数理解析研究所講究録
第252巻 1975年 62-81

『思想』一九七五年七月号 岩波書店
より再録

質的現象の解析学
——カタストロフの理論と社会認識——

佐和隆光
宇敷重広

はじめに

ルネ・トムのカタストロフ理論が、数学者以外の諸科学者の関心をひきはじめて以来、すでに二年余りたつ。生物と社会のための数学である、と喧伝されたこの理論が、折しも、ゆきづまりの状態にあった、経済学や生物学の専門家によって、熱狂的な歓迎をうけたのは、きわめて自然な成りゆきであった。しかしながら、この二年余のあいだにおける、カタストロフ理論の「応用」の成果は、当初の期待を、はるかに下まわっているというのが、ありのままの実状であろう。

筆者たちのサーヴェイのおよぶ限りでは、成功不成功の区別はともかくとして、カタストロフ理論の応用を意図した、日本人の書いた論文は、生物学ないし生態学で五篇、化学で一篇、素粒子論で一篇、心理学で一篇、経済学で一篇あるにすぎない。大衆ジャーナリズムの誇大気味の表現をかりれば、「ニュートンの力学、アインシュタインの相対性理論、ウィーナーのサイバネティクスに匹敵する」といわれたこの理論が、当初の熱狂的期待を裏ぎって、応用面での見るべき成果を未だかちえていないのは、一体なぜなのだろうか。端的にいって、その理由は、高度に抽象的な現代数学を土台とする「理論」と、古典物理学に慣れきった眼で観察される「現象」との間を、スムースにつなげるための、適切な方法論を欠いているためであろう。

一般に、新しい「方法」というものは、なんらかの現象を科学しているうちに、おのずから生まれてくるものである。ニュート

ン力学の方法を典型とする、論理実証主義にしろ、レヴィ・ストロースの人類学に代表される構造主義にしろ、この点において例外ではない。ところでしかし、トムのカタストロフ理論は、あらゆる現象を統一的に説明する「普遍モデル」を志向するものとして、いわば天下り的に、純粋数学者によって提案された、ア・プリオリな科学方法論である、という際だった特異性をもつ。経験世界をはるかに超えるものとしてある「数学的実在」こそが、一切の経験世界の構造を支配する「普遍構造」にほかならない、とトムは考える。すなわち、数学的実在の「形態」と「論理」を、とことんつきつめることにより、経験世界の「謎」は、一切、氷解するであろう、と。

実際、トム自身、生物の形態発生や、言語の構造を、カタストロフ理論によって「説明」する応用例を、いくつか示している。カタストロフ理論の応用家として著名な、イギリスの数学者ジーマンは、あらゆる分野にわたる、多数の応用例によって、私たちを心ゆくまで堪能させてくれる。しかしながら、これらの応用例は、目下のところ、それぞれの分野の専門家にたいして、さほどの衝撃をあたえていないようである。また、ジーマンの意図する応用と、元祖トムの目指す応用とのあいだには、少なからぬ食い違いがあるようにみうけられる。こうした点も、カタストロフ理論の応用の広範な展開を妨げる、いまひとつの要因に数えることができよう。

新しい言語体系の模索

ほとんどすべての科学は、経験世界の「モデル」を構築することを目指す。経験世界において観察される、因果関係や構造を、単純な言語体系に翻訳して記述することが、経験科学における「モデル」ということの、最大公約数的な理解であろう。モデルを記述するための言語体系は、数学的なものと、非数学的なものとに区別される。自然や人間社会における量的現象は、多くの場合、数学的言語体系によって、モデルにうつされる。

量的でない現象、すなわち質的現象は、数学的でない言語体系、たとえば、なんらかの図式化を通じて、モデルにうつされる。たとえば、因果の方向を示す矢印、一個のシステムをあらわす箱、等々。数学的であれ非数学的であれ、さまざまな現象を、共通の言語体系へ翻訳するという作業には、異なる現象間の相違をつまびらかにしたり、演繹の過程を明証的にする、という認識上での利点がある。非数学的なモデルの場合、異なる現象どうしの相違は明らかにできても、その違い具合と程度を記述するための言語、比較の語いをもちあわせない。

他方、数学的な言語体系は、比較の語いにはこと欠かないけれども、次のような欠点をもつ。第一に、数学的な言語体系は、現象の数量化を、不可欠の前提とするということ。社会現象や生物現象の一切を、数と量に還元して記述しようという試みは、多くの場合、失敗に終る。社会科学や生物学の数学理論が、ともすれ

ば「オモチャの豆鉄砲」に堕しがちなのは、過去の経験の物語るところである。第二に、数学的言語体系の語いは、思いのほか乏しいということ。現象のありようを、数式の体系に翻訳して記述しようとするとき、まるで丸いものを角ばった箱に、むりやり押しこめるかのような無理強いをおかすことになりかねない。多様な現象を、弾力性の乏しい「数学の箱」へ、強引に押し込めれば、現象は、いびつにゆがめられ、ほんらいの姿とかけはなれてしまうのは当然である。こうして、数学的言語の体系は、現実にあるシステムの多様性に、対応する術を失うのである。

さてカタストロフ理論は、こうした従来の言語体系の欠陥を克服する、新しい言語体系にほかならない。トムが、「カタストロフ理論は、『理論』というよりは、むしろ『モデル術』である」と語っているのも、おそらく、こうした意味あいをこめてのことであろう。カタストロフ理論の豊富な語いは、量的現象と質的現象の双方を、おなじ言葉で、統一的に記述することを可能にしてくれる。

カタストロフ理論は、数学的な言語体系の、ひとつの発展形態ではあるけれども、ただ単に、語い数の量的拡大をかちえただけにとどまらない。現象の数量化を、不可避の前提とはしない、という意味において、従来の数学的な言語体系とは、根本的に異質な言語体系なのである。もちろん、数学を基としている以上、対象が数量的に把握されている方が好都合なことは、いうまでもない。しかしながら、従来の数理的社会科学がそうであったように、ほんらい量に還元しえないものまで、むりやり量化したり、あるいは、量以外のものを一切捨象する、という無理をおかす必要はない。

もっとくだいて言うならば、カタストロフ理論は、ガリレオ的世界観とはまったく正反対に、第一性質(数量化可能な属性)を捨象してしまい、第二性質(いわゆる質的属性)のみを、分析の対象とするのである。すなわち、量の次元での変化や相違には、まったく気をとめず、質的な変化や相違のみに、分析のおよぶ範囲を限定しようとするのである。もともと第二性質が、分析の対象からはずされていたのは、それが数学の手におえない難物だったからである。カタストロフ理論が、第二性質を、数学の射程内にとりこむことに成功したのは、言われてみれば単純なことだけれども、「第一性質を捨象する」という視座の逆転をなしえたからにほかならない。質的現象を数学的に分析しようとする場合、従来ひとびとは、いかにして質を量に還元するか、ということのみに腐心し、量を捨象して、質のみに着目する、という視座の転換には思いもおよばなかったのである。いったん量を捨象してしまうと、現象は、「型」として把握される。「型」として認識された現象は、「位相同型（ホメオモルフィズム）」という同値関係によって、分類され比較される。

