

On $S \otimes S$ -module structure of S/R -Azumaya algebras
when S/R is a Hopf Galois extension.

奈良女子大. 理 横川 賢二

§0. 序

R を可換環, S を可換な R -alg とし, R -module と見て fin. gen. proj. であるとする。 R 上の Azumaya alg A が S を max. comm. subalg. として含み, さらに left S -module と見て proj. のとき, A を S/R -Azumaya alg と呼ぶことにする。神崎 [6] は S/R が Galois 拡大の時 S/R -Azumaya alg の構造を generalized crossed product を用いて決定し, いわゆる 7-terms exact seq. を具体的に構成した。この小文では S/R が Hopf Galois 拡大のとき, S/R -Azumaya alg の $S \otimes S$ -module structure を調べ, それと 7-terms exact seq. との関係を示す。以下 R, S は上述の様に共に可換環とし, S は R -fin. gen. proj. とする。さらに $\otimes = \otimes_R$, $\text{Hom} = \text{Hom}_R$ とし R -alg T について $T^{\otimes 2} = T \otimes \cdots \otimes T$ (g 個) とする。

§1. S/R -Azumaya alg. の S^2 -projectivity について

(1)

A を S/R -Azumaya alg とする。 $A \ni a, S^2 \ni x \otimes y, x \otimes y \cdot a = x \otimes ya$ により、 A を S^2 -module と見ることにする。 次の結果が基本的である。

Theorem 1.1. 次の同値。

- (i) S/R は quasi-Frob. 環である。即ち $\text{Hom}(S, R)$ は S -proj.
- (ii) S/R -Azumaya alg. $\text{Hom}(S, S)$ は S^2 -proj である。
- (iii) 任意の S/R -Azumaya alg は S^2 -proj である。

証明) (i) \Leftrightarrow (ii) Morita theory より $\text{Hom}(S, S) \cong S \otimes \text{Hom}(S, R)$ より明らか。 (ii) \Leftrightarrow (iii) A を任意の S/R -Azumaya alg とすれば、
 $S \otimes A \cong \text{Hom}_S(P, P)$ P : fin. gen. S -proj module とする。 Chase-Rosenberg [3] 2.13. と同様に P に S^2 -module の構造を入れ、 P は S^2 -proj とする。 $P \cong S^2$ の時は上の同型の右辺 $\cong S \otimes \text{Hom}(S, S)$ であるから $S \otimes A$ は S^3 -proj とする。従って A は S^2 -proj である。一般の時は直和成分に分解して、同様の議論が成立する。逆は明らかである。

(ii) \Leftrightarrow (iii) の証明で用いたのは S^2 -proj module P の S -endomorphism ring が S^3 -proj ということだけであるから

Corollary 1.2. ある S/R -Azumaya alg が S^2 -proj \Leftrightarrow 全ての S/R -Azumaya alg が S^2 -proj.

sep. Galois 拡大の時 は明らかに Theorem 1.1 の同値な条件を満足するが、Hopf Galois 拡大の時も満足する。その証明の為に Hopf Galois 拡大の定義を用いた形式で述べる。

H を finite cocomm. Hopf alg. (over R) with antipode λ とする。

$H \ni h, \Delta(h) = \sum_{(R)} h_{(1)} \otimes h_{(2)} \in H \otimes H, \lambda(h) = h^{-1} \in H$ と書くことにする。

今 S を H -module の構造を持ち、その structure map

$$\Psi: H \otimes S \longrightarrow S \quad \text{が} \quad \textcircled{1} \quad \psi(h \otimes xy) = \sum_{(R)} \psi(h_{(1)} \otimes x) \psi(h_{(2)} \otimes y)$$

$$\textcircled{2} \quad \psi(h \otimes 1) = \varepsilon(h) \quad \text{を満足する時} \quad \Psi \text{ を measuring と呼び、}$$

$$\psi(h \otimes x) = h \cdot x \quad \text{と書くことにする。}$$

Definition) S に measuring が定義されておき、measuring より定義された alg. homo. $S \# H \ni s \# h \mapsto [x \mapsto s h \cdot x] \in \text{Hom}(S, S)$ が同型の時、拡大 S/R を H -Hopf Galois 拡大と呼ぶ。

