に近づくために、単円柱が壁の近くにおかれた場合に近づくと考えられる。(次頁参照)

### 3.2. 半径の異なる二円柱の場合

半径の異なる二円柱についての流れに対する配列を、半径の等しい二円柱の場合と同じにしたときの測定を行なった。試験円柱  $C_1$  の半径  $a$  と、ダミー円柱  $C_2$  の半径  $a^*$  の比  $a^*/a$  が 0.5, および 2.0 について、 $h/a$  を 10 に保ち、 $\omega = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  の各場合に試験円柱  $C_1$  が受ける抗力を測定した結果を図7. に示す。 $\omega$  の値の如何によらず  $a^*/a = 2.0$  の方が抵抗係数は小さく理論計算の結果<sup>2)</sup> と同じ傾向を示す。しかし、等円柱の場合と同様、円柱の配置によって円柱と壁との距離が変わるので無限に広い流体中の理論結果と直接の比較はむづかしい。



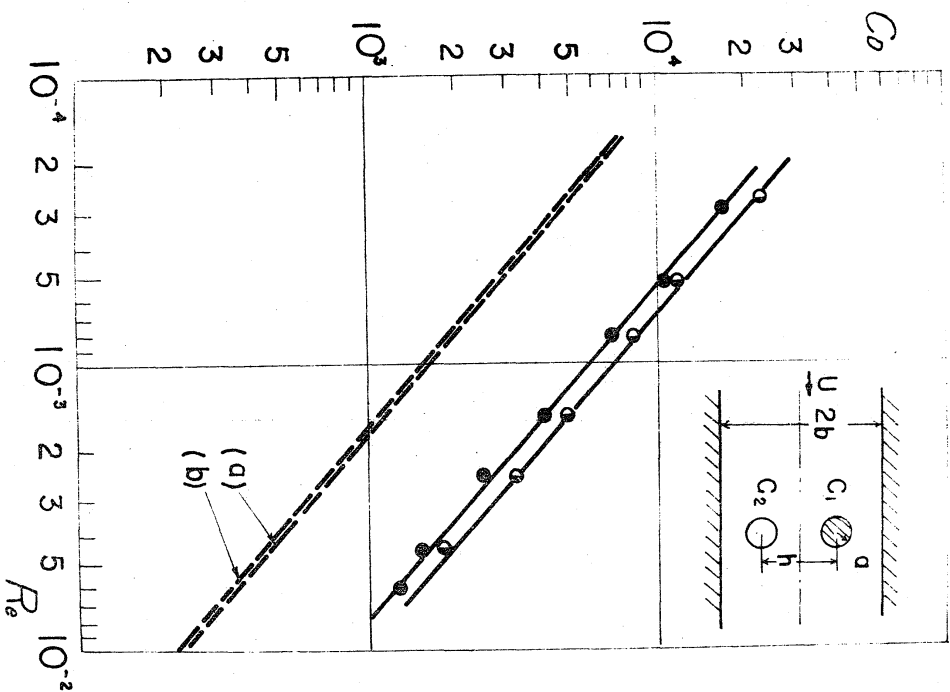


图6. 円柱  $C_1$  の抵抗係数 ( $b/a = 27.8$ )  
 $h/a$  (●: 10, ○: 5)  
 ----- 理論値 ( $b/a = \infty$ ) (Ref. 2)  
 (a)  $h/a = 10$ , (b)  $h/a = 5$ .