弁証法とカタストロフ

数理的な経済学や生物学においては、通常、現象のメカニズムにかんする理論仮説を、数学的な方程式の体系にあらわし、それ

に数学解析をほどこして、一定の検証可能な命題を演繹する、という分析的方法がとられる。仮説を表現する方程式体系のことを、モデルと呼ぶならわしのようである。時間的変化にかかわる理論を、記述するモデルとしては、微分方程式が最もよく用いられる。経済学や生物学のモデルが、しばしば、古典力学的である、といわれるのは、微分方程式モデルの利用が盛んなためでもあろう。

カタストロフの理論も、別段、こうしたアプローチを、全面的に否定するわけではない。現象の、量的な因果の構造が、たやすく数式に表現できる場合には、微分方程式モデルを縦横に駆使して、現象の解析をやればそれでよい。しかしながら、こうしたアプローチに、以下のような限界があることは、誰の目にも明らかであろう。第一に、方程式が定式化されても、それが解けるとはかぎらない。解析的に解ける微分方程式は、ごく特殊な、単純なものに限られるのである。第二に、量的な因果の存在は確認できても、因果関係の精細については、不確かなことが多い。すなわち、微分方程式の変数を列挙できても、それに明示的な定式化を与えることができない、という場合がある。こうした場合、微分方程式の定性解析ということが、古くからおこなわれている。ところが、そこで得られる結論は、局所的な安定性等にかんする、きわめて弱い結論に限られる。第三に、もともと関心のある現象は定性的であって、微分方程式という量的な方程式のモデルに、ストレートにうつすことができないことが間々ある。たとえば、生物の形態発生の過程を思いうかべていただきたい。なんの変哲もない球形の卵に、一定の時間経過の後に原腸が陥入しはじめる。こうした「時間的変化」の過程を、微分方程式モデルにうつすことは、どだい不可能な試みというべきであろう。言いかえれば、古典的な数学言語の体系によって、こうした質的変化を記述することは、まず不可能を要求するに等しい難題なのである。

生物学であれ、社会科学であれ、従来の数学言語による記述と解析が不可能な、右に述べたような類の現象は、説明不可能な「謎」として、ながらく放置されてきた。古典力学的方法によって、量的な現象の謎は、ほぼ解明しつくされた今日、これらの質的現象にたいする知的好奇心は、とみにたかまりをみせている。量的な方程式に還元しえない現象を、「理解」するための方便として、新しい言語体系の構成が待望されている。さまざまな現象を、新しい言語で語ってみる、という試みを通じて、現象は、人知の「理解」のおよぶところとなるのである。

弁証法という言語体系は、過去に、われわれがもちあわせていた、ほとんど唯一の、「質」を記述する言語であった。社会現象や生命現象における「質」の変化を、弁証法のことばで記述することにより、「理解」できたと思う人もおれば、そうした記述は、なんの「説明」にもならないと反発する人もいる。カタストロフの言語による「説明」についてもおなじである。そのような説明のしかたによって、現象を「理解」できたと思う人もおれば、そのような説明のしかたを、拒絶する人もいよう。より多くの人々が、カタストロフの言語による「説明」をきいて「わかった」と思う

ようになれば、カタストロフの理論は、弁証法にとってかわる、「質」を語る言語としての役割を荷うことになろう。

何時のころか定かではないけれど、多くの識者が、弁証法による「説明」を、絶対視してはばからない時期があった。あるいはまた、「量」に還元しえない現象は、しょせん「科学」するに価しない、というガリレオ神話が、一点の疑念もなくうけいれられていた時代もあった。だがしかし、こうした時代は、科学のロマンチック時代として、もはや遠い過去となりつつある。反科学、進歩の終焉、等身大の社会科学、新古典派経済学批判、表現こそちがえ、特定の科学方法論にたいする盲信の裏返しにほかならない。

これまでも、くりかえし述べてきたように、トムのカタストロフ理論は、従来の科学の全否定のうえに構築されたものではない。科学の危機を論ずる人々は、えてして、従来の方法論の限界を、他方の極の全的肯定へと短絡させがちである。こうした二元論的陥穽のゆえに、科学にかんする議論は、多くのばあい、混乱と不毛に終始する。

分子生物学の限界、新古典派経済学の破綻、等々のあおりをうけて、いまや、要素論的アプローチの評判はいたって悪い。しばしば論者は、要素論の否定を、全体論(ホーリズム)の肯定へと短絡させ、新しい可能性を見出したかのようにいう。こうした人々は、トムのカタストロフ理論をも、要素論をのりこえた全体論的アプローチであると勝手にきめつけて、この理論に、見当はずれの賞讃をあびせようとする。しかしながら、カタストロフ理論を、たんに印象的に概観するのではなく、その数学的なディテイルにたちいったことのある人々は、誰しも、この理論の基本的立場の、案外な「古くささ」に驚かされることであろう。「質の数学」という斬新さと、力学的世界観に拠るという陳腐さとを、いかにして、また、どういう具合に調和融合させるのかという点が、カタストロフ理論を理解するための要諦であろう。すなわち、ものごとの局所的な構造または状態は、微分方程式ないし、それの一般化である、力学系(ダイナミカル・システム)(ベクトル場と言いかえても差しつかえない)によって「決定」される、という古典力学的世界観を、まず出発点にすえる。こうした「古くさい」要素論の立場を堅持しながら、全体像としての質の相違、または質の変化を、「局所力学」にたちかえって説明しようとするのである。

モデルからメタファーへ

生物現象や経済現象のばあい、こうした「局所力学」というモデルは、従来の理論の延長線上において、かなり自然に受けいれられるであろう。ポテンシャル最小化、均衡、安定性、等の概念は、いずれも、生物学者や経済学者にとって、なじみの深い説明原理である。ところが、言語、心理、政治、歴史、等々の分野にまで、カタストロフ理論の応用領域を押し広げようとすれば、「なんらかのポテンシャルを最大(小)にする」という最適化公準の定式化として、「局所力学」の実体的意味を理解することに、しばしば無理が生じてくる。このようなばあい、ありきたりの「モデ

ル」としてではなく、「類比」または「隠喩」として、数学と現象とを対応づける、という視点の設定が必要となってくる。このような視点について、こと細かに説くことが、この小論の目的にほかならない。今後の議論の理解をたすけるために、さしあたりその要旨を、簡単に述べておこう。

