数理解析研究所講究録
第142巻 1972年 93-117

Local Dynamical Systems and Their Isomorphisms

神戸大理 浦 太郎

§0. 序

この講演の目的は local dynamical systems (local systems と略称) について得られた結果を, category theory の見地から, 述べることである. 述べられるべき結果は, 勿論この見地から意味を持つものに限定されるが, 特にここでは私のグループ 木村郁雄, 江川治朗, O. Hájek, D.H. Carlson, R.C. McCann, 池上宜弘 によって得られたものと, それに関連したものとに限定する.

Local systems の意味は後にのべる. まず categories について説明する.

一つの category C は 二つの classes, $\mathrm{Obj}\,C$ と $\mathrm{Mor}\,C$ とから構成される.

$$\mathrm{Mor}\ C = \sum \{ H_C(A,B) \mid A, B \in \mathrm{Obj}\,C \}$$

と直和に分解される.

$f \in H_C(A, B)$ のとき $A = Df$ を f の domain $B = Rf$ を f の range という, また $f: A \to B$ ともかく,

$$H_C(A, B) \times H_C(B, C) \longrightarrow H_C(A, C)$$

が定義され $(f, g) \longmapsto g \circ f$ と書かれる.

(C 1) $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

(C 2) $\forall A \in \mathrm{Obj}\, C$, $\exists i_A \in H_C(A, A) \ni$

$\forall f \in H_C(A, B)$ $f \circ i_A = f$

$\forall g \in H_C(B, A)$ $i_A \circ g = g$.

この要素 i_A を identity of A という.

$\mathrm{Obj}\, C$ の要素を object, $\mathrm{Mor}\, C$ の要素を morphism という.

定義 $f \in H_C(A, B)$ が isomorphism である $\overset{d}{\Longleftrightarrow}$

$\exists g \in H_C(B, A)$, $g \circ f = i_A$, $f \circ g = i_B$

この g を f^{-1} とかく.

$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ を二つの categories とする. T が $\mathcal{A} \to \mathcal{B}$ の functor であるとは, T は

$\mathrm{Obj}\, \mathcal{A} \to \mathrm{Obj}\, \mathcal{B}$ なる一つの写像

$(A(\in \mathrm{Obj}\,\mathcal{A}) \longmapsto B(\in \mathrm{Obj}\,\mathcal{B}) = T(A)$とかく$)$

と，すべての pair $A_1, A_2 \in \mathcal{A}$ に対する写像

$$H_{\mathcal{A}}(A_1, A_2) \longrightarrow H_{\mathcal{B}}(T(A_1), T(A_2))$$

$$\left(f(\in H_{\mathcal{A}}(A_1, A_2)) \longmapsto g\ (\in H_{\mathcal{B}}(T(A_1), T(A_2)) = T(g)) \right)$$

とからなりたち

(T1) $f \in H_A(A_1, A_2)$, $g \in H_A(A_2, A_3)$

$$\Rightarrow \quad T(g \circ f) = T(g) \circ T(f)$$

(T2) ${}^{\forall}A \in \mathrm{Obj}\,\mathcal{A}$, $T(i_A) = i_{T(A)}$

が成立することである．

(Covariant functor ともいう)

$\mathcal{A}, \mathcal{A}'$ を二つの categories とする．

$\mathrm{Obj}\,\mathcal{A}' \subset \mathrm{Obj}\,\mathcal{A}$, $\mathrm{Mor}\,\mathcal{A}' \subset \mathrm{Mor}\,\mathcal{A}$

なるとき，これによって定義される inclusion maps が functor $\mathcal{A}' \longrightarrow \mathcal{A}$ であるとき，$\mathcal{A}'$ は $\mathcal{A}$ の subcategory であるという．

Dynamical systems の categorical な取扱を，はっきりと提唱したのは Hajek [16] が最初であると思う．勿論それ以前にも実質的に categorical な取扱がな