Chase-Sweedler [4] より S/R が H -Hopf Galois 拡大の時、 R の alg. iso. が成り立つ。

$$S \otimes S \cong S \otimes \text{Hom}(H, R) \cong \text{Hom}(H, S), \quad x \otimes y \mapsto [h \mapsto x h \cdot y]$$

さらに S/R が H -Hopf Galois 拡大の時、 S/R -Azumaya alg. $\text{Hom}(S, S)$

の S^2 -module structure を同型でうつして $S \# H$ の S^2 -structure は

$$S^2 \ni x \otimes y, \quad S \# H \ni s \# h, \quad x \otimes y \# s \# h = \sum_{(R)} x s h_{(1)} \cdot y \# h_{(2)} \quad \text{である。}$$

Theorem 1.3 $S/R : H$ -Hopf Galois 拡大 \iff quasi-Frob. 拡大

証明) 一般に、 H は $H^* = \text{Hom}(H, S)$ -proj であり、その structure は

は $H^* \ni f, H \ni h. \quad f \cdot h = \sum_{(R)} f(R_{(1)}) h_{(2)}$ とする。

特に, $S \otimes H$ は $\text{Hom}_S(S \otimes H, S) \cong \text{Hom}(H, S) \cong S^2\text{-proj}$ である。

$S \otimes H$ の S^2 -module structure は $S \# H = \text{Hom}(S, S)$ の S^2 -module struct. と同じであるから: 結局 $\text{Hom}(S, S) : S^2\text{-proj}$ である。

以下. 拡大 $\mathcal{S}\mathcal{R}$ は H -Hopf Galois 拡大 であるとする。従って Th. 1.1, 1.3. より $A \in \mathcal{S}\mathcal{R}$ -Azumaya alg とする。 $A = \theta(A) \otimes_{S^2} (S \# H)$ $\theta(A) \in \text{Pic}(S^2)$ と S^2 -module として書けることになる。例としては A が split type の時は

Proposition 1.4. $A = \text{Hom}(P, P) \quad P \in \text{Pic}(S)$ ならば
 $\theta(A) \cong (P \otimes S) \otimes_{S^2} (S \otimes P^*), \quad P^* = \text{Hom}_S(P, S)$ である。

証明) $\alpha : (P \otimes S) \otimes_{S^2} (S \otimes P^*) \otimes_{S^2} (S \# H) \longrightarrow \text{Hom}(P, P)$

を $\alpha((p \otimes s) \otimes (t \otimes q^*) \otimes (u \# h)) (x) = t u h \cdot (s q^*(x)) p.$

で def. すると α は well-defined S^2 -homo. である。あと localize

して調べればよい。local の時は α は $S \# H \cong \text{Hom}(S, S)$ になる。

§ 2. smash product algebras.

Definition. $\sigma : H \otimes H \longrightarrow S$ が normal 2-cocycle である

とは σ は $\text{Hom}(H^2, S)$ の元として invertible かつ次の条件を満たす。

$$(4)$$

たす時う。① $\forall f \otimes g \otimes h \in H^3$ について $(f \cdot \sigma(g \otimes h)) \sigma(f \otimes g h) = \sigma(f \otimes g h) \sigma(f \otimes g) \varepsilon(h)$. ② $\sigma(1 \otimes h) = \sigma(h \otimes 1) = \varepsilon(h)$.