ものごとのある状態を、ひとつの力学系に「対応」させる。すなわち、状態の集合は、力学系の集合に、うつされる。数学的実在としての力学系集合のあり様は、純粋数学者によって探究され、数学の定理として、体系化されている。力学系集合上で成りたつ様々な命題を、状態の集合上の法則にうつしかえる。こうして、数学の諸定理は、現象のことばに翻訳され、逆に、現象は、力学系集合上の「法則」と対応づけることにより、「理解」される。カタストロフ（＝状態の変化）は、力学系の「位相型」の変化に、類比される。すなわち、位相の型を異にする力学系に対応する状態は、おたがいに異質であるとみなされる。状態の、時間的、空間的推移は、力学系集合のなかでの「径」として、メタファーされる。そのような「径」が、位相同型な力学系どうしを区分けする境界（＝分岐集合）を通過するとき、現象世界における状態の変化（＝カタストロフ）が、メタファーされるのである。

力学系集合という、きわめて抽象的な空間の構造と、そこにおける法則を、現象世界の構造と法則とにメタファーすることを正当化する、格別の論拠があるわけではない。数学至上主義の立場から、数学的構造の普遍性を主張しようとも、あるいは、森羅万象の基本構造を、安定性または最適性の公準に求めようとも、しょせんは、各人の好みの問題であろう。いずれにせよ、反証不可能なことがらの当否をめぐる議論を、延々とくりひろげる余裕はない。

少なくとも、私たちの経験から推すかぎり、力学系へのメタファーを通じて、現象を「説明」するというやり方は、多くの人々をして、「わかったような気持」を抱かせることは、確かなようである。人間の知における、数量的認識の歴史は、それほど古くはなく、十五世紀末以降に始まるといわれる。十五世紀の末に、ようやくにして数量的認識がめばえたのは、商品生産の確立という、社会経済的要因によるものと考えられる。商品生産の確立とその展開は、数量的思考を、人間の知に付与し、それによって、人間の自然にたいする認識を、「類比」の思考から「比較」の思考へと、止揚したといわれる。それ以来、今日にいたるまで、「数」と「量」にもとづく認識は、人間の知の核心を、ながらく占拠してきたのである。

カタストロフの数学理論と、現象世界とを「類比」または「隠喩」することによって、現象世界を理解しようという立場は、数量的認識になれきった人々には、荒唐無稽な戯言との印象をあたえるであろう。分析的な科学の方法に慣れた科学の専門家であればあるほど、より一層、メタファーという考え方には、なじみにくいであろう。かつて人間は、天空を大地にアナロジーし、人体を天空にアナロジーして、自然を「理解」した積りでいた。より

近くは、経済を人体にアナロジーし、物と金の流れを、血液循環にアナロジーして、経済循環を理解したのである。こうした、ある意味でプリミティブな思考の様式と、現代数学の極みともいうべきカタストロフ理論との、驚くべき相似は、それ自体、きわめて興味深いことであろう。また、純粋形相としての幾何学的構造を、イデアとみなし、現実世界を、イデアの屈折した投影とみなした、古代ギリシャのプラトン主義者の考え方との共通点を、指摘することもたやすい。

数学的認識のフロンティア

質的現象の解析学である、ルネ・トムのカタストロフ理論について、話を先にすすめるには、このあたりで、多少の数学的な準備をしておく必要がある。通常の応用数学に用いられる数学のレベルよりは、格段に高度な数学を駆使することによって、ルネ・トムの深遠な理論は、抽象的な、そして漠とした領域にまで、その射程を届かせているのである。位相幾何学と呼ばれる数学の分野は、ほんらい、非常に素朴で原始的な概念をとりあつかっている。それらの素朴な概念を、厳密な推論の対象となりうる、数学的概念として把握するのに、多くの天才の活躍とながい歴史を必要としたのである。人間が直観によって把握しうる対象は、彼らの努力によって、少しずつおし広げられてきたのである。ルネ・トムは、解析学と位相幾何学の統合である、微分位相幾何学の創始者の一人である。トムは、人間の数学的認識のフロンティアを広げることが、数学者の責務である、という自負心に満ちている。従来、数学者にとっての禁断の秘境であった、非数量的、大局的、そして定性的な現象をとりあつかうのに、みずから切り拓いた微分位相幾何学、とくに写像の特異点の理論が有効である、ということに、トムが気づいたのは、いろいろな偶然が重なったためもあろうが、ある意味では、人間の知の歴史における必然の成果である、ともいえる。トムのような偉大な数学者には、尋常ならざる直観の力が備わっており、高度に抽象的な数学的対象も、実在するものとして〝観る〟ことができるのである。

物理学などでよく知られている、ベクトル場の概念から、話をはじめよう。水槽に水を貯めた状態を、まず想像していただきたい。水槽の水を、手でぐるぐるとかきまわしてみたとする。水は水槽の中で、渦まくであろう。かきまわすことをやめると、渦の流れは、次第にゆるやかになり、遂には静止してしまう。しかしながら、今、何か適当な手段によって、水をかきまわし続けたとしよう。そのとき、水は、電気洗濯機の渦のように、定常的な渦巻き運動を続けるはずである。さて、このような定常渦を、数学的なモデルによって表現するには、どのようにすればよいであろうか。まず、渦の流れがおこっている空間内に、座標を導入することによって、渦巻きのなかの各点の「位置」が、量的に表現される。特定の「位置」に注目すれば、その「位置」における渦の「流れ」は、「速度」である(流体の密度等は考えないことにする)。「速度」とは、その「位置」における「流れ」の方向と速さであ

る。したがって、この位置(=点)における流れの「状態」は、「速度」というベクトルによって表現される。渦巻きのおこる空間の、すべての点に、速度ベクトルが対応する。全体としての「流れ」は、空間の各点に、速度ベクトルを対応させる関係、すなわち、この空間から、速度ベクトルのつくる、ベクトル空間への写像として、数学的に表現されると考えてよい。

このように、空間の各点に対して、その点における「速度」のベクトルを対応させる写像のことを、ベクトル場と呼ぶ。言いかえれば、ベクトル場は、定常的な「流れ」の、数学的表現にほかならないのである。

水槽内の定常的な流れのなかに、小さなボートを、そっと浮かべてみよう。ある時刻$t=t_0$において、水槽内の点$x=x_0$の位置にボートがあるとすれば、時間の経過とともに、このボートは、流れにそって水槽内を移動してゆく。時刻tに対して、その時刻の位置xが決まる。流れが定常でさえあれば、出発点の位置x_0と、流されていた時間$t-t_0$によって、ボートの位置は決定される。逆に、過去にさかのぼって、ボートがどの位置にあったのかを、現在時点における位置から逆算することが、(理論上は)可能である。無限の過去から無限の未来にわたって、定常に流れているとすれば、ある時刻t_0に、ある位置x_0を通過するボートは、無限にながい時間に、一本の曲線を、水槽のなかに描いている。この曲線のことを、x_0を通る「軌道」と呼ぶ。水槽のなかの各々のx点に対して、「軌道」を描いてやれば、水槽は、これらの「軌道」で埋めつくされる。こうして、幾本もの軌道からなる線模様が描かれる。