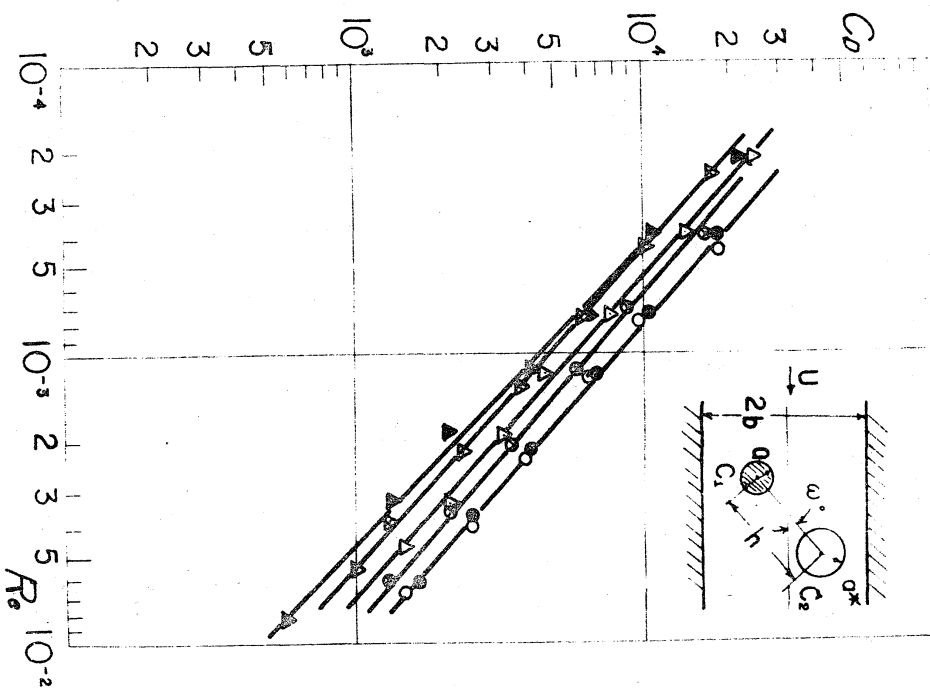


图7. 半径の異なる円柱の抵抗係数  
 $h/a = 10$ ,  $b/h = 1.39$ ,  $a = \text{一定}$ .  
 $\alpha/a = 0.5$ ,  $\omega$  (○:  $90^\circ$ , ●:  $0^\circ$ , ⊗:  $180^\circ$ )  
 $\alpha/a = 2.0$ ,  $\omega$  (▲:  $90^\circ$ , △:  $0^\circ$ , ▴:  $180^\circ$ )

3.3. 壁効果と端効果の補正

二円柱の実験結果に対する壁効果, および, 円柱端面効果を評価するために水槽の平行な壁の中心線に沿って一本の円柱だけを動かしたときの抵抗係数  $C_D$  を二円柱の場合と同じ  $Re$  数範囲で測定し, 無限に広い領域中の単円柱に対するよく知られた Lamb の式から計算した曲線 (a) と, 壁効果に対する

高石の理論式<sup>8)</sup>より求めた曲線, と共に図.8. に示した。高石の理論式よりの曲線 (b) と実験値の食い違いは円柱底面と水槽底面との間に隙間のあるためと考えられ, この端効果は  $C_D$  を増しその増し高は  $Re$  数が大きくなる程わづかに大きくなっている。壁効果と端効果の両者を含んだ実験値は, 曲線 (a) とほぼ平行で  $Re$  数の如何

