数理解析研究所講究録
第 202 巻 1974 年 118-121

"有限要素法の数学的基礎理論" 研究会でのコメント集

1. 有限要素法における理論的諸問題について(菊地)

(a) non-conforming basis を使ったときの要素境界上での不連続性について.

- base function として高次のものを採用すると、計算結果は悪い。低次の方が計算結果は良い。(山本善之)
- それは低次の方が自由度が少ないからだろう。高次になると、微係数が立ち上がるのが原因。(藤田宏)
- 要素境界上で不連続でも特異性(δ関数)を cancel しているものについては大丈夫。(藤井宏)
- それは、接点力の釣り合いの問題になっているのだろう。(山田嘉昭)

(b) 非線型方程式の解法(荷重増分法, Newton-Raphson法)について.

- Newton-Raphson法は, unloading が起っているときは, だめだろう。(山本善之)

(c) 有限要素解について

- strain 自身の方がよい結果がでている。uから導くと、

悪くなる。（山本善之）

(d) 必要とされる近似解の精度について.

・船舶関係で，1.5 桁。i. e., 5%。（山本善之）

・土木では，1 桁。（川原睦人）

(e) isoparametric, subparametric, superparametric elementについて.

・ subparametric は使うことがあるが，superparametric は使われないのではないか。（武田洋）

・境界での良い評価のために superparametric が使える。（田端正久）

2。エネルギー原理とハイブリッド法などについて（菊地）

(a) 例について.

・混合法は，要素境界上で変位と応力をうまくつないで調整している。今の例では，変位の base が conforming なので，混合法のよいところがでていないのではないか。（鷲津久一郎）

・内部で解析解を使用する方法もある。たくさんある解析解の中からどれを選ぶかは難しい。（山本善之）

3。有限要素法の誤差論（山本）

(a) 収束性よりも，ある段階における誤差が欲しい。（山本善之）

・真の解 u を，$u = u_0 + v$ に分割。ここに，u_0 は工

学者の経験に基ずくもの，あるいは singular function として，わりあい簡単に分るもの。

この v を有限要素法で解いて，u_0 or v_h を数値解としているのではないか。u_0 を有限の h で近似するのは困難。

（藤田宏）

(b) 高次の base を採用すると，案外荒い時に良い結果を得る．

- 2次の base を使って分割を細かくしたら，流量の計算が合わなくなった。（川原睦人）
- maximum norm の近似は，2次の base よりも1次の base の方がよいという事に起因しているのかも知れない。

（三好哲彦）

4. 有限要素解析における数値誤差の一傾向（武田）

- $\sum_i \frac{\partial}{\partial x_i}\left(K(x_1, x_2, x_3) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right)$ から作った stiffness 行列を A とするとき，

$$\mathrm{cond}^2(A) \leq \frac{C_\Omega}{\min K} \cdot \max_\Delta \left(\frac{K^\Delta}{x^\Delta} \right),$$

の評価がえられる。x^Δ：要素 Δ の最小垂線。（藤井宏）

5. 有限要素法による定常粘性流体の解析（川原）

- $\rho \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} + \bar{p}_{,i} - \mu(u) \bar{u}_{i,jj} = \rho \bar{f}_i$ を解くさいに，境界条件 $p_{,i} n_i = \hat{T}_i$ をあたえているが，これは over-determined ではないか。（藤田宏）

- これは実験式からでてきたもので，overdeterminedではあるが矛盾はしていない。（川原睦人）

6. 時間の入った問題に関して — 特に非適合法ハイブリッド法（菊地）

(a) $|||v||| \geq \gamma^* \|v\|$，（$|||\cdot|||$：非適合ノルム）の解釈

- 固有振動数が零にならぬということ。（山本善之）
- 隙間があっても結び目（蝶番）がしっかりしている。（藤田宏）

7. A Note on Finite Element Approximation of Evolution Equations（藤井）

- 安定性の種々の条件は，工学の言葉でいうと，最低固有振動数と最大固有振動数の差を縮める事に相当している。（山本善之）
- 差分法で

$$\frac{u_j^{n+1}-u_j^n}{\Delta t}=\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x} \Longrightarrow \frac{u_j^{n+1}-\frac{u_{j+1}^n+u_{j-1}^n}{2}}{\Delta t}=\frac{u_{j+1}^n-u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

によって higher frequency を押えて安定性を得ているが，これに対応した事がＦＥＭで言えないか。（山口昌哉）

- 1階双曲系では，Lax-Wendroffの安定性が示せる。（藤井宏）

記録・田端正久