ベクトル場という概念を念頭において、社会現象をながめてみると、なんらかのベクトル場をもって、多くの現象を「類比」できることに気がつく。最も直接的に、ベクトル場とみなせる現象は、それ自身が実体的な「流れ」である、群集の移動のような類の現象であろう。直接、視覚的にとらえられなくても、たとえば、商品の流れ、金の流れ、情報の流れ、等々、ベクトル場に「類比」できる現象は少なくない。しかしながら、このような類比をあげつらうだけでは、たんなる知的遊戯の域をでないであろう。類比関係の存在を確認したうえで、現象を数学的概念であるベクトル場に対応づける。しかる後、ベクトル場にかんする純粋数学的諸定理を、類比関係にもとづき、現象のレベルに引きもどして、現象世界における有意味な経験的命題との対応をつけることが、可能でなければならない。

古典物理学の方法は、測定を媒介とする現象の数量化という手続きを通して、「数学」と「現象」との対応づけをおこなっていた。「有人月飛行」という象徴的な事実によって証明されたとおり、こうした方法のもたらした成果は、確かに偉大であった。しかしながら、この方法に依拠するかぎり、理論的に可能でも、実際には解けない、もしくは、理論的な解析法が未だに発見されていない、といった「解けない」問題が、現象世界においてあまりに多い。

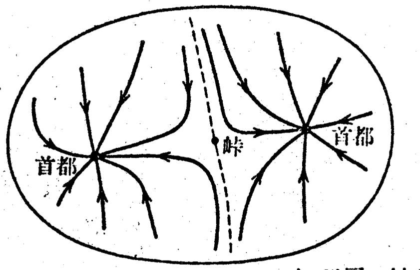
物理現象のような、「数値化」の可能な現象とちがって、数量化の可能性自体が問われる社会現象を、たとえば、ベクトル場という数学的対象に類比するという場合、数学的対象というもののもつ意味は、古典物理学において、微分方程式がもっていた意味とは、必然的に異なってくる。数値的、数量的対応関係よりはむしろ、質的、構造的、そして大域的な対応関係に、着目するという点が、前者の立場の特異性の端的な表現である。

抗争と侵略

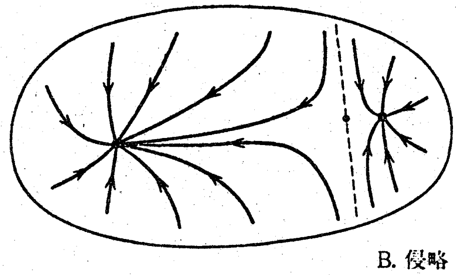
水槽内の渦の流れの場合には、体積が流れて行っても変化しないという、水という物質の物理的な特性のために、流れを類比するベクトル場としては、特殊なものしかあらわれてこない。ベクトル場に類比すべき対象が、もっと一般的な現象であれば、対応するベクトル場も、一般的なものでなければならない。

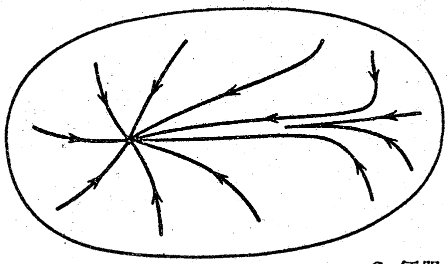
ある空間、たとえば、平面における各点に、速度ベクトルを対応させる、というベクトル場があるとしよう。このようなベクトル場の、「定性的」な特性をとりだすことを考えよう。定性的特性をとりだすために必要とされる、数学的概念を、いくつか導入しておこう。山と谷と湖のある、箱庭的風景をイメージしていただきたい。この箱庭に雨が降るとしよう。山に降った雨水は斜面を下り、谷に流れこみ、やがては川となり、湖にそそぐ。このような水の流れにたいして、ベクトル場をひとつ対応させる。箱庭のなかの各点に対して、その位置における、斜面の勾配ベクトルを対応させるのである。勾配の方向は、水の流れの方向であり、勾配の大きさは、流れの速さに対応しているものとする。箱庭にある、窪地の中の最も低い一点を考えると、この点の近傍にある点から発する流れの道筋、すなわち軌道は、すべて、この点をめがけている。このように、その点の近くの点を通る流れが、すべて、この点の方向にむいているような点のことを、「アトラクタ」と呼ぶ。その反対に、山頂のように、その点以外の、その点の近くの点から発する流れが、すべて、その点から離れてゆくような、ベクトル場の点を、「リペロ」と呼ぶ。窪地の底にあたる、アトラクタのひとつに注目する。この窪地にむかって水流が流れ込むようなベクトルをもつ点からなる領域がある。箱庭で言えば、この窪地の斜面、すなわち、このアトラクタに流れ込む川の「流域」にあたるものである。このような領域のことを、アトラクタの「鉢」と呼ぶ。むろん、異なるアトラクタには、異なる鉢が対応している。箱庭のばあい、領域全体は、いくつかの鉢に分割される。各々の鉢は、分水嶺を境界として、相隣りあっている。

ある社会状態を、ベクトル場をもちいてメタファーするということの、例をひとつあげておこう。ある領域内において、いくつかの国々が隣接しあっているという状況を想定していただきたい。各地点において、その地点が政治的、経済的、または地理的に、どういう従属関係のもとにおかれているかを、ベクトルにあらわす。従属関係というものが、厳密な意味での方向と大きさを持つわけではないけれども、それを、方向と大きさを持つベクトルに



A. 二国の対立


B. 侵略


C. 征服

メタファーすることは、さほど不自然とはいえまい。地域の各点において、対応するベクトルの集まりを考えれば、それは、この地域の上のベクトル場を与えている、とみることができる（右図のAを参照せよ）。アトラクタにあたるものは、各々の国における権力の中枢のある地点である。それを仮に、首都と呼ぶことにしよう。鉢にあたるものは、アトラクタとしての首都が支配する、国の領域にほかならない。このようにして構成されたベクトル場の様相は、時の経過とともに、少しずつ変化してゆくであろう。社会現象においては、このような微小な変化の過程において、ある時とつぜん、急激な変動がひきおこされる、という事例が少なからずある。たとえば、ひとつの国が、隣国を侵略するという場合、はじめは、少しずつ漸進的に、占領地を国境近くから広げてゆき、侵略が隣国の首都の近傍に及ぶやいなや、ほとんど瞬時にして、全領域を支配下にとりこんでしまうというふうに、連続的なしかも量的な変化が、ある瞬間にとつぜん、不連続的な質的変化に飛躍するのである。このような社会的現象は、ベクトル場における、いかなる数学的現象にメタファーされるのであろうか。