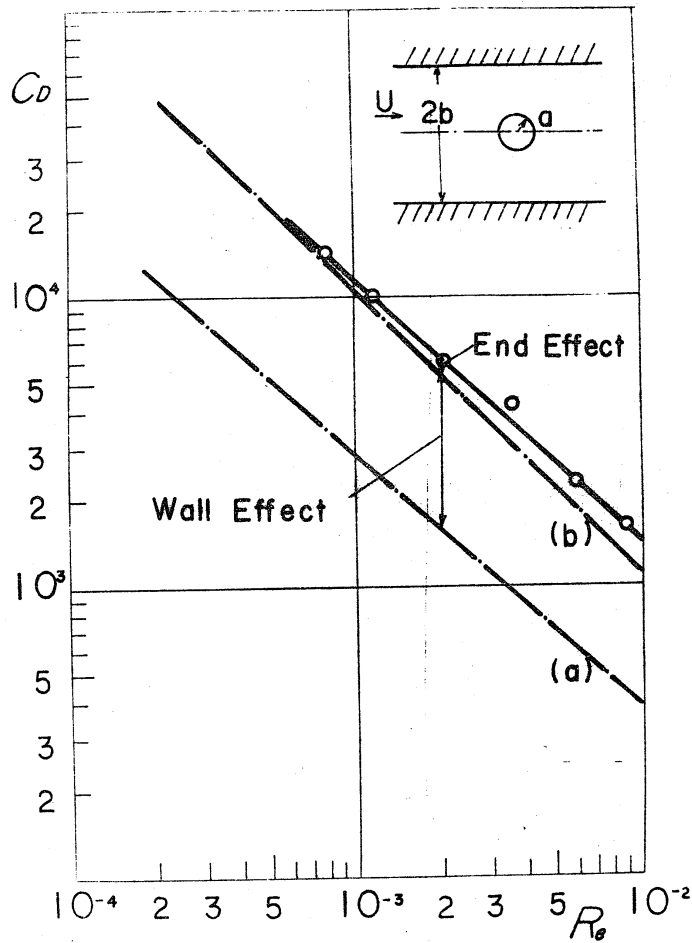


図 8. 壁効果と端効果の補正  
 ○: 単円柱実験結果 ( $b/a = 27.8$ )  
 (a) Lamb (Ref. 7), (b) Takaisi (Ref. 8).

によらず Lamb の理論値の約4倍となっている。

二円柱の場合の図3, 4の実験値と理論値との差は,  $h/a$  が20のときは単円柱の場合と良く一致しており,  $h/a$  が10, 5のときはやや小さくなっている。

### 3.4. 壁効果

平行壁面間隔 ( $2b$ ), と円柱直径 ( $2a$ ), の比を色々に変えた場合の壁効果を調べるために,  $a$ 一定で  $b$  を変化させ, 円柱の受ける抗力を測定した。図9. は単円柱の実験結果を示し  
 図10. は等しい二円柱を  $h/a = 10$ , に保ち流れに平行に置いたときの前円柱  $C_1$  の抵抗係数  $C_D$  を示す。(次頁参照)

両図にはまた, 壁の無い場合 ( $b/a = \infty$ ), の理論値  $C_{D0}$ , (単円柱については Lamb<sup>21)</sup>, 二円柱については藤川<sup>22)</sup>) が比較のために示されている。