されているが（［5］参照），意識的にこの立場から，結果を出したのは Ura［27］が最初であると思う．

Local Systems を categorical に取扱うに当って，まず，第一に問題になるのは，如何なる morphisms を考えるかということである．ここでは数種類の morphisms を導入して，それに応じた categories の間の functors の議論を行なう．第二は導入された categories が応用上どんな意味をもつかを示すことである．最後にある sub-categories に対して universal object の存在の問題を解決する．

さきに数種類の morphisms を考えると述べたが，ここでは特殊な monomorphisms（ある意味で embeddings）のみに議論は限定される．本質的には isomorphisms を出ていないが，universal objects の理論のためには embeddings 迄の拡張は是非必要である．

§1. Local Dynamical Systems

定義　(X, D, π) が local (dynamical) system である，または，π は D を定義域とする相空間 X の上の loc. dyn. syst. である $\overset{d}{\Longleftrightarrow}$

X：位相空間

$$D = \bigcup_{x\in X} \{x\}\times I_x, \qquad I_x\ (\ni 0)\ \text{区間}$$

（Dの位相は $X\times R$ の subspace 位相）

(LD, −1)　$\forall x\in X$, I_x は open interval $(=(a_x, b_x))$,

(LD, 0)　D は open in $X\times R$.

(LD, 1)　$\forall x\in X$, $\pi(x,0)=x$

(LD, 2)　$(x,t)\in D$, $(x,t+s)\in D$, $(\pi(x,t),s)\in D$

$$\Rightarrow \pi(\pi(x,t),s) = \pi(x,t+s).$$

(LD, 3)　π は continuous in D.

(LD, 4)　$x\in X$, $b_x<\infty \Rightarrow L^+(x)=\phi$

$$a_x>-\infty \Rightarrow L^-(x)=\phi$$

ただし, $L^+(x)$ は $t\uparrow b_x$ に沿った写像 $\pi(x,\cdot)$ の cluster set である.

$D=X\times R$ のときは古典的な dynamical system である。ここでは, global (dynamical) system という　したがって global system は local syst. の特別の場合である。　$D\neq X\times R$ の時, 特に $\neq$ を強調するときには, strictly local という.

歴史的には local system は autonomous syst of diff. equations の abstraction である.　しかし

最近では nonautonomous systems にも応用をもつこと [27]，さらに極めて一般的な Volterra 型方程式にも応用を持つことが示された [24], [3]. 特にこの場合に注意したいことは，phase space X が nonmetrizable であることである.

——

(X, D, π) を local system とする. $M \subset X$ とする. $x \in M$ に対して $\pi(x, I'_x) \subset M$ なるような，最大な区間 I'_x が存在する.

$$D_M = \bigcup_{x \in M} \{x\} \times I'_x$$

とおく. $\pi|_{D_M}$ を $\pi\|_M$ とかく. $(M, D_M, \pi\|_M)$ は一般には (LD) を満たすかどうかわからない.

定義 $M \subset X$ に対し $(M, D_M, \pi\|_M)$ が local system になる場合，M は admissible であるという.

定義 $\phi \neq M \subset X$ のとき，$\forall x \in M$, $\pi(x, I_x) \subset M$

$\overset{d}{\Longleftrightarrow}$ M. quasi-invariant

M. quasi-inv. $\forall x \in M$, $I_x = R \Leftrightarrow M$ inv.

定理 $M \subset X$,

M open または M quasi-inv $\Rightarrow$ M. admissible

定義　Self intersecting points　($\mathcal{P} = \mathcal{P}_\pi$)
　　　Singular points　($\mathcal{S} = \mathcal{S}_\pi$)

(省略)

§2. Morphisms of Local Systems

(X, D, π)　(Y, E, ρ) を二つの local systems とする。$E = \bigcup_{y \in Y} \{y\} \times I_y$,　$I_y = (c_y, d_y) \ni 0$

と notation をきめておこう。

一般に (X, D, π) に対して、$x \in X$ に対して

$$C_\pi(x) = \pi(x, I_x)$$

を x の orbit という。

$$C_\pi : X \longrightarrow 2^X$$

である

定義　$h : X \longrightarrow Y$ homeomorphism

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{h} & Y \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2^X & \xrightarrow{h} & 2^Y \end{array}$$ commutes

$\overset{d}{\Longleftrightarrow}$　$h : \pi \to \rho$　N.S-isomorphism.

