数理解析研究所講究録
第 266 巻 1976 年 189-235

Prehomogeneous vector space の相対不変式の Fourier 変換について (I)

京大 理　室政和.

§0 序

Prehomogeneous vector space (G, V, f) を考える。その real form $(G_{\mathbb{R}}, V_{\mathbb{R}}, f)$ をひとつきめる。そして $|f|^s$ という hyperfunction の Fourier 変換を求めることを考える。ある条件のもとで、この問題は zero section と原点の conormal における $|f|^s$ の同伴数の関係を求めることであることが佐藤幹夫氏によって指摘され、具体的にその関係を求めるアルゴリズムが、柏原正樹氏によってはじめて決定された。(柏原-三輪[1]参照) そして具体的な計算は、鈴木[2]によって、いくつかなされている。

しかしながら、常に計算が可能であったわけではない。たとえば、$G = GL(\underset{\square}{n}, \mathbb{R}) \times SO(\underset{\square}{p}, q)$, p or $q < n$ の相対不変式の Fourier 変換は柏原-三輪[1]の方法によってだけでは、不可能である。

この場合には、二次型式と言われる型の、相対不変式の同伴数のつながりの公式をあてはめることによって、計算ができる。その公式は、柏原正樹氏によって提出された。([3]を参照)

今回の講演では、次のことがなされた。

1) [3]においては2次型式の局所化を行って、公式を導いたが、さらに一般の Prehomogeneous vector space の相対不変式の局所化、およびつながりの公式の予想が提出され、Matrix の determinant, binary cubic forms の discriminant などにおいて実際正しいことが示された。

2) i) $G = GL(n, \mathbb{R}) \times SO(p,q,\mathbb{R})$ $\quad V = M(n,m,\mathbb{R})$

$f = \det X I_{pq} {}^tX$ ただし $X = m \times n$ 行列

ii) $G = GL(n, \mathbb{C}) \times SU(p,q,\mathbb{C})$ $\quad V = M(n,m,\mathbb{C})$

$f = \det X I_{pq} {}^t\overline{X}$

iii) $G = GL(n, \mathbb{H}) \times SU(p,q,\mathbb{H})$, $\quad V = M(n,m,\mathbb{H})$

$f = \det X I_{pq} {}^t\overline{X}$

の相対不変式の Fourier 変換の計算がなされ、これによって P, 8 に条件のつかない公式が出た。

その後の発展、および計算などはすべて次回の報告にゆずり、今回は、とくに計算のやり方と結果を中心にして報告する。公式のみちびき方の詳しいことは、[3]の前半に示してある。全体を通じて (G, V, f) は regular であることを仮定する。

文献

[1] 柏原－三輪　Micro-local calculus と概均質ベクトル空間の相対不変式の Fourier 変換（数研講究録 238, P60 ～ P147）

[2] 鈴木利明、概均質ベクトル空間の相対不変式の Fourier 変換について（修士論文）

[3] 佐藤－柏原－三輪－庭　Imaginary Lagrangian の現われる Fourier 変換について（数研講究録 "超函数と線型微分方程式 IV" に出版予定）

§1 計算法及び簡略化.

(G, V, f) を (Complex) prehomogeneous vector space としよう。$(G_{\mathbb{R}}, V_{\mathbb{R}}, f)$ をそのひとつの Real form とする。すると $V_{\mathbb{R}} = V_1 \sqcup V_2 \sqcup \cdots \sqcup V_N$ と connected component 分解をすることができる。そこで

$$|f|_i^s = \begin{cases} |f(x)|^s & x \in V_i \\ 0 & x \notin V_i \end{cases}$$

とおいたとき、$\sum_{i=1}^{n} C_i^0 |f(x)|_i^s$ の Fourier 変換を考える。

<u>Definition</u> (同伴数).

$\mathfrak{M}$ を f^s のみたす Maximally over determined system とする。そして $\mathrm{Supp}(\mathfrak{M}) = \bigcup \Lambda_i \subset T^*V$ を既約成分分解とする Λ_i が simple な Lagrange mf とするとき Λ_i を real に制限した $\Lambda_i^{\mathbb{R}} = \bigsqcup \Lambda_i^{\alpha} \subset \sqrt{-1}S^*V_{\mathbb{R}}$ の各 connected component 上の solution の base として $|f_{\Lambda_i}|^s \sqrt{\omega_{\Lambda_i}/|dx|}$ をとることができる。この Constant 倍によって $\mathfrak{M}$ の solution をあらわすことができる。この constant C_i^{α} を $\mathfrak{M}$ の Λ_i^{α} の同伴数という。($|f_{\Lambda_i}|^s$, ω_{Λ_i} の定義については相原-三輪を参照のこと。)

さて Λ_i の同伴数たち (C_i^{α}) と $\Lambda_{i'}$ の同伴数たち $(C_{i'}^{\alpha'})$ の間には線型な関係がある。これを同伴数の

間のつながりの行列という。とくに、zero section Vと、原点の conormal V^* は $\mathcal{N}$ の support になっている。

以下、(G, V, f) は regular であることを仮定する。すると、$V_{\mathbb{R}}$と$V_{\mathbb{R}}^*$の connected component の数は同じである。同伴数の間のつながりの行列を $A(s)$ とするとき、Fourier 変換は次の式で与えられる。

<u>Theorem</u> (柏原)

$$\begin{bmatrix} |f(x)|_1^s \\ \vdots \\ |f(x)|_N \end{bmatrix} = \int (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |C_0|^s \sqrt{|C_1|}\, {}^tA(s) \begin{bmatrix} |f^*(y)|_1^{-s-\frac{n}{r}} \\ \vdots \\ |f^*(y)|_N^{-s-\frac{n}{r}} \end{bmatrix} \exp\sqrt{-1}\langle x, y\rangle\, dy$$

$$\begin{cases} C_0 = f^*(y)\, f(\operatorname{grad}_y \log f^*(y)) & r = \deg f \\ C_1 = f^*(y)^{\frac{2n}{r}} \operatorname{Hess} \log f^*(y) & n = \dim V \end{cases}$$

ただし、D_{y_i} は $-D_{y_i} \exp\langle x, y\rangle = x_i \exp\langle x, y\rangle$ となるように定義して、$\operatorname{grad}_y = (D_{y_1} \cdots D_{y_n})$ である。そして Hess は $d \operatorname{grad}_y$ で与えられる。([3] 参照。)

ただしこれは相対不変式が一個の場合である。多数の場合も、同様の考察はできる。

そこでこの定理によって、$V_{\mathbb{R}}$と$V_{\mathbb{R}}^*$の間の同伴数のつながりの行列を求めることに問題は帰着された。柏原-三輪においては、これを求めるために、$V_{\mathbb{R}}$と$V_{\mathbb{R}}^*$までを余次元

1の Lagrange mfs でつなぎ、その間の同伴数の関係を求め、それを総和することによって、$V_{\mathbb{R}}$と$V^*_{\mathbb{R}}$の間の同伴数のつながりの行列を求める方法を示した。これは言わば、x^sというもっとも基本的な Prehomogeneous vector space の相対不変式の Fourier 変換を何度もやったものであると思ってもよい。すなわち、f^sのみたす Maximally overdetermined system を Micro-local に、x^sのみたす Maximally overdetermined system に直して、つながりの行列を求めたのであった。

しかしながら、すでに Fourier 変換のわかっている Prehomogeneous vector space の相対不変式の Complex power がみたす Maximally overdetermined system が途中に出てくれば、それをそのまま適用すればよいはずで、これによって計算は簡略化されるはずである。そこで次の予想を提出する。

Conjecture

あるきやくな、相対不変式一個の regular prehomogeneous vector space (G, V, f) において、

$$\begin{bmatrix} |f|_1^s \\ \vdots \\ |f|_\ell^s \end{bmatrix} = \int_{V^*} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |C_0| \sqrt{|C_1|}\ {}^tA(s) \begin{bmatrix} |f^*|_1^{-s-\frac{n}{r}} \\ \vdots \\ |f^*|_\ell^{-s-\frac{n}{r}} \end{bmatrix} \exp\sqrt{-1}\langle x, y\rangle dy$$

$C_0 = f^*(y)\, f(\mathrm{grad}\log f^*(y))$ $\qquad r = \deg f$

$C_1 = f^*(y)^{\frac{2n}{r}}\ \mathrm{Hess}\log f^*(y)$ $\qquad n = \dim V$

が成立しているとする。そしてさらに別の Prehomogeneous vector space (G', V', f') があって、その相対不変式 f' の Complex power f'^s のみたす Maximally overdetermined system $\mathcal{M}_{f'^s}$ の局所化（すなわち f'^s ののみたす $\mathcal{M}_{f'^s}$ を Micro-local に quantized contact transformation で変換すること）によって f^λ のみたす Maximally overdetermined system $\mathcal{M}_{f^\lambda}$ ができたとする。このとき f^λ のの原点の conormal, zero section に対応する $\mathcal{M}_{f'^s}$ の support を Λ' Λ とするとき、$\Lambda^{\mathbb{R}}, \Lambda'^{\mathbb{R}}$ の同伴数のつながりの行列は、次のようにあらわされる。

$$A(\lambda)\begin{bmatrix} \exp\frac{\pi}{4}(\tau(\Lambda_1)-\tau(\Lambda\wedge\Lambda')) & & \\ & \ddots & \\ & & \exp\frac{\pi}{4}(\tau(\Lambda_\ell)-\tau(\Lambda\wedge\Lambda')) \end{bmatrix}$$

$$\Lambda^{\mathbb{R}} = \bigsqcup_{i=1}^{\ell}\Lambda_i \qquad \Lambda'^{\mathbb{R}} = \bigsqcup_{i=1}^{\ell}\Lambda'_i$$

