数理解析研究所講究録
第192巻 1973年 35-56

Asymptotic and Divisible properties of Coherent sheaves and analytic varieties.*

(Complex analytic De Rham cohomology)

都立大・理 笹倉頌夫

§0. 周知の様に1930年頃証明された C^∞-manifold 上の De Rhamの定理は後の多くの分野の発展となった。De Rham's theorem は、分論微分型式とhomologyの関係を明確にするものであったが、他方(これも周知の様に)他の多くの理論の出発点とみなしうる。この定理を出発点として発展した分野の概観は筆者の力量を遥かに越える事であるが、代数及び複素多様体に興味を限定すれば(この様に限定しても現状の正確かつ高い観点からなる把握は遥かに大きな才能を必要とすると思われるが)概略次の如き発展を遂げたと思われる。

C^∞-De Rham's th
- Harmonic integral,
- Analytic De Rham's theorem,
- Algebraic (arithmetic) 〃 〃 .

---

* 2月末の講演では 'cohomology with algebraic growth and algebraic division' の title で話をしたが、ここで述べた表題の方がより内容を表わすと思われるので題を変えた。

他方最近の代数(及び解析)幾何の大きな進歩に沿って多様体上で得られた諸々の結果を(一般にsmoothでない)varietyに拡張し、亦その過程を通じ理論の統一化がなされつつある。

この論説の主眼は complex analytic variety 上の 'De Rham's th' をのべる事にある。Complex analytic variety 上では、勿論 'C^∞-De Rham's theory' よりも 'complex analytic De Rham's theory' が適っているの点から見て意味があると思われる。以下我々は 'complex analytic theory' を考える。'C^∞-theory' は 'complex analytic theory' の補助手段及び analogy と考えられると思う。先ずこの機会に筆者が考察する主題に関し若干の意見をのべる事から始めたいと思う。……幾人かの人々に 'motivation は何か' と言う意味の質問を受けたのでその質問にも答える事になると希望する。恐らく我々が考える De Rham's theory の最も特徴的な性質は 'beginning point' であると言う事にあると思われる。これは '次の問題への道が開けている' か否か亦 '次の step の成否' とは別に認識をしておきたいと思う。

そしてその問題の性質上 'beginning' の故に方法的独立的な approach が許されると思う。亦 'beginning' と見做している為に我々は基礎的(あるいは初歩的)な事柄も我々の approach を通して '学ぶ' 事を目標とする。我々は coherent sheaves の

quantitative な properties を附加した形での vanishing theorems を propose する。(我々の考察の解析的部分). ~~[illegible]~~ 我々が考える幾つかの結果は 'primary object' である 'de Rham's theorem' に用いられるが、他方 '多変数函数論の(恐らく)最も基本的な結果である Stein manifold の理論'(岡-Cartan-Serre の結果) を 'quantitative condition を附加しつつ' 学ぶ機会を与えてくれるものと思う。他方 C^∞-theory に於いては real analytic variety の極く初等的(で且つ基礎的)な 'quantitative properties' を考察する: Retraction map 及び適当な 'variety の近傍' の quantitative properties である ~~考える~~. この面に於いても 'quantitative conditions' を除けば夫々 'analytic variety の三角形分割' 及び 'analytic variety の適当な stratification の存在' に含まれる内容であって夫々 '直観的には明らか' な事柄を 'quantitative conditions を附加しつつ厳密に学ぶ' 機会と思う。以上で一応ここに述べる諸結果に対しての 'motivation' の説明に代えたい。

(注) この論説の内容・順序: 上に略記した様に我々は 'quantitative conditions' を種々考える。この様な問題に於いては、厳密性が特に重要と思われる。亦 'variety with singularity' を始めて考察する場合、厳密性は不可欠と思われる。この為に諸結果の証明は大分長くなった。以下に若干付加する

前書きに続いて二つのannouncements (近日中に学士院紀要に出る予定)を掲サイしその後にannouncementsにのべられた事実の'full details'----筆者はそう考えている----を掲さいする。順序は次の通りである。

Announcements
- 1° Analytic part.
- 2° Topological part.

Details: §2
- §2-1. C^∞-thickings.
- 2-2 Retraction with quantities.

} Topological part.

§3
- §3-1 Cohomology with growth
- 3-2 " " " and divisible properties

} --- Analytic parts.