各曲線はたがいにはほぼ平行で抵抗係数  $C_D$  の比は  $Re$  数に無関係とみなされる。

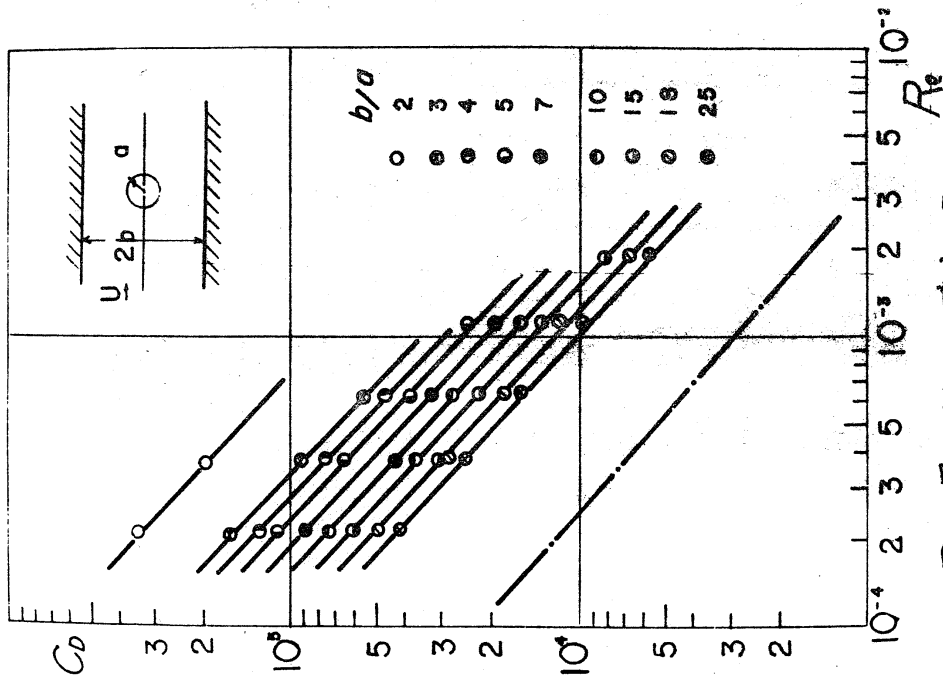


図9. 単円柱の壁効果

— Lamb ( $b/a = \infty$ ) (Ref.7)

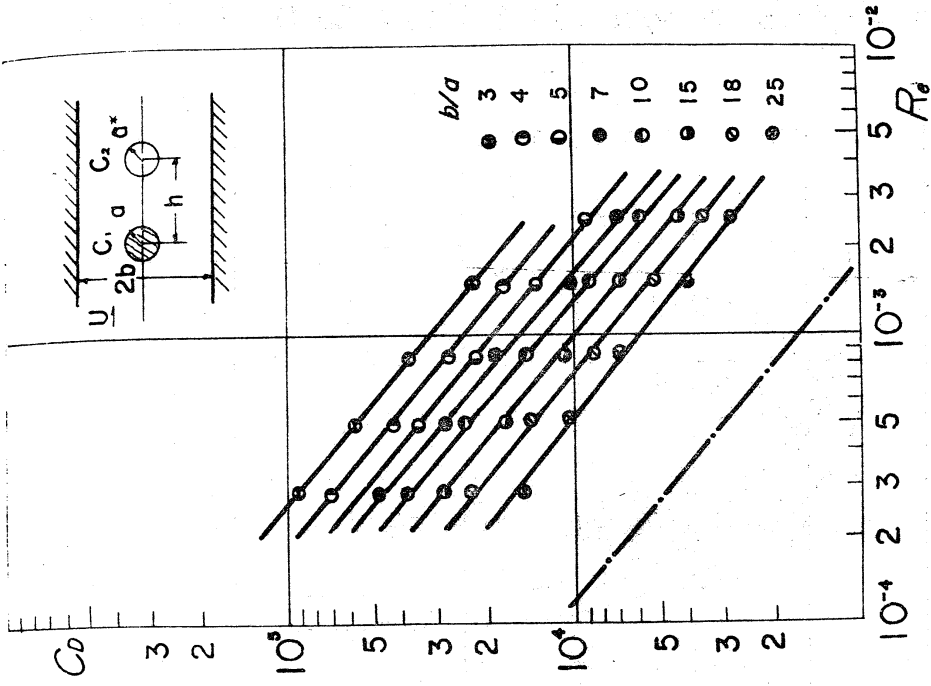


図10. 二円柱の壁効果

—  $h/a = 10$ .  
- · - Fuji Kawa ( $b/a = \infty$ ) (Ref.2)

次に、 $h/a = 10, 5$ にした二円柱の場合と、単円柱の場合についての  $C_D/C_{D0}$  の  $b/a$  に対する値を図 11. に示した。