そして $\tau(\Lambda_i) = \sqrt{-1}\ \underset{A\in\mathfrak{g}}{\mathrm{sgn}}\langle Ax_i, -{}^tAy_i\rangle$

$\tau(\Lambda\wedge\Lambda') = \sqrt{-1}\ \underset{A\in\mathfrak{g}'}{\mathrm{sgn}}\langle Ax, -{}^tAy\rangle$

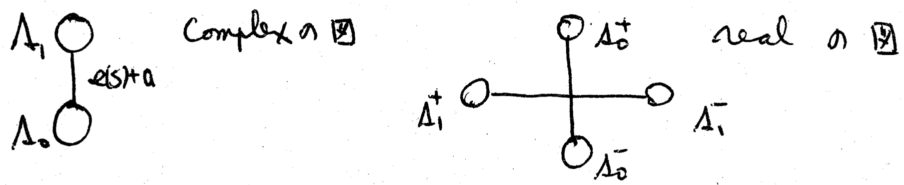
(x_i, y_i) は Λ_i の generic point. (x, y) は $\Lambda^{\mathbb{R}}\cap\Lambda'^{\mathbb{R}}$ の generic pnt.

そして λ は、(G, V, f) の f^s の原点の conormal の order が、$ks+a$ のとき、$\mathrm{ord}_{\Lambda'} f^{s} - \mathrm{ord}_{\Lambda} f^{s} = k\lambda + a$ によってきまる。

もしこの Conjecture が正しいとすれば、次の定理は、その系として出る。

<u>Theorem</u>

i) 交わりの局所化が x^s のとき、つながりの行列は、



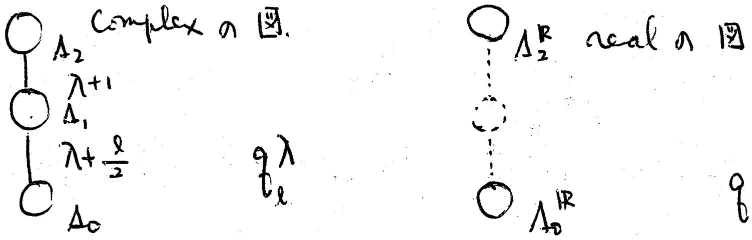
$C_0^\pm$ を $\Lambda_0^\pm$ の同伴数、$C_1^\pm$ を $\Lambda_1^\pm$ の同伴数。

$$\begin{bmatrix} C_0^+ \\ C_0^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp -\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(e(s)+a) & \exp \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(e(s)+a) \\ \exp \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(e(s)+a) & \exp -\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(e(s)+a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau(\Lambda_1^+)-\tau(\Lambda_1\cap\Lambda_0) & \\ & \tau(\Lambda_1^-)-\tau(\Lambda_1\cap\Lambda_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^+ \\ C_1^- \end{bmatrix}.$$

ここで、$e(s)+a = \mathrm{ord}_{\Lambda_1} f^s - \mathrm{ord}_{\Lambda_0} f^s + \frac{1}{2}$.

(柏原—三輪 P.84)

ii) つながりが二次型式に局所化されるとき、すなわち



$q_l^\lambda = (\sum_{i=1}^{l} x_i^2)^\lambda$ のみたす Maximally overdetermined system.

このとき、$C_0 = C_2\left(-\frac{\sin\pi\lambda}{\pi}\right)\Gamma(\lambda+1)\Gamma(\lambda+\frac{\ell}{2})\exp\frac{\pi}{4}(\tau(\Lambda_2)-\tau(\Lambda_2\cap\Lambda_0))$

そしてここで

$$\lambda+1 = \mathrm{ord}_{\Lambda_2} f^s - \mathrm{ord}_{\Lambda_1} f^s + \frac{1}{2}$$

$$\lambda+\frac{\ell}{2} = \mathrm{ord}_{\Lambda_1} f^s - \mathrm{ord}_{\Lambda_0} f^s + \frac{1}{2}$$

そして実験に、この Conjecture は、相対不変式がわかっている場合．（たとえば symmetric matrix の determinant，通常の matrix の determinant．binary cubic form の discriminant など‥‥）については成立することがたしかめられている。（証明は次回の報告を見ていただきたい。）

§2 具体的な Fourier 変換の計算．

この節では Fourier 変換のための、同伴数のつながりを示す行列を求めることを目的とする。i) ii) iii) で各々の場合

$$G = GL(n, \mathbb{R}) \times SO(p, q)$$
$$G = GL(n, \mathbb{C}) \times SU(p, q, \mathbb{C})$$
$$G = GL(n, \mathbb{H}) \times SU(p, q, \mathbb{H})$$

を示しているとする。

まず、相対不変式や内積を書いておこう。

以下 相対不変式、内積、表現と反傾表現 反傾表現による相対不変式、$|C_0|, |C_1|$ の定数項，相対不変式の degree、変数の数、の順に書き並べてゆく。

i) $f(X) = \det(X I_{pq} {}^tX)$ $\langle X\, Y\rangle = \mathrm{tr}(X I_{pq} {}^tY)$

ただし X は $n \times m$ 行列で．
$X \mapsto gXh$
$Y \mapsto {}^tg^{-1} Y h$ $(g, h) \in G$

$$f^*(Y) = \det(Y I_{pq} {}^tY)$$

$|C_0| = 4^n$ $|C_1| = 2^{mn}$ $\deg f = 2n$ $\dim X = nm$.

そして f, f^* の character は $\chi = (\det g)^2$ $\chi^* = (\det g)^{-2}$ である。

ii) $f(X) = \det(X I_{pq} {}^t\overline{X})$ $\langle X, Y\rangle = \mathrm{Re}\,\mathrm{tr}(X I_{pq} {}^tY)$

ただし X は $n \times m$ (complex) 行列で
$X \mapsto gXh$
$Y \mapsto {}^tg^{-1} Y h$ $(g, h) \in G$

$$f^*(Y) = \det(Y I_{pq} {}^t\overline{Y})$$

$|C_0| = 4^n$ $|C_1| = 4^{mn}$ $\deg f = 2n$ $\dim X = 2nm$.

そして f, f^* の character は $\chi = (\det g)^2$ $\chi^* = (\det g)^{-2}$ である。

iii) まず、ι: $z = x + \sqrt{-1}\,y \longmapsto \begin{pmatrix} x & y \\ -\bar{y} & \bar{x} \end{pmatrix}$ という

$\mathbb{H}$の $GL(2, \mathbb{C})$への埋め込みを定義する。したがって自然に $n \times m$ $\mathbb{H}$行列を $2n \times 2m$ $\mathbb{C}$行列へ埋め込むことができる。

$$f(X) = \det \iota(X I_{pq} {}^t\bar{X}) \qquad \langle X, Y \rangle = \mathrm{Re}\,\mathrm{Tr}\,\iota(X I_{pq} {}^t\bar{Y})$$

ただし Xは $n \times m$ (quaternion) 行列で、

$$X \longmapsto gXh$$
$$Y \longmapsto {}^t g^{-1} Y h \qquad (g, h) \in G.$$

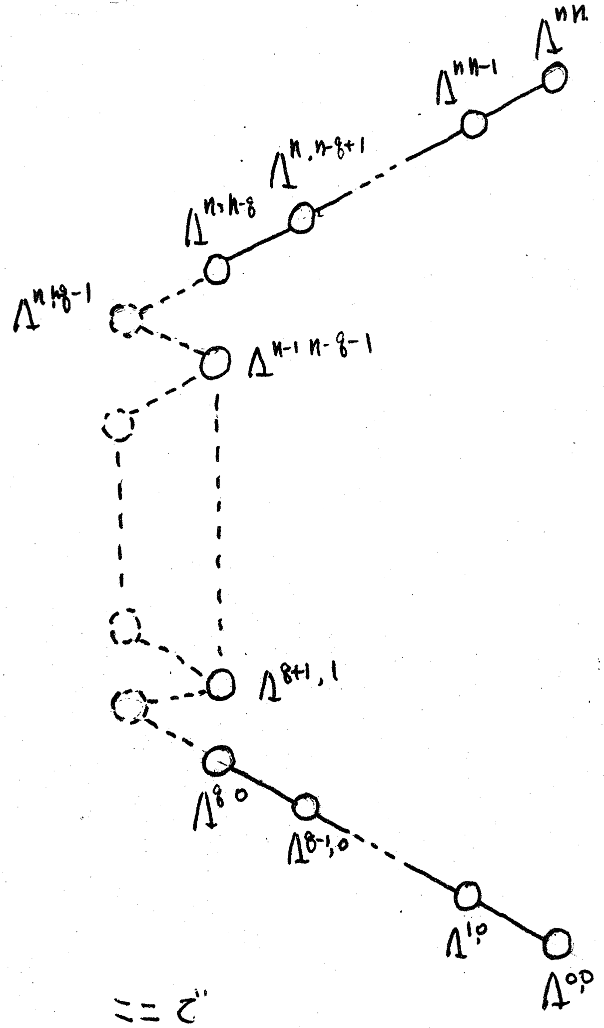
$$f^*(Y) = \det \iota(Y I_{pq} {}^t\bar{Y})$$