Detailsはかなり長くなってしまったのであるが、この講究録の関係者の方々特にシンポジウムでの話を勧めていただいた小松先生の御好意により掲サイさせて頂く事になった。

ここに述べる結果は幾つかの場所でannounceしたのであるが'details'は未発表である。他方現在筆者が所有する原稿はスタイルの点での'refinement'が必要であると思われる。亦若干の附加(特に他の方法で問題を考えている人々との関連)も望ましいと思う。従ってこの講究録に'スタイルの点~~講究録の原稿~~'では未完成である'原稿を発表する機会を得

与えられた事は筆者にとって大きな喜こびであって、原稿を full に掲さいする事を許された関係者一同に感謝の意を表したい。

§1.

問題の説明. 'Complex analytic De Rham's theorems' は、次の様な問題である。X を manifold (complex analytic), V を X の subvariety そして D を X の divisor とする。以下に於いては恒に次の如き事実を仮定する。

☆ V 上の全ての点 P に於いて $V_P = V$ の germ at P と $D_P = D$ の germ at P は共通な既約因子を持たぬ。

我々の concern は triple (X, V, D) である。問題は 'holomorphic type' 及び 'meromorphic type' の両方であって、前者に於いては (X, V) 及び後者に於いては (X, V, D) を考える。$\mathcal{I} = \mathcal{I}_V$ により V の ideal sheaf、$\Omega = \Omega_X$ により X 上の holomorphic forms の sheaf の germ 亦、$\Omega(*D) = \Omega_X(*D)$ により X 上の mero. forms (with pole D) を表わす。そして $\hat{\Omega}$ 及び $\hat{\Omega}(*D)$ により夫々 Ω, $\Omega(*D)$ の ideal sheaf $\mathcal{I}$ に関しての completion とする。更に $i: V-D \hookrightarrow V$ により injection map を表わす。この際我々が考え

るのは次の二つの問題である．

問題1°．次の如き exact sequence が成立つか？

$$(\mathrm{E.S})\quad 0 \longrightarrow \mathbb{C} \longrightarrow \Omega^0 \xrightarrow{d} \Omega^1 \longrightarrow \cdots\cdots$$

・(Poincaré's lemma)

問題2°　次の如き同型が成立するか？

$$(\mathrm{M.C})^{\wedge}\quad (R_{i^*}\mathbb{C})_P \cong \mathcal{H}(\Omega(*D)_P)$$

(Meromorphic Comparison theorem).

問題2°で右辺は graded differential ring $\Omega(*D)$ に関してのcohomology 群である。特に問題2°においては，もしも $V-D$ が smooth ならば次の Grothendieck の定理を含む。

定理 $(\mathrm{M.C})\ (R_{i^*}\mathbb{C})_P \cong \mathcal{H}(\Omega(*D)_P)$.

ここで我々は問題1°をより強い形で示す。即ち次の如き '<u>diff. form の積分の divisible property</u>' を主張する．

<u>[Divisible property of diff. forms]</u>　$P \in V$，U を P

の近傍，亦 U に於いて $\mathcal{I}_V = \mathcal{O}_X(f_1, \cdots, f_\ell)$ とする。亦 $\mathcal{I}_V^{[m]}$ を

$$\mathcal{I}_V^{[m]} = \mathcal{O}_X(f_1^m, \cdots, f_\ell^m)$$ とする。U に於いて

閉型式 w が与えられていて，divisible property

$$w \equiv 0 \ (\mathcal{I}_V^{[m]})$$ とせよ．

この時 w に関係しない（P の）近傍 U' と（同様に）w に関係しない自然数 K が存在して次の事実が成立つ。

$\exists$ $w' \in \Gamma(U', \Omega_X)$ such that

① $dw' = w$, ② $w' \equiv 0 \ (\mathcal{I}_V^{[m']})$

③ $Km' \geq m$

上記の問題［D.P］$\Rightarrow$ 問題1は容易である。尚上の問題は最初に S. Lubkin により次の形で予想された。

［予想 I］--- Open condition（topology は $\mathcal{I}_V$ の power 及び map は d）. --- Lubkin's Conjecture（1971. 4）

上記の［D.P］と同じ仮定で結論は条件 ③ を~~除いて~~ ゆるめた形で正しい。（即ち $m \to \infty \Rightarrow m' \to \infty$）

上の問題[D.P]は'有限の形'で述べられていて、completionを取った結果[P.G]…問題1より強い。更にそれ以上に次の如き理由に基き[D.P]は[P.G]より本質的に強い結果である。