さらに $\sigma \sim 1$ とは $\exists \rho \in \text{Hom}(H, S)$, ρ は invertible

で $\rho(h) = \varepsilon(h)$ if $h \in R$. とする。 $\sigma(g \otimes h) = \sum_{(g_1, h_1)} [g_1 \cdot \rho(h_1)] \rho^1(g_2, h_2) \rho(g_3) \varepsilon(h_3)$

$\sigma \sim \tau \stackrel{\text{def}}{\iff} \sigma * \tau^{-1} \sim 1$ * は $\text{Hom}(H^2, S)$ での積.

今, σ は normal 2-cocycle とした時, smash product を次の様に def. する。 $S \# H = S \otimes H$ as R -module. 積は $x \# y \cdot y \# h$
 $= \sum_{(g_1, h_1)} x(g_1, y) \sigma(g_2, h_1) \# g_3, h_2$. smash product $S \# H$ は単位元 $1 \# 1$ をもつ alg. になるか, より強く.

Proposition 2.1 $S \# H$ は S/R -Azumaya alg. である。

(証明) $S \otimes (S \# H) \cong \text{Hom}_S(S^2, S^2)$ となるからよ。

Proposition 2.2 $\sigma \sim \tau \iff S \# H \cong S \# H$ 但し同

型は R -alg. iso であるから S は fix する。

(証明) 容易であるから省略する。

この節では次の結果を証明することを目標とする。

Theorem 2.3 $A = \theta(A) \otimes_{S^2} (S \# H)$ は S/R -Azumaya alg である。

A が smash product である $\iff \theta(A) \cong S^2$

次の Lemmas の証明は容易であるから省略する。

Lemma 2.4. $A = \theta(A) \otimes_{\mathbb{Z}} (S \# H) \supset \theta(A) \otimes_{\mathbb{Z}} S$ は max. comm. subalg. S と一致する。

Lemma 2.5. $A \cong S \# H$ as S^2 -module $\Rightarrow A^0 \cong S \# H$ as S^2 -module.

Definition) A を S/\mathbb{R} -Azumaya alg とする。action of H on S を A -inner とは $\exists v \in \text{Hom}(H, A)$ invertible element st. $v(h) \cdot s = \sum_{(R)} (h_{(1)} \cdot s) v(h_{(2)})$, $v(1_H) = 1_A$ $s \in S, h \in H$ のときいう。
 v を A -inner action とする。

Proposition 2.6. $P \in \text{Pic}(S)$ st. $\pi: P \otimes S \cong S \otimes P$ S^2 -iso. 存在するとする。(P は functor として Pic を取, t : Amitsur complex の 0 次の cocycle である) このとき, action of H on S は $\text{Hom}(P, P)$ -inner である。

$$\begin{array}{ccccc} \text{(証明)} & P & \hookrightarrow & P \otimes S & \xrightarrow{\cong} & S \otimes P \\ & \downarrow v(h) & & \downarrow v(h) & & \downarrow v_1(h) \\ & P & \longleftarrow & P \otimes S & \xrightarrow{\cong} & S \otimes P \end{array} \quad h \in H.$$

t は comm. diagram により $v(h), v_1(h)$ を def. する。但し $v_1(h)(s \otimes p) = h \cdot s \otimes p$, $s \otimes p \in S \otimes P$. $v \in \text{Hom}(H, \text{Hom}(P, P))$ を inner action とする。また $s \in S, p \in S$ にもなる。

$$\begin{aligned} V(h)(\rho p \otimes 1) &= \pi^{-1} V_1(h) \pi(\rho p \otimes 1) = \pi^{-1} V_1(h)(\rho \otimes 1) \pi(p \otimes 1) \\ &= \pi^{-1} \left(\sum_{(h)} (h_{(1)} \cdot \rho \otimes 1) V_1(h_{(2)}) \pi(p \otimes 1) \right) = \sum_{(h)} (h_{(1)} \cdot \rho \otimes 1) V(h_{(2)})(p \otimes 1) \end{aligned}$$