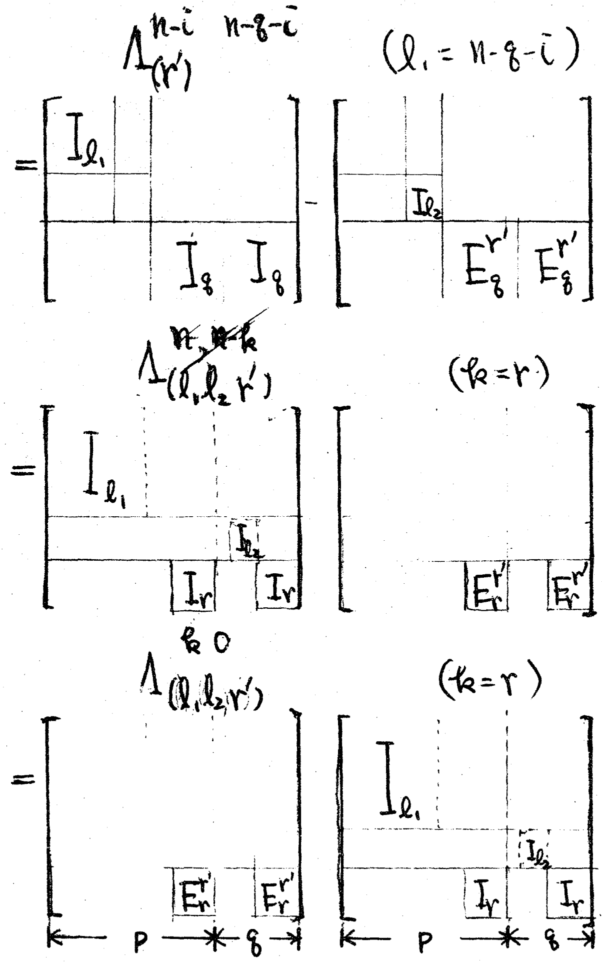
$$|C_0| = 4^n \quad |C_1| = 4^{2mn} \quad \deg f = 2n \quad \dim X = 4nm.$$

そして f, f^* の character は $\chi = (\det \iota(g))^2$ $\chi^* = (\det \iota(g))^{-2}$ である。

次に complex 領域 T^*V 上での極大過剰決定系 $\mathcal{M}$ を定義し、その holonomy diagram を書く。この $\mathcal{M}$の real pure imaginary tangent bdle $\sqrt{-1}T^*V_{\mathbb{R}}$ への制限がちょうど $|f|^s$ のみたす極大過剰決定系となっているのである。ただしここでは、同伴数のつながりを求めるのに必要な Lagrangian $\mathcal{W}_f$ のみを書く。以下しばらく $p > n$ を仮定する。

$p > n$



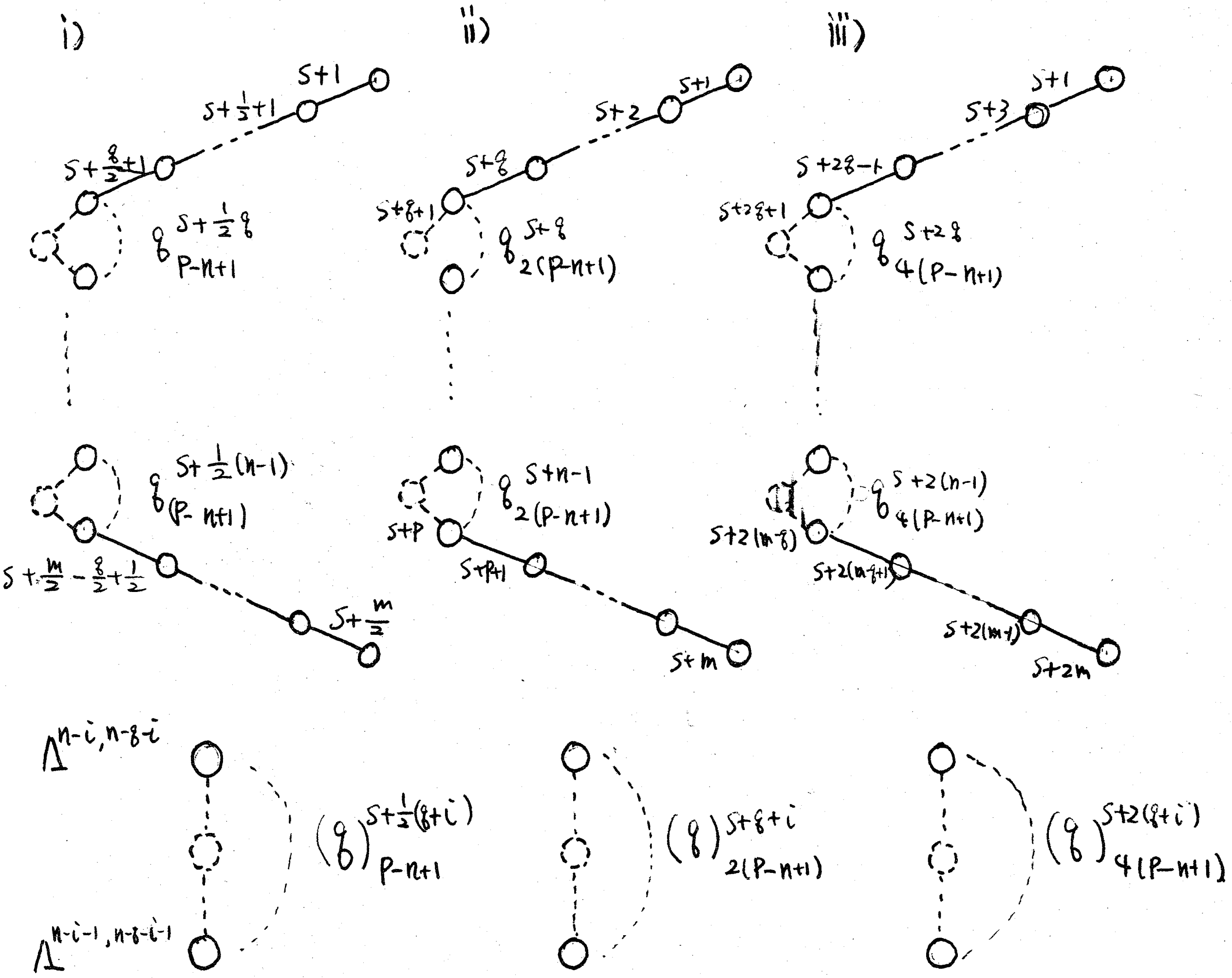


ここで

$$E_r^{r'} = \left[\begin{array}{c:c} I_{r'} & \\ \hdashline & -I_{r-r'} \end{array}\right]$$

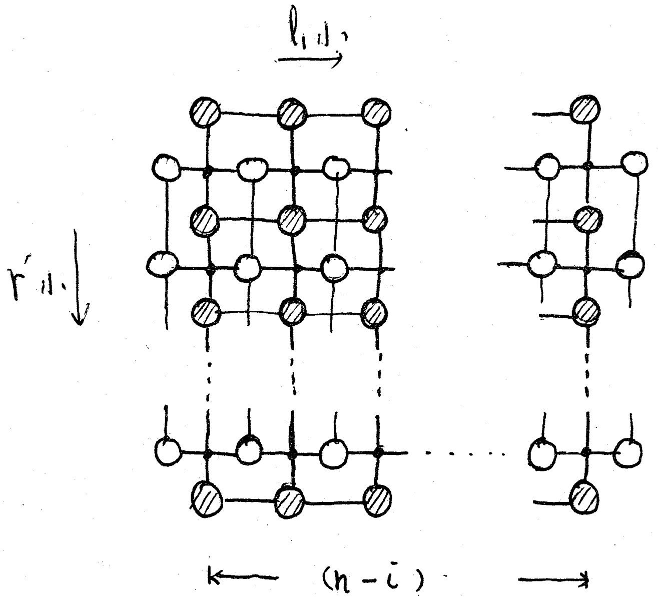
(　) 内は complex では同一 orbit (Lagrangian) でも real に制限すると、いくつかに分かれるため、それらを区別するため導入した index である。

次につながりの様子を書き入れよう。ここで、(S+i) と、書いたのは、余次元1の good intersection ([1]) であ



り、order差$+\frac{1}{2}$が$(s+i)$であることを示している。またq^{s}_{l}と書いたのは、そこの極大過剰決定系は micro local に$(\sum_{i=1}^{l} x_i^2)^{s}$のみたす極大過剰決定系と同型であることを言っている。