~~[illegible]~~先ずVがsmoothの場合、通常のPoincaré's lemma

$$0 \to \mathbb{C} \longrightarrow \Omega^0_V \xrightarrow{d} \Omega^1_V \xrightarrow{d} \cdots,$$

は勿論Cohomology群のlocal trivialityを主張するものであるが、その証明は'homotopic'である。即ちretractionの存在を使う。他方一般のVに対してもexact sequence (E.S)はpair (X, V)のhomotopicな性質より導かれる事が期待される。所で(announcement 2)で~~証~~説明する様に、[D.P]は(X, V)のhomotopicな性質(quantitative conditionを考慮した形で)と密接に関係がある。~~因~~ 因み

'homotopic result' ⟶ 'cohomological result'は

充分想像されるであろうから、この故に[D.P]は~~E.S~~ E.Sより本質的に強い。Announcementsで得られた結果と上記の問題の関係は次の如く述べられる：

Analytic part		Topological part		De Rham's th.
① Lemma 1 (in anno-1) (Cohomology with alg. growth)	⊕	Lemma 1 (anno-2) (C^∞-thicking)	⟹	Grothendieckの定理.

② Theorem 1 (anno-1) ⊕ Lemma 2 (anno-2)
(Coh — with alg. growth & alg. divisible property) (Retraction with quantity)

$\Longrightarrow$ 問題1: (E.S)

③ Theorem 1 (anno-1) ⊕ {Prob. 1 ⊕ Lemma 1 (anno 1)}
(C^∞-thickings)

$\Longrightarrow$ 問題2 (mero. problem)

矢印の部分は ~~a~~ elementary である。

(注) "Comparison statements"

Grothendieck の定理は周知の様に次の二つの定理に基く。

Resolution theorem (広中) ⊕ 'Comparison theorem' of Grauert–Remmert.

この事実は周知であるが, 基本的な考え方を含んでいると思うので若干立戻ろう。勿論 Resolution theorem により non-singular model を取り (M.C) を non singular model

で証明する: resolution theorem により $(\mathfrak{X}, D)$ を $(\tilde{\mathfrak{X}}, \tilde{D})$ …ここで $\tilde{D}$ を normal crossing と取れる…により置換えられる。そして $(\tilde{\mathfrak{X}}, \tilde{D})$ に対しては (M.C) は明らかである。次に $(\tilde{\mathfrak{X}}, \tilde{D})$ に対して得られた結果を元の $(\mathfrak{X}, D)$ に引戻す必要がある。ここに於いて direct image の stalk を記述する Grauert-Remmert の結果が用いられたのであった。この二つ目の step は大雑把に次の如く 'paraphrase' 出来るとあろう。

☆ 二つの Analytic varieties $\mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2$ の間に analytic map π がある時 両者の "analytic object" を比較する事 。

他方我々の方法に於いて, announcement 2 の結果は, analytic map π が特に 'ramified' の有限次被覆写像である場合に若干の簡単な invariants を比較する事により得られる。この点に於いて 'resolution を用いる方法' と '我々の方法' との間には共通な base が見出されうると思われる。この点に関して次節で説明を加える。

尚問題 1° は Hartshorne により独立に得られた。Comparison-theorem の類似は Deligne により得られた。両者は共に 'resolution' を用いる。(Deligne は crystal line で記述した)。詳細は

Hartshorne [ ] 及び Deligne [ ], [ ] を見よ。[D.P] 及び [M.C] は筆者の知る限りでは新しい。

§2. 幾つかの問題.

既に §1 の最後に於いて Grothendieck の定理の Grothendieck による証明と我々の approach の間に共通な base が見出されうるのではないかという意見を提出した。この様な問題から次の問題を提出したい。

問題1. V_1, V_2 : complex analytic variety, $\pi : V_2 \to V_1$ として, De Rham cohomology groups.

$$\mathcal{H}(V_1 : \hat{\Omega}) \text{ と } \mathcal{H}(V_2 : \hat{\Omega}) \text{ を比較せよ。}$$

ここで V_1, V_2 の ambient space X_1, X_2 は固定しておく。$\mathcal{H}(\ )$ は hypercohomology group.

V_1, V_2 に対する条件は勿論 'the less the better' であるが, 次の cases は是非含まれたい。

(I) V_i : algebraic varieties or Stein varieties.