定理　N.S-isomorphisms は category theory の意味で <u>isomorphism</u> である。

一般に $h : X \longrightarrow Y$ map

$\varphi : R \longrightarrow R$ map

または一般に $\varphi : X \times R \longrightarrow R$ map

のとき (h, φ) で

$$(x, t) \longmapsto (h(x), \varphi(x, t))$$

によって定義される map $X \times R \longrightarrow Y \times R$

を表わすことにする。

まず global systems (X, π), (Y, ρ) を考える

$$\begin{tikzcd}
X \times R \arrow[r, "{(h,\varphi)}"] \arrow[d, "\pi"] & Y \times R \arrow[d, "\rho"] \\
X \arrow[r, "h"] & Y
\end{tikzcd}$$

commutes という条件下で、次の様に定義を与える。

$h : X \longrightarrow Y$

は常に homeomorphism とする

(h, φ) : type 0-iso

$\overset{d}{\Longleftrightarrow}$ $\varphi : R \to R$ は R を continuous field とみたときの isomorphism

$(\Leftrightarrow \varphi(t) = t)$

(h, φ) : type 1-iso

$\overset{d}{\Longleftrightarrow}$ φ $R \to R$ は R を continuous ~~field~~ group とみたときの isomorphism

$(\Leftrightarrow \quad {}^\exists c \neq 0, \quad \varphi(t) = ct \ )$

$(h.\varphi)$: type 2-iso

$\overset{d}{\Leftrightarrow}$ $\varphi : X\times R \to R$ は, $(X\times R, \pi)$, $(Y\times R, \rho)$

を vector bundles と考えたとき (h, φ) が

isomorphism であるような写像

$\left(\Leftrightarrow \quad {}^\exists c : X \to R - \{0\} \ (\text{continuous}) \right.$

$\left. \quad \text{@} \quad \varphi(x, t) = c(x) \cdot t \right)$

$(h.\varphi)$: type 3-iso

$\overset{d}{\Longleftrightarrow}$ $\varphi : X\times R \to R$ は $(X\times R, \pi)$, $(Y\times R, \rho)$

を product bundles と考えたとき, (h, φ)

が isomorphism であるような写像 (ただし $\varphi(x,0)=0$)

$\left(\Leftrightarrow \quad \varphi \text{ continuous } \& \right.$

$\left. \quad \varphi_x : R \to R \quad \text{homeo} \ \& \ \varphi_x(0) = 0 \right)$.

---

type 2 と type 3 では $\varphi : X\times R \to R$

で continuous であった,

Continuity を全く仮定しないときには type 2.5, type 3.5 ということにする

Continuity を $(X-S)\times R$ のみで仮定するときには

type 2.25, type 3.25 とよぶことにする.

Type 3.5-iso の形を与えて, local systems (X, D, π) (Y, E, ρ) に対して 次のように変形する.

$$D^* = \bigcup \{x\}\times I_x^* \qquad E^* = \bigcup \{y\}\times J_y^*$$

$$\forall x\in X \quad I_x^* \supset I_x \qquad \forall y\in Y \quad J_y^* \supset J_y$$

$$h : X \to Y \quad \text{homeomorphism}$$

$$\varphi : D^* \to R$$

$$\forall x\in X \quad \varphi_x : I_x^* \to J_{h(x)}^* \quad \text{homeo.} \ \& \ \varphi_x(0)=0$$