次に Real での orbit (Lagrangian) の Connected component 分解を示し、あわせて、つながりの状態（まじわり方）を書く。



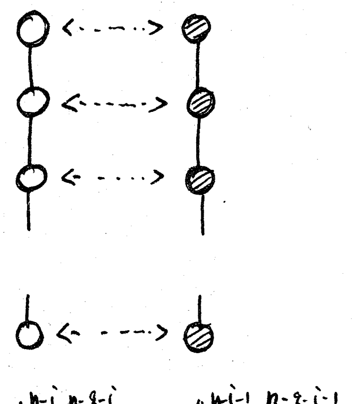
これは $\Lambda^{n\ n-i}$ $\Lambda^{n\ n-i-1}$ のつながり

$(i+1)$ ・ が交わり。

● が $\Lambda^{n\ n-i-1}$ の real orbit

○ が $\Lambda^{n\ n-i}$ の real orbit

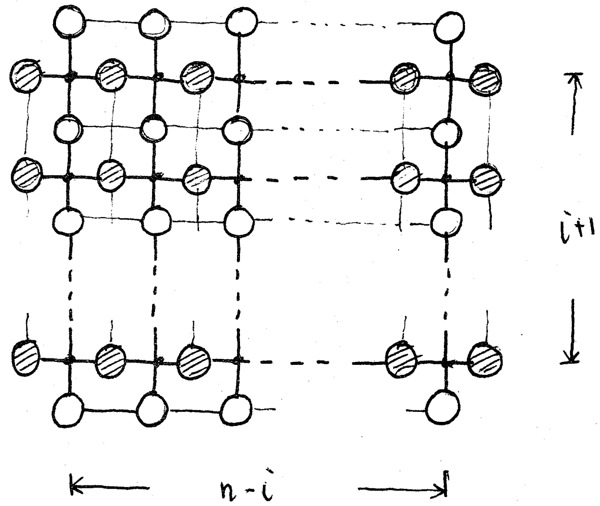
$\Lambda^{n\ n-i}$ においていちばん左上が $\Lambda^{n\ n-i}_{(n-i,0,i)}$ で、下に進むにしたがって r' が小さくなり、右へ進めば l_i が小さくなってゆく。$\Lambda^{n,\ n-i-1}$ も同様。



これは $\Lambda^{n-i\ n-8-i}$ $\Lambda^{n-i-1\ n-8-i-1}$ の間のつながり。

各々いちばん上の ○ が $\Lambda^{n-i\ n-8-i}_{(8)}$ $\Lambda^{n-i-1\ n-8-i-1}_{(8)}$ をあらわしていて、下へいくにしたがって r' が小さくなってゆく。

これは



Λ^{i} — Λ^{i-1}

のつながり。

・が交わり。

◎が Λ^{i-1} の real orbit

○が $\Lambda^{n,n-i}$ の real orbit

Λ^{i} においては いちばん左上が $\Lambda^{i}_{(n-i,0,i)}$ をあらわし、右に進むにしたがって r' が小さくなってゆき、下へ進めば l_1 が小さくなってゆく。 Λ^{i-1} も同様。

次に Maslov index による修正の項を書いておこう。

$$\begin{array}{ccc} & {}^{+}\Lambda^{n,\,n-k-1}_{(l_1-1,\,l_2,\,r'+1)} & \\ & | & \\ {}^{+}\Lambda^{n,\,n-k}_{(l_1,l_2,r')} & — & \Lambda^{n,\,n-k}_{(l_1-1,\,l_2+1,\,r')} \\ & | & \\ & \Lambda^{n,\,n-k-1}_{(l_1-1,\,l_2,\,r')} & \end{array}$$

によるものは。

i) $\begin{bmatrix} \exp \frac{\pi}{4}\sqrt{-1}(k-2r') & \\ & \exp -\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}(k-2r') \end{bmatrix}$

ii) $\begin{bmatrix} \exp \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(k-2r') & \\ & \exp -\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}(k-2r') \end{bmatrix}$

iii) $\begin{bmatrix} \exp \sqrt{-1}(k-2r') & \\ & \exp -\sqrt{-1}(k-2r') \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{c} \Lambda^{n-j\ \ n-q-j}_{(r')} \\ | \\ \Lambda^{n-j-1\ \ n-q-j-1}_{(r')} \end{array}$$ の間においては.

i) $\exp \frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\,(q-2(q-r'))$

ii) $\exp \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\,(q-2(q-r'))$

$r' = q, q-1, \cdots, 0$ iii) $\exp \pi\sqrt{-1}\,(q-2(q-r'))$

$$\begin{tikzcd}[arrows=dash] & \Lambda^{r,0}_{(l_1\ l_2\ r')} \arrow[d] & \\ \Lambda^{r-1,\,0}_{(l_1+1,\ l_2,\ r'-1)} \arrow[r] & {} \arrow[r] \arrow[d] & \Lambda^{r-1\ 0}_{(l_1,\ l_2+1,\ r'-1)} \\ & \Lambda^{r\ 0}_{(l_1\ l_2\ r'-1)} & \end{tikzcd}$$

によるものは.

i) $$\begin{bmatrix} \exp \frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) & \\ & \exp -\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) \end{bmatrix}$$

ii) $$\begin{bmatrix} \exp \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) & \\ & \exp -\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) \end{bmatrix}$$

iii) $$\begin{bmatrix} \exp \pi\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) & \\ & \exp -\pi\sqrt{-1}\,(p-q+l_2-l_1) \end{bmatrix}$$

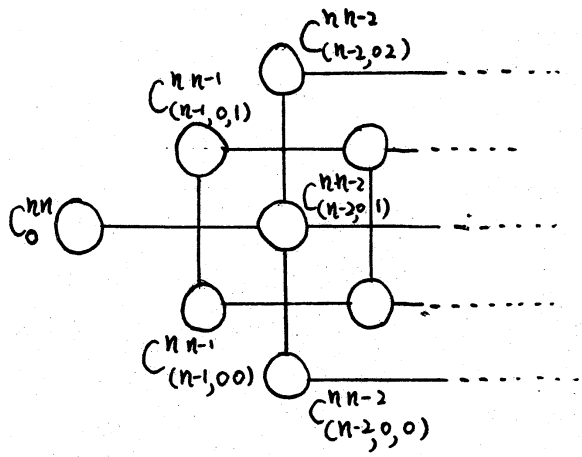
以上によって計算に必要な資料は、すべてそろった。あとは、これによって計算をすればよい。しかし、最初と最後（すなわち zero section と原点の conormal）の間の同伴数の関係を求めるためには、少々工夫を要する。ここでは、多項式の係数が同伴数をあらわすように、多項式をつくって、それをうまく計算して求めてゆく方法を示そう。

例として iii) の場合をとってみる。

まず、Λ^{nn} から $\Lambda^{n,n-q}$ までの同伴数のつながりを記述する行列を求めてみよう。Λ^{nn} は $r=0$ であるから、$(q+1)$ 個の連結成分 $\Lambda^{nn}_{(n-i,i,0)}$ $i=0\cdots q$ と分かれる。

各々の同伴数を C^{nn}_i $(i=0\cdots g)$ と書こう。

また $\Lambda^{n\,n-g}$ もやはり $\Lambda^{n\,n-g}_{(n-g,0,r')}$ $(r'=0,\cdots,g)$ と g個の連結成分に分かれる。各々の同伴数は $C^{n\,n-g}_{r'}$ $(r'=0\cdots g)$ とあらわすものとする。



同伴数の関係を $\frac{\Gamma(\cdots)}{\sqrt{2\pi}}$ の定数倍の part を除いて計算してみよう。まず C_0^{nn} と関係のある同伴数をしらべてみる。

$$\begin{bmatrix} C^{n\,n-1}_{(n-1,0,1)} \\ C^{n\,n-1}_{(n-1,0,0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp -\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+1) \\ \exp \frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0^{nn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C^{n\,n-2}_{(n-2,0,2)} \\ 2\,C^{n\,n-2}_{(n-2,0,1)} \\ C^{n\,n-2}_{(n-2,0,0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp -\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+3)+\pi\sqrt{-1}(-1) & \\ \exp -\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+3)+\pi\sqrt{-1}(-1) & \exp -\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+3)+\pi\sqrt{-1} \\ & \exp \frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(s+3)+\pi\sqrt{-1} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} C^{n\,n-1}_{(n-1,0,1)} \\ C^{n\,n-1}_{(n-1,0,0)} \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots$$

などとなってゆく。その他の同伴数 C_i^{nn} に対して同じように見てゆくと結局次のように計算すればよいことがわかる。

$\begin{bmatrix} C_0^{nn} \\ C_1^{nn} \\ \vdots \\ C_g^{nn} \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} C_g^{n\,n-g} \\ \vdots \\ C_0^{n\,n-g} \end{bmatrix}$ のつながりをあらわす行列を求めよう。

$$\varphi_1 = t a^{-1} - a \qquad a = \exp\left(\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}s\right) \qquad \text{~~とする~~。}$$

$$\varphi_2 = -ta + a^{-1}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} \varphi_1 & & & \\ \varphi_2 & \varphi_1 & & \\ & \varphi_2 & \ddots & \\ & & \ddots & \varphi_1 \\ & & & \varphi_2 \end{bmatrix} \times(-\sqrt{-1})$$