(II) π : monoidal 変換 or 有限次 ramified surjective map.

特に問題1 より Poincaré's lemma を見出す事。既ち, 有限次 ramified covering map π に対しては, base space V_1

に $\mathcal{H}^q(V_1:\mathfrak{R})\cong 0$ $(q\geq 1)$ を仮定し $\mathcal{H}^q(V_2:\mathfrak{R})\cong 0$ $(q\geq 1)$ となる条件を見出す事。monoidal transformation に対しては、

$\pi^*(\mathcal{H}^q(V_1:\mathfrak{R}))$ $(q\geq 1)\cong 0$ となる条件を用いる事。上記の問題1は、この節の殆んど全てがそうである様に漠然と述べてあるのであるが、問題1と関連して

問題1′ irregular algebraic surface となる為の条件を、問1と関係して論ぜよ。

この様な事柄は、次の様な事情より考える。S: smooth algebraic surface である時、$b_2(S)$は一般に大きくなり得る。然るに $b_1(S)$は一般の場合には零である。この様な事実は微分形式の理論(on algebraic surface)に於いて、1-formを考える場合には本質的に新しい問題が現われず2-formの場合に新しい問題が出現するという事実に対応するのであるが、差当り $\pi: S\to\mathbb{P}_2$ の場合(ramified covering)の場合に

問題1″ $\pi: S\to\mathbb{P}_2$ として $b_1(S)=0$ となる為の ramification locus の満たす条件を精密化せよ。

(c.f.) Iversen [ ]. Zariski [ ])

更に一般次元 n の algebraic variety V^n に於いて、n-form の理論は n' $(n'<n)$ form の理論に比較し困難を有すると見做される幾つかの根拠がある。(c.f.) Lefschetz's の hyperplane section theorem

そして特に、$\pi: V_1^n\to V_2^n$ が有限次 ramified である場合に

$b_n(V_1^n)$ と $b_n(V_2^n)$ を比較する事は意味があると思われる。(Iversen の surface に関しての結果は、Euler 指標を比較するのが目標であり亦、$E(V_1^n)$ と $E(V_2^n)$ の比較が先ず最初であろう。筆者の質問は $b_n(V_1^n)$ と $b_n(V_2^n)$ の間の比較に一般性を有する結果が期待できるか否か ——— というのである。例を全然計算した訳でないのであるが、筆者は'一般性を有する公式'(多分不等式であろうが)は存在しうると思う。非常に準備不足であるが $\pi : V_2^n \longrightarrow V_1^n$: k 次の ramified covering として後の機会に再び戻りたいと思う。~~要するに原則は次の通りで~~ 亦、比較する'analytic object'の範囲を拡げる事も興味あると思われる。筆者がこの解析学のシンポジウムに出席させて頂いて得たヒントは'analytic object'として'ある種の微分方程式系の解空間の次元'を考察する事が非常に有望であると思う。(C^∞ manifold 上の de Rham's d は一階の微分作用素、調和積分は二階の作用素である!!)。原則は (1) Euler 指標の比較 $\Rightarrow$ (2) 個々の次元の比較が意味があるか否かを問う事。である。問題はかなり'organization'に存在すると思われる。差当り'戦略'は次の如く有るべし:

(i) 比較するべき位相不変量を位相幾何の人から習う事。

(ii) 〃 〃 〃 解析〃 〃 を解析 〃 〃 〃 〃

(特に分数論の人々).

(iii) 考察するべき'微分作用素のクラス'を微分方程式の人から習う事。

(iv) ~~重要~~視するべき'写像のクラス'を抽象代数幾何の人々から習う事。

恐らく問題は本質的に'organizational'と思われる。筆者ももし可能であるならば立入れれば良いと思う。

次に announcements 1.2 より生じる(方法論的興味があると思われる)問題(より正確には,'質問')を提出したい。筆者が述べた様に問題は,

1° asymptotic behavior,
2° divisible property

の二つである。もしも 1° を代数的に記述したければ,'pole divisor の近傍での meromorphic property'に置換えてもよい。質問は次の通りである。

質問 微分作用素 $\mathcal{D}$ の内,(i) asymptotic behavior 及び (ii) divisible property が意味を持つ様なものは,どの様なものがあるか?