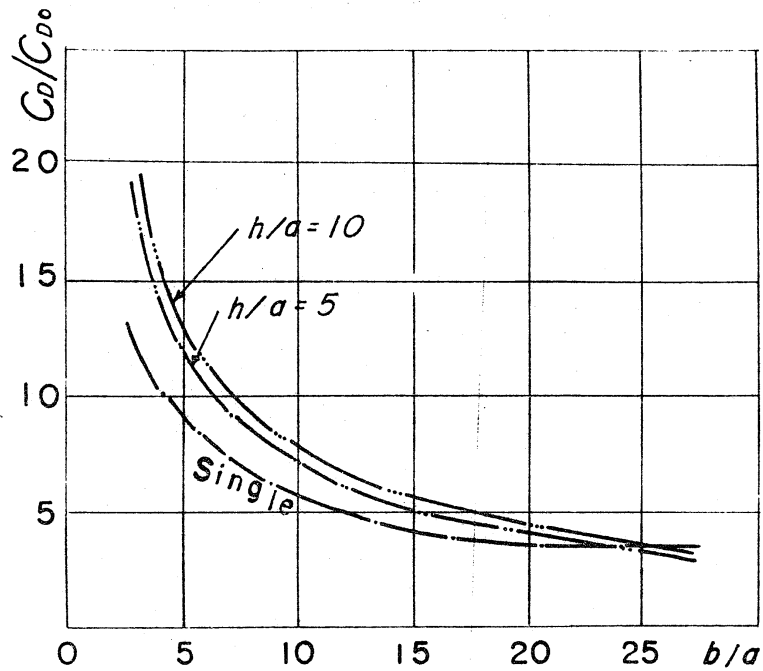


図 11.  $C_D/C_{D0}$  の  $b/a$  に対する値.

二円柱のとき  $h/a \rightarrow \infty$  とすると当然単円柱の場合となるが、この実験結果によると、二円柱における  $h/a$  を 10, 5, ……と順次小さくするに従って及ぼされる壁効果は再び、次第に単円柱の場合に近づくことが分かった。

## 3.5. 端効果

円柱の液中にある部分の長さが有限であることや、水槽底面との間に隙間のあることによる端効果は抵抗を増やすことが分かったが、これに対する実験研究として単円柱の浸液長さを一定に保ち、円柱端面と水槽底面との距離 $\delta$ を変化させたときに円柱の受ける抗力を、 $Re$ 数が $1.159 \times 10^{-3}$ ,  $3.516 \times 10^{-3}$ ,  $1.040 \times 10^{-2}$ の三通り

について測定した結果を図12. に示す。いずれの場合も $\delta$ が小さいとき $C_D$ は大きいですが、円柱の半径程度になると、ほぼ一定となることが分かる。種子田の実験<sup>6)</sup>では $Re$ 数の範囲が1桁小さいが、端効果は抵抗を減らす様に効いており、且つ $Re$ 数に無関係である。このことは一般に端面が水槽底面に近づくとも抵抗を増す