$(k+1)\times k$ 行列

とおいて $A_g \cdots A_1$ を求めるとこれは $(g+1)$ 次元の縦ベクトルを係数とする g 次の t についての多項式となる。これを $A(t)$ とする。この多項式の i 次の係数を行列の第 $(g-i+1)$ 列 $(i=0\cdots g)$ とみてできる $(g+1)\times(g+1)$ 行列を A' とする。 $\hat{A} = \begin{bmatrix} {}_gC_0 & & & \\ & {}_gC_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}_gC_g \end{bmatrix}^{-1} A'$ が $\dfrac{\Gamma(\cdots)}{\sqrt{2\pi}}$ の定数倍の

項を除いた同伴数の関係をあらわしている。

$$\tilde{A}(t) = \begin{bmatrix} {}_qC_0 & & & \\ & {}_qC_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}_qC_q \end{bmatrix}^{-1} A(t) = (-\sqrt{-1})^q \begin{bmatrix} \varphi_1^q \\ \varphi_1^{q-1}\varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_2^q \end{bmatrix}$$

次に $\Lambda^{n\,n-q}$ と $\Lambda^{q\,0}$ の間の同伴数の関係を求めよう。この間にでてくる orbit (Lagrangian) はすべて $(q+1)$ 個の連結成分に分かれる。そしてこの場合の Maslov index による修正は、どの2つの間も $(-1)^q$ であるので、この間の変化は、ただ定数倍になってしまう。それは、

$$(-1)^{q(n-q)} \prod_{i=1}^{n-q} \frac{-\sin\pi(s+2(q+i))}{\pi} \Gamma(s+2(q+i)+1)\,\Gamma(s+2(q+i)+2(p-q+1))$$

$$= \left(-\frac{\sin\pi s}{\pi}\right)^{n-q} \prod_{i=1}^{n-q} \Gamma(s+2(q+i)+1)\,\Gamma(s+(p+i)2+1) \times (-1)^{q(n-q)}$$

である。

Λ^{q0} の連結成分は $\Lambda^{q0}_{(n-q,0,r')}$ $r'=0,\cdots q$ の $(q+1)$ 個の連結成分に分かれ、その同伴数 $C^{q0}_{r'}$ と書くと、$C^{n,\,n-q}_{r'}$ と $C^{q0}_{r'}$ の間が上の定数倍で関係づけられる。

次に Λ^{80} と Λ^{00} の連結成分の同伴数の関係を求めよう。 $\Lambda^{00}_{(n-i,i;0)}$ ($i=0\cdots q$) と Λ^{00} は分かれる。各々の同伴数を C_i^{00} と書く。これは最初やったのと同様の方法で求まる。

$\begin{bmatrix} C_q^{80} \\ \vdots \\ C_0^{80} \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} C_0^{00} \\ \vdots \\ C_q^{00} \end{bmatrix}$ の間の関係は $\dfrac{\Gamma(\cdots)}{\sqrt{2\pi}}$ の定数倍を除いて次のようにして求まる。

$\hat{\varphi}_1 = a^{-1}t + a$
$\hat{\varphi}_2 = at + a^{-1}$ として $B(t) = (-1)^{q(n-1)} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1^{\,q} \\ {}_qC_1\,\hat{\varphi}_1^{\,q-1}\hat{\varphi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\varphi}_2^{\,q} \end{bmatrix}$ とおく。

この $B(t)$ の t^i の係数ベクトルを $(q-i+1)$ 列として得られる行列（$(q+1)\times(q+1)$ 行列）である。これを B' としよう。

$\hat{B} = \begin{bmatrix} {}_qC_0 & & \\ & \ddots & \\ & & {}_qC_q \end{bmatrix}^{-1} B'$ とするとき、これが求める行列

である。

あとは $\hat{B}$ と $\hat{A}$ をかけあわせなければならないが、ここで次の trick を使う。

$B(t)$の第i成分を$B_i(t)$として次の多項式を考える。

$$\sum_{i=1}^{q} B_{i+1}(t)\, s'^{q-i} = \sum_{i=0}^{q} {}_qC_i\, \hat{\varphi}_1^{q-i} \hat{\varphi}_2^{i}\, s'^{q-i}$$

$$= (\hat{\varphi}_1 s' + \hat{\varphi}_2)^q = ((a^{-1}t+a)s' + (at+a^{-1}))^q$$

$$= (t(a^{-1}s'+a) + (as'+a^{-1}))^q = \sum_{i=0}^{q} {}_qC_i (a^{-1}s'+a)^{q-i}(as'+a^{-1})^i t^{q-i}$$

すなわち、B'は、$B''(s') = [{}_qC_0 (a^{-1}s'+a)^q, {}_qC_1 (a^{-1}s'+a)^{q-1}(as'+a^{-1}),$

$\cdots\cdots, {}_qC_q (as'+a^{-1})^q]$という$(q+1)$次元横ベクトルを

係数とするsの多項式で、s^{q-i+1}の係数が第i行目をあらわしている。

すると$B''(s')\cdot\hat{A}(t) = \sum_{i=1}^{q} {}_qC_i (a^{-1}s'+a)^{q-i}(as'+a^{-1})^i \varphi_1^{q-i}\varphi_2^{i}$

の$s'^j t^i$の係数が第$(q-j+1)(q-i+1)$成分をあらわす行列が、ちょうど$B'\hat{A}$をあらわしていることがわかる。

$B''(s')\cdot\hat{A}(t)$

$$= \sum_{j=0}^{q} (a^{-1}s'+a)^{q-j}(as'+a^{-1})^j \varphi_1^{q-j}\varphi_2^{j}\, {}_qC_j$$

$$= \sum_{j=0}^{q} {}_qC_j \{(a^{-1}s'+a)(ta^{-1}-a)\}^{q-j} \{(as+a^{-1})(-ta+a^{-1})\}^j$$

$$= \left[\{(a^{-1}s+a)(ta^{-1}-a)\} + \{(as+a^{-1})(-ta+a^{-1})\} \right]^{q}$$

$$= \left[(a^{-2}-a^{2})st + (a^{-2}-a^{2}) \right]^{q} = \sum_{j=0}^{q} {}_{q}C_{j}\,(st)^{j}\,(-\sqrt{-1})^{q}\,(2\sin\pi s)$$

したがって変換の行列は、

$$A(s) = (-1)^{q(n-q)} \left(-\frac{\sin\pi s}{\pi}\right)^{n-q} \prod_{i=1}^{n-q} \Gamma(s+2(q+i)+1)\,\Gamma(s+(p+i)+1)$$

$$\prod_{j=0}^{q-1} \Gamma(s+2j+1)\,\Gamma(s+2m-2j) \quad (2\pi)^{-q}(-1)^{q(n+1)}(-\sqrt{-1})^{q}$$

$$\begin{bmatrix} (-2\sqrt{-1}\sin\pi s)^{q} & & & \\ & (-2\sqrt{-1}\sin\pi s)^{q} & & \\ & & \ddots & \\ & & & (-2\sqrt{-1}\sin\pi s)^{q} \end{bmatrix}。$$

これが $\begin{bmatrix} C^{nn}_{0} \\ \vdots \\ C^{nn}_{q} \end{bmatrix}$ から $\begin{bmatrix} C^{00}_{0} \\ \vdots \\ C^{00}_{q} \end{bmatrix}$ の同伴数の変換をあらわしている。

公式の形できちんと述べておこう。

$$\boxed{|f|^{s}_{i}(x) = \begin{cases} |f(x)|^{s} & x \in \Lambda^{nn}_{(n-i,\,i,\,0)} \\ 0 & x \notin \Lambda^{nn}_{(n-i,\,i,\,0)} \end{cases}}$$

$$|f^*|^s_i(y) = \begin{cases} |f^*|^s_i(y) & y \in \Lambda^{oo}_{(n-i,i,0)} \\ 0 & y \notin \Lambda^{oo}_{(n-i,i,0)} \end{cases}$$

として

$$|f|^s_i(x) = \int 4^{ns} (\pi)^{(-2m-1)n} (-\sin \pi s)^n \gamma(s) |f|^{-s-2m}_i(y) \times \exp\sqrt{-1}\langle x, y\rangle\, dy$$

ここで $\gamma(s) = \prod_{j=0}^{n-1} \Gamma(s+2j+1) \cdot \Gamma(s+2m-2j)$

$p>n$ の仮定のもとに（ii）iii）の場合は $p \geq n$ の仮定のもとに）全く同じような（多少めんどうにはなるものの）trick で、i）ii）iii）の場合もできる。以下それを結果だけ示そう。$p \leq n$ の場合は図式、orbit 分解が異ってくるので、それは次に解説することにする。

ii）$p>n$ $q<n$ を仮定して

$$\begin{bmatrix} |f|^s_0(x) \\ \vdots \\ |f|^s_q(x) \end{bmatrix} = \int (2\pi)^{-\frac{2nm}{2}} |C_0|^s \sqrt{|C_1|} (\sin \pi s)^n \pi^{-n} \gamma(s) A \begin{bmatrix} |f^*|^{-s-m}_0(y) \\ \vdots \\ |f^*|^{-s-m}_q(y) \end{bmatrix} \exp\sqrt{-1}\langle x, y\rangle\, dy$$