とすると $(h,\varphi) : D^* \to E^*$ であるが

$$\begin{tikzcd}
D^* \arrow[r, "{(h,\varphi)}"] & E^* \\
D \arrow[u, phantom, "\cup"] \arrow[d, "\pi"] & E \arrow[u, phantom, "\cup"] \arrow[d, "\rho"] \\
X \arrow[r, "h"] & Y
\end{tikzcd}$$

が意味のあるかぎり いいかえると

$$h\circ\pi(x,t) = \rho(h(x), \varphi(x,t))$$

の右辺が意味のあるかぎり成立するものとする.

定理 上の仮定をおくと $\forall x\in X$, $\varphi_x(I_x) = J_{h(x)}$

かくて (h,φ) の D への restriction を同じ (h,φ) であらわせば,

$$\begin{tikzcd}
D \arrow[r, "{(h,\varphi)}"] \arrow[d, "\pi"] & E \arrow[d, "\rho"] \\
X \arrow[r, "h"] & Y
\end{tikzcd}$$

commutes が得られる

定義　上にのべた (h, φ) を GH-iso もしくわ type 4.5 iso という。特に $D^* = X \times R$, $E^* = Y \times R$ のときには type 3.5 iso という

local systems の type 3.5 iso. は global syst の type-3.5 iso. であることは直ちにわかる。あとは φ の continuity と形とによって、type 4.25, type 4, type 3.25, type 3. … が local syst. に對しても定義されることは容易であろう. ただし continuity は D^* でなく D の上だけで論ずる

(h, φ) が D^* を E にうつすことが分かっているから、一度、type 4.5 か type 3.5 かの區別がいできれば、D^*, E^* は忘れてよい. 問題は D, E で与えたとき φ_x が homeo のまゝで $R \to R$ に拡張できるか否かである. 前に述べた定理より

定理　(X, D, π), (Y, E, ρ) が type 3.5 - iso で、一方が global ならば他方も global である.

いいかえると π が strictly local, ρ が global (もしくわ, その反対) ならば $(h, \varphi): \pi \to \rho$ が GH-iso であれば その type は ≥ 4 である.

便宜的に　h: identity $X \to Y$

$\forall_{x \in X}$ φ: identity $R \to R$

で (h,φ) が GH-iso ならば，(h,φ) は type (-1) であるという。　　type$(-1)^{-iso}$ は categorical な意味で identity である。

既に iso という言葉を使ったが，これらは categorical な意味で isomorphism であり，

$$\mathrm{Obj}\ C = \{\text{local systems}\}$$
$$\mathrm{Mor}\ C = \{\ \cancel{\text{type } n.m\text{-iso}}\ \ \text{GH-iso}\ \}$$

~~は fixed n,m に対して Category になる。~~ は category になる。（Mor C を type $n.m^{-iso}$ とすれば subcategory になる。）

定理　$\mathrm{Obj}\ C = \mathrm{Obj}\ C' = \{\text{local systems}\}$
　　$\mathrm{Mor}\ C = \{\text{GH-iso}\}$，$\mathrm{Mor}\ C' = \{\text{NS-iso}\}$

$T: C \to C'$ を

$$T(\pi) = \pi, \qquad T((h,\varphi)) = h$$

とおくと T は functor である。

定義　$h: X \to Y$ homeomorphism
　　$\underline{h(X)}$ admissible w.r.t. ρ

$h: \pi \to \rho\|_{h(X)}$ NS-iso. $\overset{\mathrm{d}}{\Longleftrightarrow}$ $h: \pi \to \rho$ NS-embedding

$(h,\varphi) : \pi \to \rho \| h(x)$ type n iso $\overset{d}{\underset{(GH)}{\Leftrightarrow}}$ $(h,\varphi) : \pi \to \rho$ type n embedding

Obj C = Obj C' = { local systems }
Mor C = { GH-emb }　　Mor C' = { NS-emb }

$$T : \pi \longmapsto \pi$$
$$(h,\varphi) \longmapsto h$$

$\Rightarrow$　T functor $C \to C'$

§3. Kimura-Uha's Theorems.