　ふたたび、箱庭のイメージを想いうかべていただきたい。話を簡単にするために、二つの窪地があり、その間に、峠が一つあり、この二つの窪地だけから成る箱庭を考えよう。二つの窪地は、それぞれ別々の二国をあらわし、窪地の底には、各国の首都が位置していると考えよう。情勢がわずかずつ変化してゆくという過程は、ベクトル場の大局的様相が、連続的に変化してゆく、という過程にメタファーされる。このような過程は、たとえば、箱庭を少しずつ傾けてゆく、という操作のイメージで把えることができる。箱庭を少しずつ傾けてゆけば、分水嶺であった尾根は、低い側の国に吸収され、高い側の国の辺境地域は、徐々に侵食されて、低い側の国の占領地になってゆく。このようにして、国境線は、徐々に高い側の方へ移動してゆく（右図のBを参照せよ）。やがて、国境線がアトラ

クタに到達した瞬間、ちょうど窪地の中央に貯まっていた水が、堰を切って流れ出してしまうのと同じように、高い側にある国の領土が一挙に、低い側の国の支配下に入る、という急激な変動が起こる(右図のCを参照せよ)。

二国間の抗争と、一方の他方による征服という社会現象は、こうして、ベクトル場の連続的変化として、数学的対象にメタファーされるのである。ベクトル場の様相は連続的に変化しているにもかかわらず、今の例からもわかるように、アトラクタや鉢のありように注目していると、その大局的状態が、あるとき、不連続に変化するのである。ベクトル場のこうした変化のことを、通常の数学用語では、「分岐」という。経験世界における現象との類比を強調するために、トムは、このような数学的現象のことを、「カタストロフ」と名づけたのである。

位相型と構造安定

ひとつの社会状態を、ひとつのベクトル場によって類比する、ということを考えてきた。ベクトル場の「構造安定性」という純粋に数学的な概念を、このような類比を介して、社会状態の特性にうつしてやると、社会状態というもののもつ、ある特性が含意される。また、ベクトル場の「位相型」という、大域的特徴を抽象化した概念をメタファーすることにより、形態として社会をとらえる視点を獲得し、社会を類型的に把握し、質的変動ということの理解を深めることが可能となろう。これらの点について、かいつまんで述べておこう。

ベクトル場の、「大局的状況」という概念について、考えをすすめよう。二つのベクトル場の大局的状況が同じである、ということの意味を、まずはじめに述べておこう。ベクトルの配置、方向、大きさ等の「量」にかんしては、おたがいに異なっていても、大局的観点からすれば、おおむね同等であるような二つのベクトル場は、ある意味において同等であるとみなした方が自然な場合がある。箱庭の例をひいていうと、窪地が二個ある状態と、それをほんの少し傾けた状態を比べてみると、対応するベクトル場は、わずかとはいえ異なっている。ところが、アトラクタの数、鉢の配置などの大局的状況は、たがいに同等である。すなわち、二つのベクトル場は、質的に同等である、と言ってさしつかえない。

こうした質的同等性を、数学の用語をもちいて、明確に定義すれば、以下のとおりである。二つのベクトル場がおなじ「位相型」をもつ、すなわち、大局的状況がおなじであるというのは、一方のベクトル場の軌道のつくる模様を、ホメオモルフィズムで変型して(すなわち、それをあたかもゴム膜上に描かれた模様と考えて、連続的に変形することにより)、他方のベクトル場の模様に、軌道の方向までふくめて、重ねあわせてやることができる、という意味である。このように定義しておけば、同じ位相型をもつ二つのベクトル場は、アトラクタの数や鉢の数等の定性的特徴にかんするかぎり、同等になる。逆に、このような変型によっては不変であるような性質、すなわち、同じ位相型をもつベクトル

場がたがいに共有する性質のことを、「定性的」と呼ぶのである。ちなみに、二国が領土をわかちあっている状況と、一方が他方を征服しつくした状況とを、大局的に異なると判断することに、誰しも異論はあるまい。

次に、ベクトル場の空間というものを考える。ひとことにベクトル場と言っても、それらは多種多様である。ベクトル場を一つの元とする、すべてのベクトル場から成る集合（空間）を考える。この集合は、とてつもなく大きな集合である。数学的にいえば、それは無限次元の空間である。集合の元であるベクトル場どうしの、遠い近いの関係、すなわち、この空間におけるトポロジーを定義することができる。

厳密な定義をこれ以上述べることはさしひかえるが、ベクトル場は、ある意味で、写像とみなせる。「トポロジーを定義する」ということは、写像としてのベクトル場を、連続的に変型する、ということの意味が定まっている、ということを意味する。この空間内の一点、すなわち、一つのベクトル場をとってきて、それをわずかだけ変型するという操作について考えてみよう。ベクトル場の空間内で、点を移動させると考えてもよい。もっと具体的にいえば、ベクトル場において、ベクトルの方向および大きさを、わずかに変化させる。箱庭の例について言えば、箱を少し傾けるという操作にほかならない。空間は無限次元であるから、このような変型、すなわち摂動は、無限の多様性をもっている。しかしながら、ベクトル場の空間内において、どのような摂動を与えても、その摂動がそれほど大きくなければ、摂動を与えた後のベクトル場の位相型と、摂動を与える前の元のベクトル場の位相型が同じであるようなベクトル場の存在が確かめられる。言いかえれば、ベクトル場において、ベクトルの大きさや方向にどういう変化を与えても、その変化の幅がそれほど大きくなければ、大勢としては、もとのままであるような、安定的なベクトル場が存在するのである。たとえば、二つの窪地が峠で区切られている、箱庭的風景に対応するベクトル場は安定的である。箱を少々傾けても、二つのアトラクタがあり、二つの鉢に全域が分割されている、という大局の状況は不変なのである。このようなベクトル場を「構造安定」なベクトル場という。「構造安定」なベクトル場は、小さな攪乱要因が介入しても、全体としての構造、すなわち位相型に変化はおこらない。

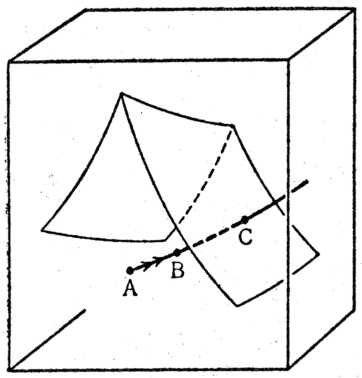
さて、ある社会状況に類比されるベクトル場が構造安定ならば、しかるべき時間のあいだ、大局的な変化をきたすことなく、そのような状況は持続する、ということが、現象世界にメタファーされるのである。過去における社会の状態を段階的に類型化して、歴史家は、おおまかな時代区分をおこなう。おなじ区分に属する時点は、大局的状況において同等である、とみなされるはずである。すなわち、ある時代区分内の一時点における状況は、前後の時点における状況と大局的には違いがないという意味で、構造安定的である。異なる地域の歴史を比較してみると、質的に同等とみなせる状況が、各々の地域の発展段階において、ほぼ普遍的に