[一応若干の formulation (in a quite elementary level) をする。]

まず 1° に関しては, V = smooth affine variety or

$\mathbb{V} = \mathbb{U} - \mathbb{D}$: $\mathbb{U} \subset \mathbb{C}^N$は有界領域で$\mathbb{D}$は$\mathbb{U}$の divisor.
この時 $\mathbb{V}$上の微分作用素$\mathfrak{D}$と$\mathbb{V}$で定義された'initial functions' (f)があたえられているとする。更に(f)が pole at infinity で'meromorphic order'とせよ。(既ち(f)が正則の時，(f)は$\mathbb{V}$上 regular, or meromorphic with pole D)。更に方程式

$\mathfrak{D}(g) = (f)$ は，'asymptotic behavior を考えなければ解(g)を持つとせよ。この時，解(g)が'meromorphic order'と取れるか？というのである。

"外微分作用素'd'に対して意味が有る"と言うのは，Grothendieck's th の直接の帰結である。我々の lemma 1 は，Cauchy-Riemann 作用素$\bar{\partial}$に対して asymptotic behavior が成立する事を示している。以上の問題は幾分'routine (ルーティン)'かも知れないが，非専門家が専門家への初等的質問であると理解して頂きたい。'Divisible property'に対しては，問題は'less routine'と思われる。筆者の結果 Prob. 1 は外微分作用素dに対して意味があるという事を示したのである。これが孤立した結果であろうか？ 差当り微分作用素$\mathfrak{D}$に対して，Lubkin's open condition を考察する事が重要と思われる。既ち §1 で述べた ~~open condition~~ がどの様な作用素 $\mathfrak{D}$ に対し成立するかと言うのである。Cauchy-Riemann 作用素$\bar{\partial}$に対しては

論文[8]が関係を有すると思われる。(残念ながら筆者は全く解析の素養がないのである為，ろについての予想は持たないのであるが，もしも V = smooth の場合に正しければ，極めて有望と思われる。) 以上に述べた事柄と関係が有るか無いかは(これも予想を持たないが)，常数 $\mathbb{C}$ の resolution は [E, S] で得られたのであるが，'Dolbeault type の問題'の拡張は，一般の variety に対して得られていない(筆者が知っている限り)事は念頭に置かれたいと思う。'Harmonic type の問題'も同様であろう。この二つの問題に対し'結果の類推'と言う意味では，Deligne [2]，が非常に参考になると思われる。

さて，今回の論説の基調は次の点にあると言う事は認めて頂けると思われる。

"smooth variety = manifold 上で知られていた理論を一般の variety に拡張する事"。

他方 微分形式に関連した理論で "manifold 上でも未だ解決されていない問題" が存在し，それらが恐らくは transcendental algebraic geometry の重要な問題と思われる。

'Global Torelli の定理'---適当に正規化した微分型式の周期の値が複素構造を決定するか？ という問題及び

有名な'Hodgeの予想'である。恐らく将来は,"manifold上でも知られていない結果を一般のvarietyで定式化しそれらを解く事"が可能となるであろう。現在の所我々が考えている問題が"manifold上で知られているか"あるいは"manifold上でも知られていないか"かは我々の問題に対しての目安となると思われる。前者に属するtypeの問題の内でまず我々の結果及び方法と"極めて近い位置"にある問題(あるいは,"我々の結果及び方法が適用出来る事が非常にもっともらしく見える問題")は先ず次の如きである。

1° Lefschetzの hyperplane section 型の定理の complex analytic variety への拡張.

2° Residue 理論の拡張.

1°については,Grothendieck 〔6〕及び最近の topologist の結果( )を参照せよ。亦,筆者の予想では,Hartshorne が少なくとも algebraic variety の場合かなりの結果を有すると思う。topologist の方法の長所は,係数がZで議論が出来る事,証明の途中に直観的な面白い事柄がある事 etc, etc, etc, ----

であろう。 De Rham Cohomology を使う長所は，一般の複素 variety (特に Stein variety) で結果が得られる事．亦証明の根拠を更に 'coherent sheaves' の理論と結び付けられる事であろう。亦標数一般の variety にも 'suggestion' を与える。

Q^0 については筆者の §3.2 がかなり参考となると思われる。但し今の所 'Residue の理論を構成する事により解ける問題' が見つからないのであるが，'subvariety の位相 (or De Rham Cohomology) とその充分小さな近傍の位相 (or De Rham Cohomology) の関係' と理解すれば，問題はさして困難でないと思う。尚一応解説を加えれば，Residue theory は本質的に 'localization theorem' であって，一般に complex analytic De Rham cohomology は 'localization' を代数的に行なう際有効である。

更に恐らくは，period map の 'regularity theorem' を一般の variety の system に拡張する事も現実的と思われる。更に一般に '交点理論の一般の variety への拡張' が新しい idea を要すると見做されている様である。……… .