であるから, $V(h)(\rho p) = \sum_{(h)} (h_{(1)} \cdot \rho) V(h_{(2)})(p)$ i.e. $V(h)\rho = \sum_{(h)} h_{(1)} \cdot \rho V(h_{(2)})$

又, $V(1_H) = 1$ は明らかであるから, V は invertible を示せば

よい. $V'(h) = V(h^{-1}): P \otimes S \rightarrow P \otimes S$ とおき $V(h), V'(h)$ を

$\text{Hom}_{\text{res}}(P \otimes S, P \otimes S) \cong \text{Hom}(P, P) \otimes S$ なる同型の右辺で表

現し, $V(h) = \sum f_i^h \otimes \rho_i^h, V'(h) = \sum f'_j{}^h \otimes \rho'_j{}^h$ とする. $V(h)$

は $V(h) = \sum \rho_i^h f_i^h$ とする. $V' \in \text{Hom}(H, \text{Hom}(P, P))$ を

$$V'(h) = \sum_{(h), j} (h_{(1)}^{-1} \cdot \rho'_j{}^h) f'_j{}^h \quad \text{で def. すれば, } V' \text{ は } V \text{ の inverse}$$

である。

Proposition 2.7 (Sweedler [7]) $A \in S/R$ -Azumaya alg と

し, V は inner action を与えるとする. $\sigma = (m_A(V \otimes V)) * (V^{-1} m_H) \in \text{Hom}(H^2, A)$ とおく. 但し m_A, m_H はそれぞれ A 及び H での積, $*$ は $\text{Hom}(H^2, A)$ での積を表わす. このとき

- (i) σ の image は S に含まれる.
- (ii) σ は normal 2-cocycle である.
- (iii) $S \# H \ni \rho \# h \longmapsto \rho V(h) \in A$ は R -alg. iso. であり S を fix する.

(証明) ⁽ⁱ⁾⁽ⁱⁱ⁾ Sweedler [7] 9.6. の証明がそのまま成立する. (iii) は $S \# H, A$ が S/R -Azumaya alg に注意すればよい.

Corollary 2.8. $P \in \text{Pic}(S)$ を Prop.26. の通り とすると

$\text{Hom}(P, P)$ は smash product alg. τ である。

(Theorem 2.3. の証明) smash product ならば $\theta(A) \cong S^2$ は明らかであるから 逆を示す。

$A \in S^2/R$ -Azumaya alg とし, $A \cong S \# H$.

とする。Lemma 2.4. より, S^2 -isomorphism による A の単位の

移り先は $1 \# 1$ と 1 である。 $V: S \# H \cong A, V^0: S \# H \cong A^0$

v, v^0 をそれぞれ V, V^0 の H の制限とする。 $A \otimes A^0 \cong \text{Hom}(A, A)$

であるから S^2/R は H^2 -Hopf Galois 拡大と見ると S^2 の S^4 -iso. が得

られる。 $S^2 \# H^2 \cong A \otimes A^0 \cong \text{Hom}(A, A) \cong (A \otimes S^2) \otimes_{S^2} (S^2 \otimes A^*) \otimes_{S^2} (S^2 \# H^2)$

但し, $A^* = \text{Hom}_{S^2}(A, S^2)$. 従って $A \otimes S^2 \cong S^2 \otimes A$ S^4 -iso である。

Prop.2.6. Cor.2.8. より $\exists \tau: H^2 \otimes H^2 \rightarrow S^2$ normal 2-cocycle st.

$$W: S^2 \# H^2 \cong \text{Hom}(A, A)$$

$W^{-1}(V \otimes V^0)$ は S^4 -auto. of $S^2 \# H^2$ として $W^{-1}(V \otimes V^0) = u \in S^4$ と

