数理解析研究所講究録
第 200 巻 1974 年 98-100

O'Nan の新単純群について*)

イリノイ大　鈴木通夫

O'Nan により、位数 $|G| = 2^9 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 31$ の新単純群が発見されたというニュースが伝えられた。それは次の性質を持っているとのことである。

(I) involutions は 1-class. t = involution に対して

$$C_G(t) = \begin{array}{l} 2 \\ L_3(4) \\ 4 \leftarrow \text{cyclic} \end{array}$$

(II) 3-Sylow normalizer の構造は

$$E_{3^4}\,(D_8 * Q_8)\cdot D_{10}$$

order 3 の subgps と transitive　　orthogonal gp として働く。

(III) order 3 の subgp C_3 に対して

$$C_G(C_3) = E_{3^2} \times A_6 .$$

(IV) $L_3(7)\cdot 2$ が G の subgp として含まれている。

---

*) この原稿は、鈴木先生の講演をその時のノートに従って記録者（坂内）が再生したものですが、記録に不正確な所があるかもしれませんが、その際はお許し下さい。

更に、この群の S_2-subgp の 2-rank は 3 であるということである。また $N_G(S_5)$ の order は $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$. $N_G(S_7)$ は normal 2-complement を持つ。$N_G(S_{11})$, $N_G(S_{19})$ はそれぞれ位数 $10 \cdot 11$, $6 \cdot 19$ の Frobenius gp であるということである。

ただし、この群がどのようにして見いだされたかということについては、現在までの所、何も伝わっていない。uniprimitive な置換群の研究を通じて見つかったともいわれているが詳細は何もわからない。また現在までの所、群の構成はまだ成されておらず、近いうちにそれが成されるかどうかもわからないとのことである。(character table は出来ており、あまり低い次数の既約表現、またランク or index の小さい極大部分群はなさそうだとのことである。それは構成が容易でないということを暗示しているかもしれない。)

なお、Shult の所の学生が、even degree の 2 重可移群で 2 点の stabilizer の S_2-subgp が cyclic のものの分類を完成させたらしいとのお話しがありました。

なお、この講演以後のことですが、Fisher が更に新らしい単純群を発見した(但、構成はまだらしい)

とのことです。(Fisherから鈴木先生への手紙による。)

位数 $2^{41}\cdot 3^{13}\cdot 5^{6}\cdot 7^{2}\cdot 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdot 31\cdot 47$ で{2,3,4}-transposition で生成される群であり。Gはその involution ({2,3,4}-transp. である) の作る conj. class の上に rank 5 で働き。更にその involution の centralizer の構造は。

$$\begin{array}{|l} 2 \\ {}^{2}E_{6}(2) \\ 2 \end{array}$$

とのことです。