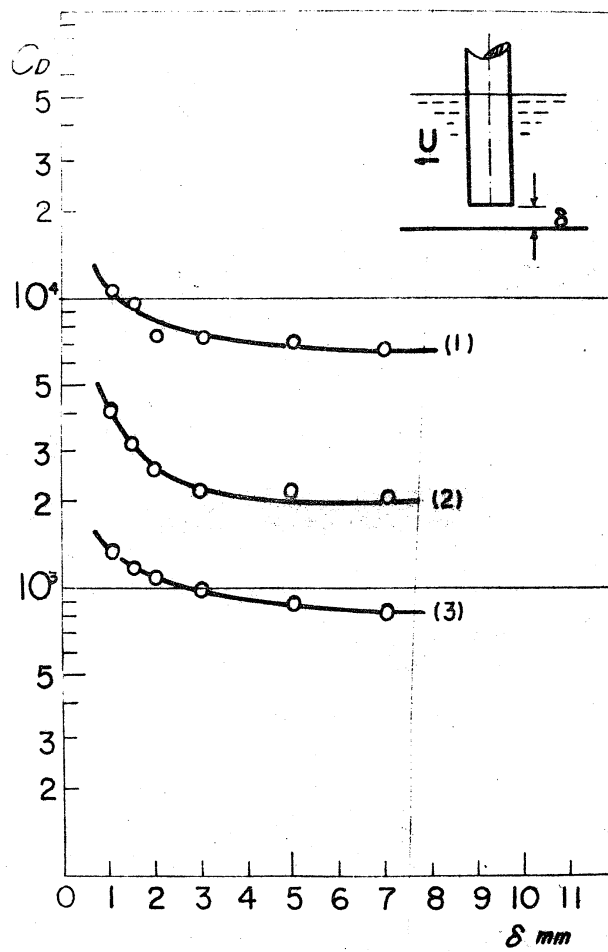


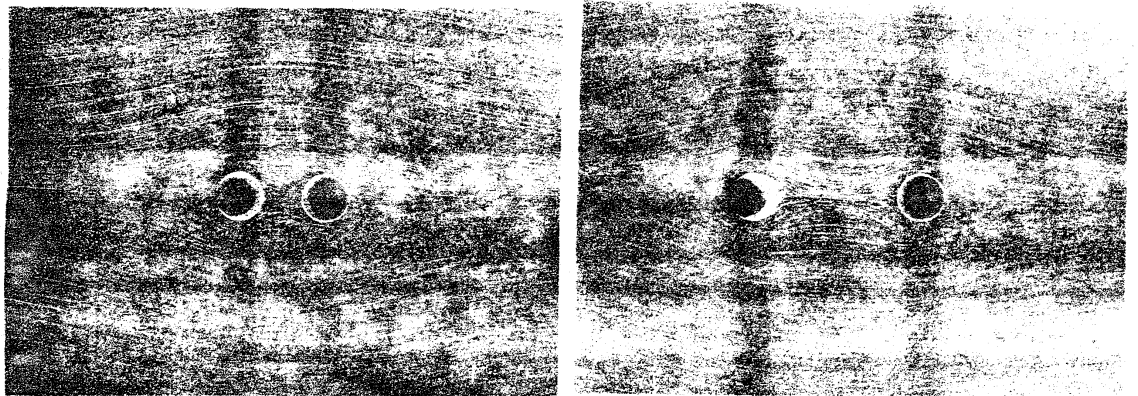
図12. 円柱の端効果

- (1)  $Re = 1.159 \times 10^{-3}$ , (2)  $= 3.516 \times 10^{-3}$ ,  
 (3)  $= 1.040 \times 10^{-2}$ .

が、底面から離れると円柱下端附近の流れが三次元性を帯びて表面の速度が減り抵抗をへらすためと考えられる。

### 3.6. 流線写真

3.1 に述べた等しい二円柱の実験において  $Re$  数が  $3.33 \times 10^{-3}$  で、 $h/a = 5, 10$  に変えた場合の円柱まわりの流線撮影を、アルミニウム粉末を用いて行なった結果を図.13. に示す。両円柱の受ける抗力の比は図5. に示したように、 $h/a$  が10のときの方が  $h/a = 5$  のときにくらべて1に近い値をとることが、この流線図からも予想される。



(a)  $h/a = 5, b/a = 27.8.$

(b)  $h/a = 10, b/a = 27.8.$

図13. 等しい二円柱まわりの流線。

$$Re = 3.33 \times 10^{-3}$$

最後に本研究を行なうにあたり有益な御助言をいただいた神戸商船大学藤川裕臣教授、九州大学応用力学研究所種子田定俊教授、に厚く御礼申し上げます。

## 文 献

- 1) H. Fujikawa : J. Phys. Soc. Japan **11** (1956) 558.
- 2) H. Fujikawa : J. Phys. Soc. Japan **11** (1956) 690.
- 3) H. Fujikawa : J. Phys. Soc. Japan **12** (1957) 423.
- 4) S. Kuwabara : J. Phys. Soc. Japan **12** (1957) 291.
- 5) S. Tameda : J. Phys. Soc. Japan **12** (1957) 419.
- 6) S. Tameda : J. Phys. Soc. Japan **19** (1964) 1024.
- 7) H. Lamb : *Hydrodynamics* (Cambridge Univ., 1932)  
6th ed., p. 616.
- 8) Y. Takaisi : J. Phys. Soc. Japan **10** (1955) 685.