出現していることがある。このように、比較社会学または比較歴史学において確認される類型的パターンということを、数学にメタファーしたものが、位相の同型性ということにほかならないのである。

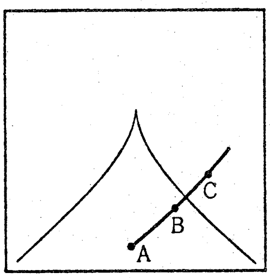
歴史をメタファーする

ある時点における社会の状況を、一個のベクトル場に類比するという立場について、ある程度まで、なじんでいただけたことと思う。特定の時点における状況を、一個のベクトル場によって類比するならば、歴史は、ベクトル場の連続的変化の過程ということになる。つまり、ある国の歴史を、時間軸からベクトル場の空間への写像とみなすことができる。ある地域の、ある時点における社会状態を類比する、ベクトル場という点が、ベクトル場空間のなかを、時間の経過とともに、連続的に移動してゆく過程が、ほかならぬ歴史なのである。

29



1



2

安定した社会状態が、一定期間、持続するということは、「歴史」がベクトル場の空間内の、構造安定なものから成る領域を通過しつつあることを意味する。一つの安定した社会状態から、別の安定した社会状態へと激動する時点において、構造安定なベクトル場の位相型が、とつじょ変様するのである。このとき「歴史」は、必然的に、構造安定なベクトル場から成る集合どうしを区分けする「境界」を通過するのである。このような境界線上にあるベクトル場は、構造不安定なベクトル場である。かくして、現象における「カタストロフ」を解析する鍵は、ベクトル場の空間内にある、構造不安定なベクトル場の形態いかんにかかってくるのである。構造不安定なベクトル場から成る集合を、「分岐集合」と呼ぶ。ベクトル場の分岐現象にかかわる集合だからである。分岐集合が、ベクトル場の空間内に、どういう形で埋め込まれているのか、また、この集合を横断するとき、ベクトル場の大局的状況はどういう変様をこうむるか、といった問題は、ベクトル場の「分岐理論」と呼ばれ、ふるくから知られている難問である。

ルネ・トムは「横断性」という概念を巧みにつかって、「分岐」の定性的パターンを分類するための糸口をつかんだのである。「横断性」という概念は、カタストロフ理論の応用を考えるうえ

で、きわめて重要な概念である。以下、簡単に説明をくわえておこう。各時点における状態が、ベクトル場空間内の点に類比されるとすれば、「歴史」という過程は、空間内の一本の弧である。もちろん「歴史」はくりかえさないけれども、いくつかの国々の歴史が、同じような弧を描くことはありうる。しかしながら、まったく同一の道筋をたどる、ということはありえない。国の歴史を規定する要因は数多くあり、微小な要因がわずかでもちがえば、「歴史」の類比物としての弧は、わずかとはいえ異なってくる。

横断性の概念をわかりやすく説明するために、社会状態を類比するベクトル場の空間を二次元平面と思って、話をすすめることにしよう。「歴史」は、この平面に描かれた弧である。この平面における分岐集合が、ただ一個の点、たとえば原点だけから成っているとしよう。このとき、弧である「歴史」が、偶々、この分岐集合にぶつかるということ、すなわち歴史を画する大きなでき事の生起は、たんなる偶然であり、歴史の必然とは言いがたい。なぜならば、歴史の径がほんの少しでもずれていたとすれば、こうしたでき事は、生起しえなかったはずだからである。つまり言いかえれば、このような画期的でき事は、たとえ同様の歴史が何度かくりかえされたとしても、それらの「ほとんどすべて」において、起こりえないからである。

次に、分岐集合が平面内の曲線から成りたっている場合、たとえば、平面内を上下に走る一本の直線である場合を考えよう。この直線を境目にして、左と右で、社会状況は異質であるとしよう。歴史が左から右へ進行するとき、「歴史」の弧は、ある時、分岐集合に交差する。この時まさに、歴史を画する大事件(=カタストロフ)が生起するのである。この時点の前後を比較すれば、大局的状況は完全に相違している。このように、歴史の径が分岐集合を横断する、すなわち横断的に交わっておれば、歴史の流れの具合が少々変わっても、ほぼ似たような道筋をたどっておりさえすれば、歴史の弧は必ず、分岐集合と交差するのである。このような場合、そのカタストロフを、歴史的必然とみなすことは正当である。分岐集合が一点から成る場合には、偶々、その点を通過した弧は、ほんの少しずらせただけで分岐集合から外れてしまう。ところが、分岐集合が直線の場合には、多少の攪乱をくわえても、分岐集合と交わっているという、歴史の弧の態様は不変であり、その意味で、そのような歴史の画期は、必然的とみなせるのである。

ここでは話を簡単にするために、二次元の平面内で考えたが、三次元空間の場合、曲面が分岐集合となっておれば、この面を横断するように交わっている弧にたいして、まったく同様のことがいえる。歴史において、偶然にしか起こらないようなでき事ではなく、必然的に起こるでき事に着目せよ、というのが、トムの基本的な考え方なのである。

ベクトル場の空間は、ほんらい無限次元である。この場合にもやはり、三次元空間内における曲面のように、一次元の曲線が「横断的」に交差する集合が存在しうる。大部分の分岐集合は、

このような埋め込まれ方で、ベクトル場空間のなかに入っているのである。またこれまでは、一次元の曲線の横断的交差に説明を限定してきたけれども、より高次元の空間の横断性へと、定義を拡張することもできる。いま仮に、状況が少しずつ連続的に異なっている無限に多くの国があったとする。これらの国々は、ある時点において、全空間の中に連続的に並んで、一本の線分を形成していると仮定しよう。時間の経過とともに、各国が足並をそろえて連続的に移動してゆけば、全体として、織物の縦糸のような軌跡が形作られ、それらが集まって、ひとつの曲面が描かれる。先に述べた、平面内の原点のように、一国の歴史を考えた場合には、偶然にしか出現しえなかったようなでき事が、この場合は、無限個の国のいずれかの国に、必ず発生する。しかも、「どこかの国に発生する」という法則は、全体としての歴史の流れが、多少異なっていたとしても、不変である。

　このように、歴史的必然性というものには、一定のヒエラルキーがある。第一に、出発点や途中の外的条件に多少の差があっても、必ず起こる、という意味での歴史的必然性。第二に、いずれかの国の歴史において、必ず起こる、という意味での歴史的必然性。第三に、以上のいずれの意味でも必然とは言いがたい、純粋な偶然。ヒエラルキーの階層は、「余次元」という数学的概念によって指標化される。ある分岐集合の余次元というのは、それと同じ位相型をもつ特異なベクトル場から成る集合に、横断的に交わることのできる曲面の、最小の次元のことである。第一の歴史的必然性については、余次元が1である。「どこかの国に発生する」という第二の必然については、余次元が2である。ついでに言っておくと、構造安定な事象の余次元は0である。