定理　(X, D, π), (Y, E, ρ) local systems,
　$h : \pi \longrightarrow \rho$ NS-iso.
X (したがって Y) : T_1 space
$\Rightarrow$ $\exists \varphi$ $(h,\varphi) : \pi \to \rho$ GH-iso.

φ は $D - S \times R$ で unique である また $S \times R$ では定まらない.

定理　(X, D, π), (Y, E, ρ) local systems
　$(h,\varphi) : \pi \to \rho$ type 4.5 または type 3.5 iso.

Y: Hausdorff (T_2) $\Rightarrow$ (h,φ) type 4.25 または type

3.25 である

系 (X, D, π), (Y, E, ρ) local systems

$h : \pi \to \rho$ NS-iso, X : Hausdorff

$\Rightarrow$ $\exists\, \varphi \ni (h, \varphi)$. type 4.25-iso.

特に π, ρ 共に global ならば

$\exists\, \varphi \ni (h, \varphi)$: type 3.25-iso.

この φ は $D - S_\pi \times R$ で unique, $S_\pi \times R$ では定まらない.

Categorical version

$\mathrm{Obj}\, C = \mathrm{Obj}\, C' = \{ T_1$ space 上の local system $\}$

$\mathrm{Mor}\, C = \{ \mathrm{Obj}\, C$ の GH-iso $\}$, $\mathrm{Mor}\, C' = \{ \mathrm{Obj}\, C$ の NS-iso $\}$

$\Rightarrow$ $\exists$ functor T' : $T' \circ T =$ identity $C' \to C'$

$\mathrm{Obj}\, C = \mathrm{Obj}\, C' = \{ T_2$ space 上の local system $\}$

$\mathrm{Mor}\, C = \{ \mathrm{Obj}\, C$ の type 4.25 iso $\}$, $\mathrm{Mor}\, C' = \{ \cdots$ の NS-iso $\}$

$\Rightarrow$ $\exists$ functor T' : $T' \circ T =$ identity $C' \to C$

$\mathrm{Obj}\, C = \mathrm{Obj}\, C' = \{ T_2$ space 上の singular pt. free な local systems $\}$

$\mathrm{Mor}\, C = \{ \mathrm{Obj}\, C$ の type 4 iso $\}$ $\mathrm{Mor}\, C' = \{ \cdots$ の NS-iso $\}$

$\Rightarrow$ $\exists\, T^{-1}$.

(以上において functor T は $T: \pi \to \pi$, $T: (h, \varphi) \to h$),

---

定理 (Vinograd's Theorem の拡張) (Carlson [11])

(X, D, π) local system, X: metric space

$\Rightarrow \exists (X, \rho)$ global system $\ni (\exists \varphi \ni (\forall x \in X \ \varphi_x$ increasing)

(identity, φ): type4 iso $\pi \to \rho$

Vinograd's Theorem は [5] には次の形に述べられている.

$X (\subset R^n)$ open set, π: autonomous system of diff. equations (local lipschitzian) によって定められる local system

$\Rightarrow \exists (R^n, \rho) \ni \rho$

$h (X \to R^n$ inclusion map)

is an NS-embedding

ρ: autonomous syst of .... global syst.

しかし証明を読めば上の形の内容をもっていることがわかる。

新らしい意味に解釈するとき, C^∞ manifold (finite dimensional, separable) 上の C^r local systems に対して φ が C^r の条件で Vinograd's Theorem が成りたつことも示される (池上 [18]).