書ける。 $u = \sum p_i \otimes q_i \otimes r_i \otimes s_i, u^{-1} = \sum p'_j \otimes q'_j \otimes r'_j \otimes s'_j$ とし, $(V \otimes V^0)'$

$$: H^2 \rightarrow A \otimes A^0 \cong \text{Hom}(A, A) \text{ は } (V \otimes V^0)'(g \otimes h) = W \left(\sum_{(i,j)} \left(\sum_j r'_j g_i^{-1} p'_j \otimes s'_j h_i^{-1} q'_j \right) (g_i^{-1} \otimes h_i^{-1} \cdot \tau^{-1}(g_{(i)} \otimes h_{(i)}) \otimes g_{(j)}^{-1} \otimes h_{(j)}^{-1}) \right) \# (g_{(i)}^{-1} \otimes h_{(i)}^{-1}) \right) \tau \text{ def.}$$

である。 $(V \otimes V^0)'$ は $V \otimes V^0$ の inverse である。従って, v は invertible

である。 v が inner action を与えていることは明らか。従って,

τ , Prop.2.7. より, A は smash product alg. τ である。

Corollary 2.9. $A \in S/R$ -Azumaya alg である。

action of H on S が A -inner $\iff A$ が smash product alg. である。

Corollary 2.10 (Skolem-Noether) $\mathbb{k} \subset L, \text{Pic}(S^2) = 0$ ならば

任意の S/R -Azumaya alg A について H の S 上の action は A -inner に A の action に拡張できる。

§3. Cocycle condition of $\theta(\cdot)$, S/R -Azumaya alg の構造.

Proposition 3.1. A を S/R -Azumaya alg とする。

$\theta(A)$ は functor として Pic を取った時の S/R の Amitsur complex の 1 次の cocycle である。(これを簡単に $\theta(A) \in Z^1(\text{Pic})$ と書く)

(証明) $\text{Hom}(S, S) \otimes S = (S \# H) \otimes S \cong \text{Hom}_{R \otimes S}(S \# H, S \# H)$

及び $A \otimes S \cong \text{Hom}_{R \otimes S}(A, A)$ なる同型を Prop. 1.4. を用いて計算すればよい。

次に $M \in Z^1(\text{Pic})$ とし, $A = M \otimes_{S^2} (S \# H)$ とする。この時

A が S/R -Azumaya alg の構造をもつ条件 ~~を~~ を考へる。

M の cocycle condition より 次の S^2 -iso. が得られる。

$$\phi: A \otimes S \cong \text{Hom}_{R \otimes S}(A, A)$$

$\phi(a \otimes 1)(x) = a \cdot x$ と書くことにする。 $a \in A, x \in A$. ϕ より

$\Phi_1, \Phi_2: A \otimes A \rightarrow \text{Hom}(A, A)$ なる maps を次の様に def.

$$\text{ある。 } (\Phi_1(a \otimes b))(x) = (a \cdot x) \cdot b \quad x, a, b \in A$$

$$(\Phi_2(a \otimes b))(x) = a \cdot (x \cdot b)$$

$$\therefore \tau: A \otimes A \text{ を次の見方で } \mathcal{S}^{\#}\text{-module と見よ。 } (p \circ q \circ r \circ s)(a \otimes b) \\ = p \circ r \circ s \circ q \quad a \otimes b \in A \otimes A, p \circ q \circ r \circ s \in \mathcal{S}^{\#}$$

この見方は, A が \mathcal{S}/\mathcal{R} -Azumaya alg の時の同型 $A \otimes A^{\circ} \cong \text{Hom}(A, A)$ を反映させたものである。 $A \otimes A$ をこの様に $\mathcal{S}^{\#}$ -module と見よと Φ_1, Φ_2 は $\mathcal{S}^{\#}$ -homomorphism となり localize して調べることにより Φ_1, Φ_2 は $\mathcal{S}^{\#}$ -isomorphism となる。従って $\Phi_1^{-1} \circ \Phi_2$ は $\mathcal{S}^{\#}$ -auto. of $A \otimes A$ であるから $\Phi_1^{-1} \circ \Phi_2 \in \mathcal{S}^{\#}$ と思えばよい。

$\mu(M, \phi) \stackrel{\text{def}}{=} (\text{perm}(243)) \Phi_1^{-1} \circ \Phi_2 \in \mathcal{S}^{\#}$ とおく。但し $(\text{perm}(243))(x_1 \otimes x_2 \otimes x_3 \otimes x_4) = x_1 \otimes x_3 \otimes x_4 \otimes x_2$, $x_1 \otimes x_2 \otimes x_3 \otimes x_4 \in \mathcal{S}^{\#}$.