クレオド＝必然的径路

　余次元1の歴史的でき事にも、内容的には様々なものがある。これらのでき事のそれぞれが、バラバラに生起するというわけではなく、いくつかのでき事がひとまとまりになって継起するのが、通常であろう。たとえば、革命というカタストロフは、単発的に勃発するのでなく、その前後に、いくつかの必然的でき事が継起的に付随して生ずると考えられる。つまり、複数個のカタストロフがひとまとまりになって、全体として必然的に並んでいる。そういう歴史の径筋のことを、トムは「クレオド」と名づけた。(クレオドとは、「必然的な道」という意味であり、イギリスの生物学者ウォディントンがはじめてつかった言葉である。)

　クレオドの構造は、余次元1の分岐集合の配置にかかわっている。多面体の面の配置が、局所的には、頂点における接合の構造によって決定されるのと同様に、余次元1の分岐集合は(それらが緊密な結びつきをもっている場合、とくにそうであるが)、余次元が、より高次の特異なベクトル場において、接合しているのである。いくつかの事象が、必然的に継起するということは、余次元が1よりも高い(たとえば2とか3とかの)特異なベクトル場の近くを、弧が通過しているということを意味する。

　余次元1の分岐集合は、余次元の高い分岐集合の近くにおいて、規則正しく配置されている。このような配置をイメージするためには、次のようなものを想像すればよい。紙切れを二つに折り、それを、本を開けるように広げると、折り目が余次元2の分岐集合、二枚の頁が余次元1の分岐集合、そして、紙の外側の空間の余次元は0である。むろんこれは、便宜的に具体化してイメージしただけで、実際の全空間は無限次元であることを、念のため断っておこう。29頁の図の1の中での変動を考える場合、定性的変動にのみ着目することにすれば、図中の分岐集合に交わるかどうか、また交わり方が横断的であるかどうかなどは、次元のより低い図の2で考察しても、本質的な差異はない。全空間は無限次元であっても、そのうちで、本質的な変動にかかわる座標は、今述べたような意味で、実はそれほど多くないのである。ただし、このようなうまい座標をとりだすには、非常に複雑な数学的操作を必要とする。このように、ベクトル場をのせている空間の次元があまり高くなく、また、特異ベクトル場の余次元があまり高くない、という仮定のもとで、数量的な変化ではなく、定性的な変動だけに着目し、さらに特異なベクトル場に近いものだけに視野を限定するとするならば、分岐集合は、有限次元の空間内に、たとえば、いま述べた紙を折ったような形の集合として埋め込まれている、と考えてさしつかえないのである。もちろん、そのような図形には、簡単なものもあれば複雑なものもある。

　かくして、一定の留保条件をつけたうえで、無限次元のベクトル場空間における分岐現象の定性的特徴は、有限次元の空間において、類型的に把握可能である。このような有限次元の空間は、無限次元の全空間の特殊な断面であり、対応する特異なベクトル場の「普遍開折空間」と呼ばれるものである。「普遍開折」の中心となる特異なベクトル場のことを「組織中心」と呼ぶ。「普遍開折空間」の中での径筋のうち、類型的なもの、すなわち、分岐集合に横断的に交わる径は、現象において頻出する、典型的な変動パターンを、類比すると考えられる。

　クレオド、すなわち、ひとまとまりの継起的現象は、ある組織中心をもつ普遍開折空間の中の類型的な径筋に類比されるのである。こうして、普遍開折空間内の径として、クレオドを対象化することにより、クレオドとクレオドを比較するという可能性がひらかれてくる。すなわち、変動パターンを分類したり、類型間の連関を明らかにする、という可能性である。クレオドを解析するための一般論を、ここでこれ以上述べることはさしひかえたい。以下、トムの言語理論の紹介を通じて、質的現象の解析学としての、カタストロフ理論の可能性を概観してみることにしよう。

トムの言語理論

　通常いうところの一般言語学、すなわち、言語の一般論にかんする研究は、主として、書かれたり話されたりする、文字または音声の列にひそむ、文法的構造を対象とする。すなわち、文字や単語の並び方の法則ないしそれらの変換にかんする法則を究明す

ることが、一般言語学の目的である。トムの言語学は、通常の一般言語学とは、かなり趣を異にしている、ひとが言葉を発するのは、最も原初的には、自然界や人間界において起こる「事象」を記述し、それを伝達したい、という欲求のあらわれであろう。すなわち、「事象」を「言語」におきかえ、「言語」の形態で伝達し、受け手がそれを「解読」する、という三段階の操作から、言語による伝達活動は成りたっていると考えられる。この点にかんするかぎり、どこの国の言葉であろうとも、事情は全くおなじである。

文章の中心となり、文の構成において最も重要な役割をはたす単語は、動詞である。トムの言語学理論においても、動詞にかんする考察が中心となる。動詞のもつ「意味」は、すぐれてトポロジー的である。たとえば、「捕える」という動詞は、主体と客体が相対峙している状態から、客体が主体に吸収されてしまうという状態への変化(=カタストロフ)を意味している。このような変化を位相幾何学的な「形態」として把握することによって、言語や文法の本質に迫ろうというのが、トムの言語理論にほかならない。

先に、歴史を論じたとき、われわれは、ある時点における社会の「状況」を一個のベクトル場で類比し、「歴史」を、普遍開折空間における弧または径に類比して、歴史における時代画期というものを理解しようとした。言語の場合、言語状況すなわち「文」を発する人の周辺における「状況」を、なんらかの「ポテンシャル関数」に類比し、動詞が意味するのは、この関数が時間とともに連続的に変化してゆく過程であると考える。すなわち、ベクトル場のかわりに、ポテンシャル関数と呼ぶ数学的関数を対応させるのである。動詞によって意味される事象は、ポテンシャル関数から成る空間における、一本の弧に類比される。

「猫が鼠を捕える」という事象を例にとって、右に述べたことを説明しよう。猫が鼠とともに共存している、という状態がまず

はじめにある。この状況を、次のようなポテンシャル関数に類比する。平面上の各点において関数のとる値を、その点における高さと考えれば、数学的関数を、ひとつの風景、すなわち、山や谷や峠をもつ空間内の曲面としてイメージすることができる。床面の上の関数として、猫のいる位置には深い窪みがあり、鼠の位置にはそれほど深くない窪みがあり、これら二つの窪みの間に一つの峠があるような関数を考える。先に、ひとつの国が隣国を征服するという例を、箱庭の風景に類比した時と同じように、この風景を少しずつ徐々に傾けてゆくと、ある瞬間、鼠をあらわす窪みが、猫のそれに吸収されてしまい、それ以後は、猫を代表する窪みが一つだけ残ることになる。鼠の窪みが吸収される瞬間、「カタストロフ」が起きたのである。この場合、生起したカタストロフの余次元は1である。先にベクトル場について述べた構造安定性、分岐、普遍開折などの概念を、ポテンシャル関数の空間にも導入することができる。いわゆるトムの有限分類定理は、ポテンシャル関数の空間における普遍開折にかんするものである。