さて，一般の variety 上の微分形式に対しても積分論を考え

る事は勿論極めて重要である。ここで'cycle上の積分論'乃至'微分型式の周期の理論'について少し触れたい。この様な問題に対して §1で述べた結果及び方法が有効であると主張する根拠は有ると思われない。然し§1の結果は完備化 $\hat{\mathcal{O}}$ を考える事の有意義性を保証すると思われるので、§1の結果がここで述べる幾つかの問題を考える刺激となる事を期待するのである。まず基本的な問題は'variety V を与えた時周期'を決定する事'であろう。まずKähler manifoldについては、Riemann-Hodge の '<u>bilinear equality</u>' 及び '<u>bilinear inequality</u>' が最初に基本的である。次に述べる事柄は、一種の目標であると理解して頂きたい。

9° projective variety V (irreducible を仮定してもよいと思う) Riemann-Hodge の等式, 不等式の類似が有りうるか? 又類似が有れば、どの様な形であるか?

Deligne の理論[ ]は参考になると思われる(まず疑いなく)。

Kähler manifold の場合 R-H-Inequality は本質的に 'positivity' の性質を使うので、Harmonic integral の理論が本質的に効いていると理解をしている。従って恐らく9°を一つの'メルクマール'として harmonic integral の理論を拡張する事を試みるのは(もしも可能なら)望ましいと期待している。

3° は harmonic integral の理論に duality の成否と関係がある様に思われる。即ちまず $H^*(V, \mathfrak{R})$, $H^*(X, X-V; \mathfrak{R}_X)$ = relative hyper cohomology (modulo open set) の二つの理論の類似が harmonic integral の理論に有り得るか？というのが最初の目標であろう（仮に答が否定的であっても）。更に kähler manifold の理論では bijective map $\tau : H^q(V, \mathfrak{R}) \longrightarrow H^{2r-q}(X, X-V, \mathfrak{R}_X)$ が存在するのであるが、この様な類似がある場合には問題3°が望ましい形で得られる可能性がある。

亦この節で述べた 'divisible property' を満たす作用素のクラスも上記の如き問題を念頭に置きつつ考える必要があるであろう。

最後に K-3 曲面に関しよく知られた予想…Global Torelli's th'…が知られている。K-3 曲面は勿論極めて special な曲面ではあるが、この問題が突破出来るか否かは微分形式の理論の一つの転回点となりうるであろう。idea 提出云々は余り意味があるとも思えぬが、primarily important な問題と思われる。

1° M. F. Atiyah - W. V. D. Hodge. Integrals of the second kind on an algebraic variety. Ann. Math. 62, 56—91 (1955).

2° P. Deligne, A letter to M.F. Atiyah, dated on 1968. May,
Theorie de Hodge I, II, III,
I.H.E.S. 1972, and to appear.

3°. R. Hartshorne Algebraic De Rham Cohomology
Manus. math. Vol 7. Fasc. 2. 1972 pp125~141,
and to appear.

4°. H. Hironaka, Resolution of singularities of an algebraic variety over a field of characteristic zero. Ann. Math. 79, 109—326. (1964)

5°. B Iversen, Numerical invariants and multiple planes. Amer. J. Math. 1970. 968~996

6° A. Grothendieck. On the De Rham cohomology of algebraic varieties. Publ. Math. I.H.E.S. 29. 95~103 (1966)

, Cohomologie locale des faisceaux cohérents et Théorèmes de Lefschetz locaux et globaux (SGA. 2)

7°. O. Zariski Algebraic surfaces. Chelsea. 1935.

最近の topologist による結果（Milnor，岡，加藤，その他の人々）は，今年の多様体シンポジウムの講演録及び発表された(されつつある）興味ある文献を参照されたい。

Dolbeault type の 'divisible property' は次の論文が参考となるかも知れぬ。

8° Golovin, V. D. Cohomology and analytic differential forms. Mat. Zametki 9. 1971, 569 ~ 573 (c.f). Math. Reviews. Vol. 44. (1972) 2940. (P 555).