Theorem 3.2.

$\mu(M, \phi)$ は functor として \cup (unit) を取ったときの Amitsur complex での 3-cocycle であり, ϕ' を他の同型とした時は $\mu(M, \phi') \equiv \mu(M, \phi) \pmod{\text{coboundary}}$ である。さらに,

$\mu(M, \phi)$ が coboundary $\iff A = M \otimes_{\mathcal{S}^{\#}} (S \# H)$ が M の ϕ との $\mathcal{S}^{\#}$ -module structure と compatible な \mathcal{S}/\mathcal{R} -Azumaya alg の構造をもつ。

(証明) $\mu(M, \phi)$ が 3-cocycle であることは localize して調べればよい。 ϕ' を他の同型とした時 $\exists u \in \mathcal{S}^{\#}$ s.t. $\phi = \phi' \circ u$

であり、実際計算を行えば u を coboundary operator D でうっしたものが、丁度 $\mu(M, \phi)$ と $\mu(M, \phi')$ の違いとして現れるからよい。最後の部分については、 $\mu(M, \phi) = D(u)$ とすると $\phi' = \phi u^{-1}$ で新しい S -iso $\phi': A \otimes S \cong \text{Hom}_{\text{res}}(A, A)$ を作り、 A の積を $a \cdot b = (\phi'(a \otimes 1))(b)$ で定義すれば、 $\mu(M, \phi') = 1$ となるから A は associative alg. となる。よってこの積で ϕ' は S -alg. iso となるから、 A は S/R -Azumaya alg となる。逆は明らか。

以上の結果は cohomology を用いて統一的に述べることができる。その為に

Proposition 3.3 $\alpha_g: S^{g+1} \rightarrow \text{Hom}(H^g, S)$

$$(\alpha_g(x_1 \otimes \cdots \otimes x_{g+1}))(h_1 \otimes \cdots \otimes h_g) = x_1 h_1 (x_2 h_2 \cdots (x_g h_g \cdots x_{g+1}) \cdots)$$

は alg. iso. である。

(証明) $g=0, 1$ については明らかである。一般の時は証明する為には、 R を体と仮定してもよいことに注意して、

induction を用いばよい。

Proposition 3.3. を用いて、 $k \text{ 上 } S/R$ の Amitsur complex (functor \mathcal{F}) と同型な complex $\{\mathcal{F}(\text{Hom}(H^g, S))\}$ を作る事ができる。(coboundary operator は Amitsur complex の方から

同型を利用してうっす。) 例えは, functor として U : units functor
を取れば, 2次元の Amitsur cohomology 的 normal 2-cocycle の
equivalence classes と同型に対応する。(normal については Amitsur
の方でも normal 形ものを考へればよい。) 従って, 2つの
complex の cohomology を同じ記号 $H^n(\mathcal{F})$ と書く. さらに
 Pic は Picard group を対応させる functor とする。

今まで調べたことから, Amitsur cohomology の Brauer 群を
含む T -terms exact seq. の一部を具体的に作ることもできる。

Theorem 3.4 $H^0(\text{Pic}) \rightarrow H^2(U) \rightarrow \text{Br}(S/R) \rightarrow H^1(\text{Pic}) \rightarrow H^3(U)$ は exact である。写像の構成は証明中で与える。