§4 Some Applications

定義　Ξ を topological space とする. すべての $\xi \in \Xi$ に対して, 0 を含む open interval J_ξ が与えられていて, $X_p = \bigcup_{\xi \in \Xi} \{\xi\} \times J_\xi$ は $X \times R$ の中で open であるとする. $D_p = \bigcup_{(\xi,\tau) \in X_p} (\xi,\tau) \times (J_\xi - \tau)$

とおいて π_p を $((\xi,\tau),t) \longmapsto (\xi, \tau+t)$ で定義すると, π_p は local system になる。この π_p を local parallel flow on X_p という. $\forall \xi \in \Xi$, $J_\xi = R$ ならば, π_p は global system になる。そのときには π_p は (global) parallel flow という. Strictly local parallel flow の意味は容易に理解されよう.

定義　(X, D, π) を与えられた local system とする. Local parallel flow π_p が存在して, π が π_p と type-n isomorphic なときに, π は locally type-n parallelizable (on X) という. 特に π_p が global parallel flow のとき, π は globally type n parallelizable (on X) であるという.

π が strictly local system で globally type n parallelizable ならば, $n \geq 4$ は直ちにわかる。

定理 [30]

Locally type 0 parallelizable

$\Leftrightarrow$ l. type 1 p. $\Leftrightarrow$ l. type 2 p

$\Leftrightarrow$ l. type 3 p.

Globally type 0 parallelizable

$\Leftrightarrow$ g. type 1 p $\Leftrightarrow$ g. type 2 p.

$\Leftrightarrow$ g type 3. p

(X が Hausdorff ならばさらに

l. type 3 p $\Leftrightarrow$ l. type 3.5 p $\Leftrightarrow$ l. NS-p.

g type 3 p $\Leftrightarrow$ g type 3.5 p $\Leftrightarrow$ g NS-p)

はあきらかである。

定理 [13] Phase space X が completely regular ならば，

x が wandering pt. であることは

$\Leftrightarrow$ $\exists$ U : quasi-invariant neighborhood of x

$\rightarrow$ $\pi \|_U$ locally type 0 parallelizable

定理 [13], [15] Phase space X が locally compact, paracompact であるならば，

π が dispersive $\Leftrightarrow$ π が locally type 0 p.

定理 [13] X が さらに metric space である場合には，

π が strictly local であるとき，上記二つの定理の條件を それぞれ globally type 4 parallelizable とかえ

ることができる。

この最後の定理で X: metric の仮定は重要である.
X: completely regular, separable, the 1st countability の仮定でも定理が成立しない例を作ることができる [13].
このことは, 同じ仮定では Vinograd's Theorem が成立たないことも示す.

GH-iso, NS-iso の概念を localize することは容易である。その基礎は open set は常に admissible であることである。一点における parallelizability, 一つの軌道における parallelizability condition は上記定理と類似した形 (x: regular; x: $\pm$ Poisson unstable) で与えられる [27] [28].

Local isomorphism のもう一つの成功した応用例は Poincaré center の分類である。Poincaré center はその点に localize しても global system と考えてよいから, type 4〜 は現われない。すべての Poincaré center は locally に NS-iso. である. したがって Kimura Ura's Theorems によって, 常に type 325 isomorphic である. 所が常に type 225 になることは証明される.

type 2 iso であるための必十條件が得られていると同時に（type 2-25 ∧ ¬ type 2），（type 2 ∧ ¬ type 1），（type 1 ∧ ¬ type 0），（type 0）の各 examples が与えられる．[22]．　同じ方向の研究は Bendixson centers（center-foci）にも行なわれるが，得られている結果は N.S-iso（したがって type 2-25-iso）のための條件だけである [23]．

§5. Universal Dynamical Systems

C を Obj C が local systems からなるようなある category とする

$(\exists \rho \in \text{Obj}\, C,)\ \forall \pi \in \text{Obj}\, C,\ \exists f \in \text{Mor}\, C \ni f : \pi \to \rho$

のとき ρ を C の universal (dynamical) system という．そのような C と ρ とを求めることが問題であるが，Obj C はできるだけ大きく，Mor C はできるだけ小くすることが望ましい．

古典的な結果は次のものである

定理 [5]

$\text{Obj}\, C \ni \pi \iff \pi$ は metric separable space 上の global type 0 p flow

$\text{Mor.}\, C \ni (h, \varphi) \iff$ 上の objects の間の type 0 emb.