ただし. $C_0 = 4^n$ $C_1 = 4^{mn}$.

$$A = \begin{cases} (\sqrt{-1})^{(n-q)^2}(\sqrt{-1})^{n-1}\begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & (-1)^{p+1} & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & (-1)^{p+1} \end{bmatrix} & q = \text{odd} \\ (\sqrt{-1})^{(n-q)^2}(\sqrt{-1})^{n}\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & (-1)^{p} & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & (-1)^{p} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} & q = \text{even.} \end{cases}$$

i) $p > n$ $q < n$ を仮定して

$$\begin{bmatrix} |f|_0^s(x) \\ \vdots \\ |f|_q^s(x) \end{bmatrix} = \int (2\pi)^{-\frac{mn}{2}} |C_0|^s |C_1|^{\frac{1}{2}}\, {}^t A(s) \begin{bmatrix} |f^*|_0^{-s-\frac{m}{2}}(y) \\ \vdots \\ |f^*|_q^{-s-\frac{m}{2}}(y) \end{bmatrix} \exp \sqrt{-1}\langle x, y\rangle\, dy.$$

$$A(s) = \frac{\gamma(s)}{(2\pi)^q} \prod_{i=0}^{n-q-1} \left(\frac{\sin(-\pi(s+\frac{1}{2}(q+i)))}{\pi} \right) \widetilde{f}(s)$$ として $\widetilde{A}(s)$ は.

次のようになる。 $a = \exp(\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\, s)$ をあらわしている。

1) $q = 4\tilde{q} + 1$ とするとき．

$$\star = \begin{bmatrix} (a^{-2} + (-1)^{n+1} a^{2}) , & -1 + (-1)^{n} \\ (\sqrt{-1})^{p+1} (1 - (-1)^{p+1+n}) , & -(\sqrt{-1})^{p+1} (a^{2} + (-1)^{p+1} a^{-2}) \end{bmatrix}$$ とおいて

$$\tilde{A}(s) = (-1)^{\tilde{q}} (\sqrt{-1})^{1-n} (-2\sqrt{-1} \sin 2\pi s)^{2\tilde{q}}$$

$$\times \begin{bmatrix} \star & & & \\ & (-1)^{p+1} \star & & \\ & & \ddots & \\ & & & ((-1)^{p+1})^{2\tilde{q}} \star \end{bmatrix}$$

$(4\tilde{q}+2) \times (4\tilde{q}+2)$ 行列

2) $q = 4\tilde{q} + 2$ のとき．

$$\star = \begin{bmatrix} \sqrt{-1}(-1)^{n+1}(a^{4} - a^{-4}) , & 0 , & 0 \\ (a^{-2} + (-1)^{p+1} a^{2})((-1)^{n+1}(\sqrt{-1})^{p+1} + (-\sqrt{-1})^{p+1}) , & -(\sqrt{-1})^{p+1}(a^{2} + (-1)^{p+1} a^{-2})(a^{2} + a^{-2}) , & (\sqrt{-1})^{p+1}((-1)^{n} + 1)(a^{2} + (-1)^{p+1} a^{-2}) \end{bmatrix}$$

とおいて．

$$\tilde{A}(s) = (-1)^{\tilde{q}} (-2\sqrt{-1} \sin 2\pi s)^{2\tilde{q}}$$

$$\times \begin{bmatrix} \star & & & & \\ & (-1)^{p} \star & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & (-1)^{p 2\tilde{q}} \star & \\ & & & & \star' \end{bmatrix}$$

$\star' = (-1)^{p+n+1} \sqrt{-1} (a^{q} - a^{-q})$

これは $4\tilde{q}+3 \times 4\tilde{q}+3$ 行列．

3). $q = 4\tilde{q}+3$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} (a^{-2}+(-1)^{n+1}a^{2}), & -(1+(-1)^{n+1}) \\ -(\sqrt{-1})^{p+1}(1+(-1)^{n+p}), & (\sqrt{-1})^{p+1}(a+(-1)^{n+p}a^{-2}) \end{bmatrix}$$ とおいて.

$$\tilde{A}(s) = (-1)^{\tilde{q}+1}(-\sqrt{-1})^{n}(-2\sqrt{-1}\sin\pi s)^{2\tilde{q}+1} \times \begin{bmatrix} \bigstar & & & \\ & (-1)^{p+1}\bigstar & & \\ & & \ddots & \\ & & & (-1)^{(p+1)(2\tilde{q}+1)}\bigstar \end{bmatrix}$$

$(4\tilde{q}+4)\times(4\tilde{q}+4)$ 行列

4) $q = 4\tilde{q}$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} (a^{-4}-a^{4}) & 0 & 0 \\ (\sqrt{-1})^{p}(1+(-1)^{n+p})(a^{-2}+(-1)^{n+1}a^{2}) & (\sqrt{-1})^{p}((-1)^{n}((-1)^{p+1}a^{-2}+a^{2})(a^{2}+a^{-2})) & (\sqrt{-1})^{p}((-1)a^{2}+(-1)^{p}a^{-2})((-1)^{n}+1) \end{bmatrix}$$

とおいて.

$$\tilde{A}(s) = (-1)^{\tilde{q}}(-2\sqrt{-1}\sin\pi s)^{2\tilde{q}-1} \times \begin{bmatrix} \bigstar & & & & \\ & (-1)^{p}\bigstar & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & (-1)^{p\cdot\tilde{q}}\bigstar & \\ & & & & \bigstar' \end{bmatrix}$$

$\bigstar' = (-1)^{p}(a^{-4}-a^{4})$

$(4\tilde{q}+1)\times(4\tilde{q}+1)$ 行列

さてついで $P<n$　$q<n$ の場合を考察しよう。

Complexにおける必要なLagrangian mfのみを書き入れたholonomy diagramは P11にあるものと同じであって、qのかわりに $k'=(m-n)$ とおけば（図にあらわれる部分は）同じである。

各orbit（Lagrangian）の Real へ制限したときの分解を書いておこう。$\Lambda^{n\,n-k}$　$\Lambda^{k,0}$　$(0\le k\le k')$ については同じである。したがって書かない。

$$\Lambda^{n-i,\,n-k'-i}_{(l_1,l_2,r')} = \overbrace{\left[\begin{array}{cc:cc} I_{l_1} & & & \\ \hdashline & & I_{l_2} & \\ \hdashline & I_{k'} & & I_{k'} \end{array}\right]}^{\;p\qquad\qquad q\;} \qquad \overbrace{\left[\begin{array}{cc:cc} I_{l_1'} & & & \\ \hdashline & & I_{l_2'} & \\ \hdashline & E^{r'}_{k'} & & E^{r'}_{k'} \end{array}\right]}^{\;p\qquad\qquad q\;}$$

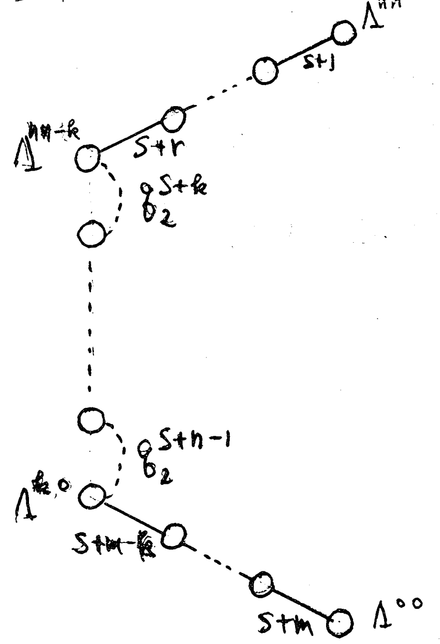
$r'=0\cdots k'$　　$l_1+l_2=n-k'-i$　　$l_1'=p-k'-l_1$