(証明) $H^0(\text{Pic}) \rightarrow H^2(U)$: map は Prop. 2.6 及び Cor. 2.8
で与えられる normal 2-cocycle を対応させる。

$H^2(U) \rightarrow \text{Br}(S/R)$: smash product の class を対応させる。

$\text{Br}(S/R) \rightarrow H^1(\text{Pic})$: $\text{Br}(S/R)$ の代表元として S/R -Azumaya alg
 A を取り $\theta(A)$ の class を対応させる。

$H^1(\text{Pic}) \rightarrow H^3(U)$: Theorem 3.2 で与えた cocycle の class を対応
させる。これらの写像は全て group homo であることが証明
できる(証明は略す), Cor. 2.8, Prop. 1.4. 的 $H^2(U)$ の exact 性の完全性
を, Th. 2.3. 的 $\text{Br}(S/R)$ の exact 性の完全性を, Th. 3.2 的 $H^1(\text{Pic})$

の所での完全性を示している。

(注意) Th. 3.4. の *seq.* を 7-terms まで拡張して具体的に構成することは可能である。詳しくは [8] 参照。ここでは S/R -Azumaya alg. を S^2 -module と見た時の構造が, Brauer 群を含む *seq.* にどの様に関係しているかを記述するにとどめた。

最後に, separable Galois の時, Kanzaki [6] と我々の関係を調べて見る。 S/R : sep. Galois ext. with Galois group G とする。

この時 $H=RG$ とすれば S/R は我々の意味で H -Hopf Galois 拡大である。 A を S/R -Azumaya alg. とすれば, 神崎氏の結果より, $A = \sum^{\oplus} J_{\sigma}$, $J_{\sigma} = \{x \in A \mid x s = \sigma(s) x \ \forall s \in S\}$ と分解する。我々の結果では, $A = \theta(A) \otimes_{S^2} (S \# H) = \theta(A) \otimes_{S^2} SG$, 但し SG の S^2 -structure は $x \otimes y \cdot s \sigma = x s y^{\sigma} \sigma$, $\sigma \in G$.

$S^2 \cong \text{Hom}(H, S) = \text{Hom}(RG, S) = \sum_{\sigma \in G}^{\oplus} S v_{\sigma}$, $v_{\sigma}(\tau) = \delta_{\sigma, \tau}$ $v_{\sigma} \in \text{Hom}(RG, S)$ と, S^2 は rings $S v_{\sigma}$ の直和に分解する。この分解に従って, $A = \theta(A) \otimes_{S^2} SG$ も分解すれば, 神崎氏の分解が得られるのである。例之は, Lemma 2.4. の結果は $J_e = S$ を意味する結果である。但し $e \in G$ は単位元である。

References.

- [1] M. Auslander and O. Goldman, The Brauer group of a commutative ring, *Trans. Amer. Math. Soc.* 97 (1960), 367–409.
- [2] S. Chase, D. Harrison and A. Rosenberg, Galois theory and Galois cohomology of commutative rings, *Mem. Amer. Math. Soc.* 52 (1965), 15–33.
- [3] S. Chase and A. Rosenberg, Amitsur cohomology and the Brauer group, *Mem. Amer. Math. Soc.* 52 (1965), 34–79.
- [4] S. Chase and M. Sweedler, Hopf algebras and Galois theory, *Lecture Notes in Math.* 97 (1969), Springer.
- [5] A. Hattori, Certain cohomology associated with Galois extensions of commutative rings, *Sci. Papers. College. Gen. Edu. Uni. Tokyo.* 24, (1974), 79–91.
- [6] T. Kanzaki, On generalized crossed product and Brauer group, *Osaka J. Math.* 5 (1968), 175–188.
- [7] M. Sweedler, Cohomology of algebras over Hopf algebras, *Trans. Amer. Math. Soc.* 133 (1968), 209–239.
- [8] K. Yokogawa, On $S \otimes S$ -module structure of S/R -Azumaya algebras, (to appear)