に対して $\sum \xi_n^2$ conv. な列 $\{\xi_n\}$ 全体の Hilbert space 上の parallel flow は universal system である.

この定理は次の様に拡張される

定理

$\mathrm{Obj}\ C \ni \pi \iff \pi$ は separable metric space 上の local parallel flow

$\mathrm{Mor}\ C \ni (h, \varphi) \iff C$ の objects の間の type 0 embedding

に対して上の定理の universal system はやはり universal である.

もう一つの古典的な定理は Bebutov [6], [7] によるものであるが, 最近 角谷 [19] Hajek [17] によって拡張された

定理

$\mathrm{Obj}\ C \ni \pi \iff \pi$ は locally compact separable metric space 上の S_π が R^N の closed set と ~~同型~~ homeo である global system, または $C(R, R^N)$ の shift transformation group (これを π_0 とかく)

$\mathrm{Mor}\ C \ni (h, \varphi) \iff C$ の objects の間の type 0 embedding

に対して π_0 は universal である.

Carlson による Vinograd's Theorem の拡張を使えば

定理

Obj $C \ni \pi \iff \pi$ は locally compact separable metric space 上の S_π が R^N の closed set と homeo である local system, または上記 π_0

Mor $C \ni (h, \varphi) \iff C$ の objects の間の type 4 embedding で $\forall x \in X$, φ_x increasing であるもの

に対して π_0 は universal である.

最近得られた, この方面の最も有力な結果は Carlson によるものである。 集合 C_V を次の様に定義する

$$C_V \ni \phi \overset{d}{\iff} \begin{array}{ll} (1) & \phi \in C(R^2; R) \\ (2) & |\phi(x_1, x_2)| \leq e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)} \\ (3) & \phi(x_1, x_2)\, e^{\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)} \longrightarrow 0 \\ & \quad \text{as } (x_1^2 + x_2^2) \to \infty. \end{array}$$

C_V に次の様に metric を入れる

$$d(\phi_1, \phi_2) = \sup \left| e^{\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)} (\phi_1(x_1 + x_2) - \phi_2(x_1 + x_2)) \right|$$

つぎに

$$\rho_0 : C_V \times R \longrightarrow C_V$$

を

$$(\phi, t) \longmapsto \psi$$

$$\psi : R^2 \longrightarrow R$$

$$(x_1, x_2) \longmapsto e^{(x_1+x_2)t+t^2}\phi(x_1+t, x_2+t)$$

と定義する. ρ_0 は C_V 上の global system である

定理 [10]

$\mathrm{Obj}\, C \ni \pi \overset{d}{\Longleftrightarrow} \pi$ は separable metric space 上の global system

$\mathrm{Mor.}\, C \ni (h, \varphi) \overset{d}{\Longleftrightarrow} C$ の objects 間の type 0 embedding.

なる C において ρ_0 は universal である

この定理においても前と同様 objects を local に拡張し, morphisms を type 4 increasing embedding に拡張すれば, ρ_0 はやはり universal である.

References

Books

[1] N. P. Bhatia and G. P. Szegö; Dynamical Systems: Stability Theory and Applications, Lecture Notes in Mathematics, 35, Springer-Verlag, Berlin 1967

[2] W. H. Gottschalk and G. A. Hedlund; Topological Dynamics, Amer. Math. Soc. Coll. Publ.,XXXVI,Amer.Math.Soc.,Providence,R.I.,1955

[3] R. K. Miller and G. R. Sell; Volterra Integral Equations and Topological Dynamics, Memoirs of the Amer. Math. Soc.,102,1970

[4] J. Milnor; Differential Topology, Lecture Notes, Princeton University Press, Princeton N. J., 1958

[5] v.v.Nemytskii; Topological Problems of the Theory of Dynamical Systems, Translated from Usp. Mat. Nawk (N.S.) 4, no.6, 34 (1949),1-153. Translation no.103, Amer. Math. Soc.