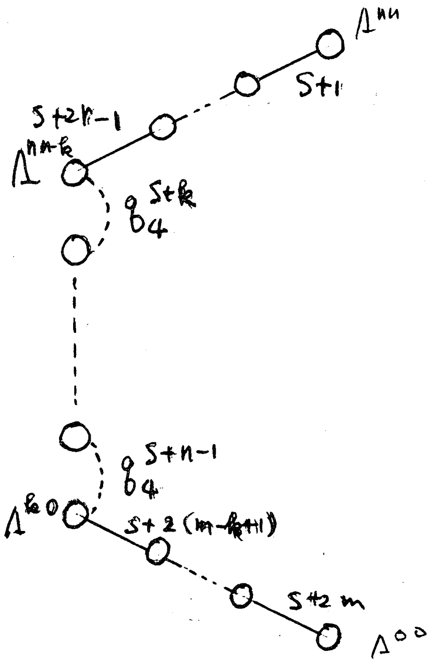
$l_2'=q-k'-l_2$

さて交わり方の問題である。

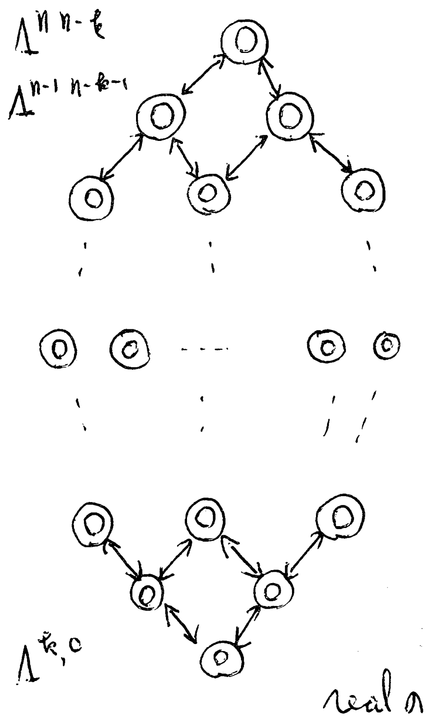
P11の図式で上と下の余次元1で交わっている。その交り方をこめて $p>n$ の場合と同じになる。問題はたての ---- でつないだところであるが、これは i) の場合には余次元1での交わりで下までつながってゆく。この場合は特別であるので我々は先に ii) iii) の場合を考えることにしよう。

ii) iii) の場合は $p \leq n$, $q < n$ の場合までこめて計算できる。

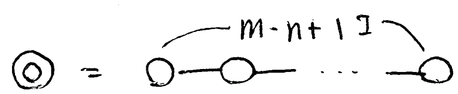




$\Lambda^{n\,n-k}$ と Λ^{k0} の間の交わり方は少し複雑である。



realの図



↕ は余次元2以上の交わりで、その間の2つは、2次型式のみたす極大過剰決定系に変換される。各々横にならんだ ◎ が同じ (complex) orbit に入っているが、real で異なると Maslov index の影響も異なってくる。

これを使って計算してもよいのであるが、じつはもっとうまくやれる。$\Lambda^{n,n-k}$, と $\Lambda^{k,0}$ の間を局所化して、あらわれる極大過剰決定系を調べ、直接その間の同伴数の関係を出してしまうことである。（P.5. の Conjecture の特別な場合への適用である。この場合 Conjecture は正しい。）

$\Lambda^{n,n-k}$, $\Lambda^{k,0}$ は ii), iii) の場合 $(k+1)$個の連結成分に分かれる。$\Lambda^{n,n-k}_{(r')} = \Lambda^{n,n-k}_{(p-k,q-k,r')}$ $\Lambda^{k,0}_{(r')} = \Lambda^{k,0}_{(p-k,q-k,r')}$ とおく。$r' = k, k-1, \cdots 0$ である。

$\Lambda^{n,k-k}_{(r')}$ と $\Lambda^{k,0}_{(r')}$ の間の極大過剰決定系は群の作用を調べることによってわかり、

$$\text{ii)}\ \underset{\square}{GL(n-k,\mathbb{C})} \times \underset{\square}{SU(p-k,q-k)}$$

$$\text{iii)}\ \underset{\square}{GL(n-k,\mathbb{H})} \times \underset{\square}{SU(p-k,q-k,\mathbb{H})}.$$

の相対不変式である。

（より正確な表現をすれば、$\Lambda^{(n,n-k)}_{(r')}$ $\Lambda^{(k,0)}_{(r')}$ は交わり、その交わりの generic pt. での極大過剰決定系は $\underset{\square}{GL(n-k,\mathbb{C})} \times \underset{\square}{SU(p-k,q-k,\mathbb{C})}$ （あるいは $\underset{\square}{GL(n-k,\mathbb{H})} \times \underset{\square}{SU(p-k,q-k,\mathbb{H})}$）の相対不変式 $h(x)$ の complex power $|h(x)|^{\lambda}\delta(x'')$ のみたす極大過剰決定系に同型ということである。）

その間の同伴数の変化は.

ii) $\prod_{i=1}^{n-k}\left(-\frac{\sin(s+(k+i)-1)}{\pi}\right)\Gamma(s+k+i)^{2}$

$\left(\exp-\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(2r'-k)\right)^{p-q}$

iii) $\prod_{i=0}^{n-k-1}-\frac{\sin(s+2(k+i))}{\pi}\Gamma(s+2(k+i)+1)\Gamma(s+2(k+i)+2)$

$\left(\exp\cdot\pi\sqrt{-1}\,k\right)^{n-k}$.

であることは公式にあてはめてみれば、わかる。

あとは同じ方法($p>n$)で計算すればよろしい。
結果だけ書く。

ii) $p\leq n$ $q\leq n$ の場合

$$\begin{bmatrix}|f|_0^s(x)\\ \vdots\\ |f|_k^s(x)\end{bmatrix}=\int(2\pi)^{-\frac{mn}{2}}|c_0|\sqrt{|K_1|}(\sin\pi s)^{\frac{n\gamma(s)}{\pi^n}}A(s)\begin{bmatrix}|f^*|_0^{-s-m}(y)\\ \vdots\\ |f^*|_k^{-s-m}(y)\end{bmatrix}$$

$\times\exp\sqrt{-1}\langle x,y\rangle\,dy$.

とおくとき.

$k=m-n$ が odd ならば

$$A(s) = (\sqrt{-1})^{(m+1)(p-q)}(-1)^{q+n+1}(\sqrt{-1})^{k+1}\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (-1)^{m+1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & (-1)^{m+1} \end{bmatrix}$$

$k=m-n$ が even ならば

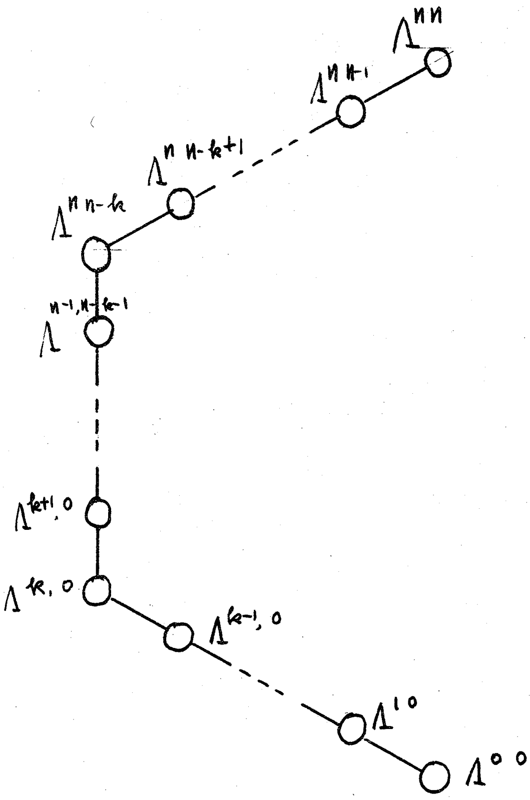
$$A(s) = (\sqrt{-1})^{(m+1)(p-q)}(\sqrt{-1})^{k}\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & (-1)^{n} & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

いずれも $(k+1)\times(k+1)$ 行列. $|f|_i^s$ 等の意味は $p>n$ のときと同じである。 C_0, C_1 も最初に書いたとおり.

iii) $p\leq n$, $q\leq n$ のとき.

$$|f|_i^s(x) = \int 4^{ns}(\pi)^{(-2m-1)n}(-\sin\pi s)^n \gamma(s)|f|_i^{-s-2m}(y)\exp\sqrt{-1}\langle x,y\rangle\, dy$$

最後に i) の $p \leq n$, $q < n$ の場合である。 $p = n$ の場合は少し orbit に変化が起こるが それを無視して結果を書く。 $p < n$, $q < n$ として説明をすすめる。



Complex の必要な holonomy diagram の Lagrangian のみを書くと左のようになる。

$\Lambda^{n\,n-i}$ $\quad \Lambda^{i,0}$ $\quad 0 \leq i < k$

の real orbit 分解 (connected component 分解) は $p > n$ の場合と全く同じである。

ただし $\Lambda^{n\,n-k}$ は様子が異なる。すなわち右のようになる。

$l_1 = p - k$, $l_2 = q - k$

$$I'_{l_2} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ & & & & -1 \end{bmatrix} \quad r' = 0 \cdots k$$

$$\Lambda^{n\,n-k}_{(r')} = \left[\begin{array}{cc:c} I_{l_1} & & \\ & & I_{l_2} \\ & I_k & I_k \end{array}\right] \left[\begin{array}{cc:c} & & \\ & & \\ & E^{r'}_k & E^{r'}_k \end{array}\right]$$

$$\Lambda^{n\,n-k\,\prime}_{(r')} = \left[\begin{array}{cc:c} I_{l_1} & & \\ & & I'_{l_2} \\ & I_k & I_k \end{array}\right] \left[\begin{array}{cc:c} & & \\ & & \\ & E^{r'}_k & E^{r'}_k \end{array}\right]$$

$\longleftarrow p \longrightarrow \leftarrow q \rightarrow$

また Λ^{k0} は、右のように分かれる。

$$\Lambda^{k0}_{(r')} = \left[\begin{array}{c:c} & \\ E^{r'}_k & E^{r'}_k \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc:c} I_{l_1} & & \\ & & I_{l_2} \\ & I_k & I_k \end{array}\right]$$