ベクトル場空間においてそうであったように、単純なカタストロフは、余次元の高い、特異なポテンシャル関数を中心にして、組織化されている。余次元の高い関数自身が、自然に出現することは、何か人為的な制御をくわえない限り、ほとんどありえないけれども、それらを組織中心とする普遍開折を、状況の推移をトレースする弧が通過したとき、一連のカタストロフが、ある決まった組み合わせとして、安定的に出現するのである。このような一連の状況推移の過程を、クレオドと呼ぶのである。クレオドは、普遍開折空間内のごくあたりまえの弧、すなわち、分岐集合に横断的に交差する、典型的な弧として出現するはずである。

観念または経験の世界において、特定のパターンが頻出するという事態が、ことばの発生をうながすのだとすれば、逆に、ことばが存在するということは、ある安定なカタストロフの存在の証しとなるはずである。普遍開折空間のなかの典型的な弧を、それがひきおこすカタストロフの継起的パターンの相違によって、有限個に分類することができる。各々の類を代表するポテンシャル関数の窪みの変化のありようを調べることにより、ほとんどすべての動詞をいずれかの類に対応させることができる。しかも、出現頻度の高い基本的な動詞ほど、組織中心の余次元が低いポテンシャル関数に対応していることが確かめられる。最も余次元の低いカタストロフは余次元0であり、対応する動詞は、be と have である。begin, end, eat などの動詞は、余次元1のポテンシャルに対応する。道具を使うような複雑な動作、たとえば、「切りとる」、「結びつける」等を意味する動詞は、余次元のもっと高い、複雑なカタストロフによって組織されているのである。

一つの言語的状況または事象を、文にあらわす、という一段高いレベルに話を進めよう。猫や鼠には、ポテンシャル関数の窪みが対応していた。動詞は、これらの窪みの間の相互作用の型を表現している。すなわち動詞は、ポテンシャル関数にある窪みどうしの相互作用の場である、峠のあたりに、位置的には対応してい

ると考えられる。日本語のばあい、ポテンシャル関数と文の語順との対応関係は、非常に明白である。すなわち、ポテンシャル関数における位置の低いものから順に、対応する単語を配列すればよい。「猫が鼠を捕える」と。西欧の言語のばあい、これとは逆に、主語の位置を別とすれば、ポテンシャルの高いものから順に、配列するのである。以上は、トムの「言語学」のごく一端を、かいつまんで紹介したにすぎない。議論を本筋にもどそう。

質的現象の解析学

さて、社会の質的変動を解析するための、方法論めいたものを、以下に述べよう。まず個々の現象の観察を積みかさねることにより、われわれの言葉で言うところの「弧」を集めることが、第一の段階である。次に、集積された弧のなかから、「クレオド」を抽出する。すなわち、ひとまとまりの継起的事象の組合せで、空間的かつ時間的に頻出するものを見つけだすのが、第二段階の作業である。抽出されたクレオドの型を比較し、異なるクレオドどうしの関連を見究めることが、第三の段階である。似て非なるクレオドどうしの差異は、より高次元の普遍開折空間内での、径筋のバリエーションとして、把えることができるかもしれない。そうすることによって、似て非なる現象間の相互連関や、それらの差異を規定する要因の何たるかを、漠然とではあるけれども、なんとか解明する可能性がひらけてこよう。

ここで注意しておきたいのは、普遍開折空間の座標軸のもつ意味、についてである。数学的には、この座標は、ベクトル場空間、またはポテンシャル関数空間に導入した、非常に特殊な座標である。もちろんそれは、ベクトル場やポテンシャル関数と、密接に結びついているわけではあるけれども、数量的に単純な対応関係にあるわけではない。したがって、普遍開折空間の座標軸を、現象

レベルのなんらかの変量に、ちょくせつ対応づけることは、ほとんどの場合、不可能というべきである。いいかえれば、普遍開折空間の座標は、定性的かつ抽象的な、漠とした意味しかもたないのである。こうした意味で、われわれの方法は、少なくとも現段階においては、数値的な「検証」というものをうけつけない。それゆえ、一般に受けいれられている意味での「科学」に資する方法たりえないのである。とはいえ、われわれの方法は、多様な質的現象にたいする深い洞察と直観の源泉となり、社会変動を記述し説明するための、豊饒なる言語の体系となりうるであろう。最大限控え目にいっても、質的現象にかんする私たちの想像力を、奔放に飛翔させるための、原動力としての役割は期待できるであろう。

　言語には、構造上のヒエラルキーがある。単語のレベルの上には文のレベルがあり、その上に文章のレベルがあり、さらに文体のレベルへと、階層的な構造の存在が認められるのである。クレオドという概念は、このような言語の階層構造を解きあかすうえで、きわめて有効な武器となりえた。同じ概念をもちいて、歴史の過程を解析しようという試みが、トムの「歴史学」である。

　クレオドの階層的構造として、歴史を把握するという視点は、従来あるところの歴史解釈を補強することになるかもしれないし、あるいはまた、まったく斬新な歴史解釈を生むかもしれない。目下のところ、こうした方向への可能性の程度について、易々と臆断を下すわけにはゆかない。カタストロフ理論の応用の試みは、未だその緒についたばかりであり、個々の応用例じたいは、ともすれば荒唐無稽との印象をあたえるものが多い。また、直観的な理解が可能な、ごく単純な現象を「説明」するのに、何もわざわざこんな大道具をもちださなくてもよい、と思われるかもしれない。ルネ・トムの指向するところは、個々の事象の分析的な説明ではなく、全体的、構造的な把握なのである。無限次元の空間というとてつもなく広い空間は、現象のいれものとしては十分すぎるほど大きな器である。かつての数学モデルがそうであったように、有限次元のユークリッド空間に、現象をむりやり押しこめていびつにしてしまう、という「現実離れ」の心配はない。また、一般システム理論等のように、要素を暗箱に押しこめたうえで「全体」を把握しようとする、理論なき全体論に堕する心配もない。

　もともと経験世界の抽象として構成されてきた数学は、今世紀の初頭以来このかた、現象世界とはほとんど無縁と思われる、数学的実在の世界における純粋な論理の追求を、もっぱらとしてきた。よく知られているように、有限世界のフロンティアをいくら押し広げてみても、無限に到達することはできない。つまり、無限を、十分大きな有限によって近似することが、常に可能であるとは限らない。そういう意味で、無限は超経験であり、超経験的な無限次元の空間に、現象を投影してみるという試みは、文字どおり、無限の可能性をはらんでいるであろうというのが、筆者たちのかたく確信するところである。

（さわ　たかみつ・京都大学助教授・経済学）
（うしき　しげひろ・京都大学助手・数学）