[6] ____________ and v.v.Stepanov; Qualitative Theory of Differential Equations, (English tr.), Princeton Univ. Press., Princeton N. J., 1960

[7] V. I. Zubov; Methods of A. M. Lyapunov and Their Application, P. Noordhoff Ltd., The Netherlands, 1964

Papers

[8] S. Ahmad; On Ura's Axioms and Local Dynamical Systems, Funkc. Ekvac., 12 (1969), 181-191

[9] D. G. Belanger; Continuous Reparametrization of Dynamical Systems, Funkc. Ekvac., 14 (1971) (to appear)

[10] D. H. Carlson; Universal Dynamical Systems, (to appear)

[11] ____________; A Generalization of Vinograd's Theorem for Dynamical Systems, (to appear)

[12] J. Dugundji and H. A. Antosiewicz; Parallelizable Flows and Lyapunov's Second Method,Ann.of Math.,73 (1961), 543-555

[13] J. Egawa; Global Parallelizability of Local Dynamical Systems, Math. Syst. Theory (to appear)

[14] O. Hajek; Structure of Dynamical Systems Commentat. Math. Univ. Carol., 6, 1, (1965), 53-72

[15] ________; Parallelizability Revisited, Proc. of Amer. Math. Soc., 27 (1971), 77-84

[16] ________; Categorial Concepts in Dynamical Systems Theory, Topological Dynamics, An International Symposium, Benjamin, New York 1968, 243-258

[17] ________; Representation of Dynamical Systems, Funkc. Ekvac. 14 (1971) (to appear)

[18] G. Ikegami; Vinograd's Theorem on Manifolds, Proc. of Japan Academy (to appear)

[19] S. Kakutani; A Proof of Beboutov's Theorem, Journ. of Diff. Equat., 4 (1968), 194-201

[20] I. Kimura; Isomorphisms of Local Dynamical Systems and Separation Axioms for Phase-Spaces, Funkc. Ekvac., 13 (1970), 23-34

[21] 木村郁雄；局所力学系の同型写像について 函数方程式 23 (1970), 1-19

[22] R. C. McCann; A Classification of Centers, Pacific Journ. of Math., 30 (1969), 733-746

[23] ___________; A Classification of Center-foci, Pacific Journ. of Math., 32 (1970), 467-478

[24] R. K. Miller and G. R. Sell; Existence, Uniqueness and Continuity of Solutions of Integral Equations, Annali di Matematica pura ed applicata, LXXX (1968), 135-152

[25] G. R. Sell; Nonautonomous Differential Equations and Topological Dynamics, 1. The Basic Theory, Trans. Amer. Math. Soc., 127 (1967), 241-262

[26] T. Ura; Sur le courant extérieur à une région invariante, Prolongement d'une caractéristique et l'ordre de stabilité, Funkc. Ekvac., 2 (1959), 143-200; 2^e^ éd., 105-143

[27] ______; Local Isomorphisms and Local Parallelizability of Dynamical Systems, Dynamical Systems, An International Symposium, Benjamin, New York, 1968

[28] ______; Local Isomorphism and Local Parallelizability in Dynamical Systems Theory, Math. Syst. Theory, 3 (1969), 1-16

[29] T. Ura; Isomorphisms and Local Characterization of Local Dynamical Systems, Funkc. Ekvac., 12 (1969), 99-122

[30] ______ and J. Egawa; Isomorphism and Parallelizability in Dynamical Systems Theory, (in preparation)