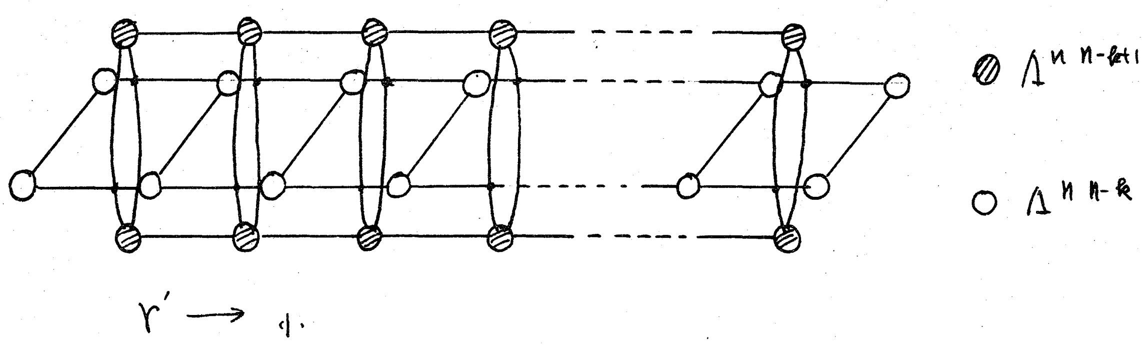
$$\Lambda^{k0'}_{(r')} = \left[\begin{array}{c:c} & \\ E^{r'}_k & E^{r'}_k \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc:c} I_{l_1} & & \\ & & I'_{l_2} \\ & I_k & I_k \end{array}\right]$$

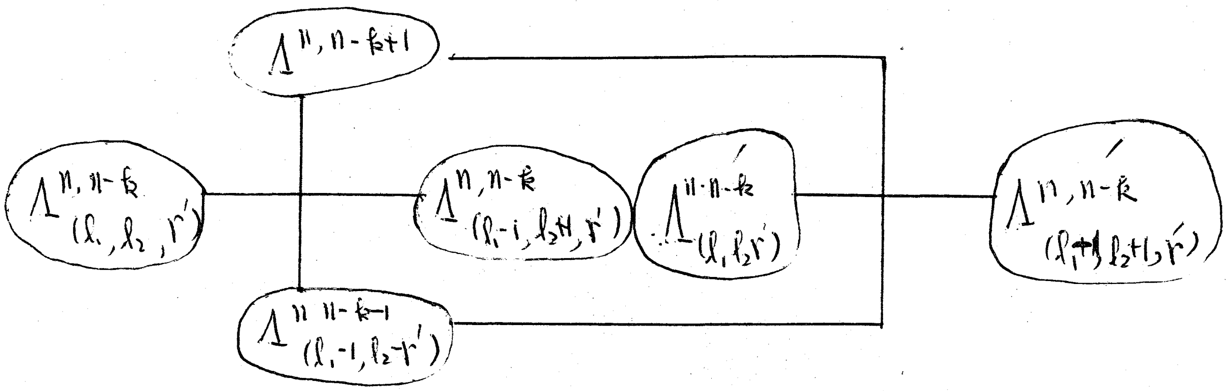
$r' = 0 \cdots k.$

そして $\Lambda^{(n\ n-k)'}_{(r')}$ — $\Lambda^{n\ n-k}_{(r')}$ と $\Lambda^{k0}_{(r')}$ — $\Lambda^{k,0'}_{(r')}$ は codimention $(n-k)^2$ で交わり、その交わりの generic pot における局所化は $GL(n-k, \mathbb{R}) \times SO(n-k)$ の相対不変式のみたす極大過剰決定系（すなわち $GL(n-k) \times GL(n-k)$）になっている。

したがってこの場合やはり conjecture の特別な場合を使って計算ができる。

$\Lambda^{n\ n-k+1}$ と $\Lambda^{n\ n-k}$ の間のつながりを書いておく。





$\Lambda^{k,0}$ と $\Lambda^{k+1,0}$ の関係もこれをみればわかる。すなわち $\Lambda^{n,n-k}$ を $\Lambda^{k,0}$, $\Lambda^{n,n-k+1}$ を $\Lambda^{k+1,0}$ にとりかえれば同じである。

$$\begin{array}{ccc} \Lambda^{n,n-k}_{(r')} & — & \Lambda'^{n,n-k}_{(r')} \\ \vdots & & \\ \Lambda^{k,0}_{(r')} & — & \Lambda'^{k,0}_{(r')} \end{array}$$

左のようなところで直接に同伴数のつながりを求める。

[2] を見ながら、定数項の修正と Maslov index の修正を考えればよい。

$$\frac{\Gamma(\lambda+1)\cdots\Gamma(\lambda+(2n-m))}{(\sqrt{2\pi})^{2n-m}} \begin{cases} \begin{bmatrix}(2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde r}{2}} & \\ & (2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde r}{2}}\end{bmatrix} & \tilde r \text{ even} \\ (-2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde r-1}{2}}\begin{bmatrix}\exp\frac{-\pi\sqrt{-1}}{2}(\lambda+1) & \exp\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(\lambda+1)\\ \exp\frac{\pi\sqrt{-1}}{2}(\lambda+1) & \exp\frac{-\pi\sqrt{-1}}{2}(\lambda+1)\end{bmatrix} & \tilde r \text{ odd}\end{cases}$$

ここで、$\lambda = 2s + (m-n)$　　$\tilde{r} = 2n-m$. とおいて. Maslov index による修正は.

$$\left[\exp\left(\left(\frac{\pi\sqrt{-1}}{4}\right)(q-p)(n-m+2r')\right) \quad \cdots \quad \exp\left(\frac{\pi\sqrt{-1}}{4}\right)(q-p)(n-m+2r')\right]$$

$r' = 0, 1, \cdots, r-1, r$.　　　となる。

あとは全く同じようにして. 工夫して計算すればよい。結果だけ書いておくと次のようになる。

i)　$p<n$. $q<n$. の場合.

$$\begin{bmatrix} |f|_0^s(x) \\ \vdots \\ |f|_k^s(x) \end{bmatrix} = \int (2\pi)^{-\frac{mn}{2}} |c_0|^s |c_1|^{\frac{1}{2}} \frac{\gamma(s)}{(2\pi)^k} c(\lambda) A(s) \begin{bmatrix} |f^*|_0^{-s-\frac{m}{2}} \\ \vdots \\ |f|_k^{-s-\frac{m}{2}}(y) \end{bmatrix} \exp\sqrt{-1}\langle x,y\rangle dy.$$

ここで. $\gamma(s) = \prod_{i=1}^{k} \Gamma(s+\frac{i}{2}+\frac{1}{2})\Gamma(s+\frac{m}{2}-\frac{i}{2})$　　$k = m-n$.

$\lambda = 2s+(m-n)$　　$\tilde{r} = 2n-m$. とおいたとき.

$$c(\lambda) = \frac{\Gamma(\lambda+1)\cdots\Gamma(\lambda+(2n-m))}{(\sqrt{2\pi})^{2n-m}} \times \begin{cases} (-2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde{r}-1}{2}}(2\cos(\frac{\pi}{2}(\lambda+1))) & \tilde{r}\ \text{odd} \\ (2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde{r}}{2}} & \tilde{r}\ \text{even.} \end{cases}$$

そして. $A(s)$ は次に書くとおりである。$a = \exp(\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}s)$ であるとは例のとおりである。

1) $k = 4\tilde{k}+1$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} (a^{-2}+(-1)^{n+1}a^{2}), & (-1)^{n}-1 \\ 2(\sqrt{-1})^{n+1}, & -(\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2}) \end{bmatrix}$$ とおいて.

$$A(s) = (\sqrt{-1})^{1-p}(-1)^{\tilde{k}}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}} \begin{bmatrix} \bigstar & & & \\ & (-1)^{n+1}\bigstar & & \\ & & \ddots & \\ & & & (-1)^{2\tilde{k}(n+1)}\bigstar \end{bmatrix}$$

$(k+1)\times(k+1)$ 行列.

2) $k = 4\tilde{k}+2$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} (-1)^{n}(a^{4}-a^{-4}), & 0, & 0 \\ (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})((-\sqrt{-1})^{n}+(\sqrt{-1})^{p-q}), & -(\sqrt{-1})^{p-q}(a^{2}+a^{-2})(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2}), & (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(-(-\sqrt{-1})^{n}+(\sqrt{-1})^{p-q}) \end{bmatrix}$$

とおいて

$$A(s) = (-1)^{\tilde{k}+n-p+1}(\sqrt{-1})(a^{4}-a^{-4})^{2\tilde{k}}$$

$$\times \begin{bmatrix} \bigstar & & & & \\ & \bigstar\times(-1)^{n} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \bigstar(-1)^{2\tilde{k}n} & \\ & & & & \bigstar' \end{bmatrix}$$

$(k+1)\times(k+1)$ 行列

$\bigstar' = (a^{4}-a^{-4})$

3) $k = 4\tilde{k} + 3$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} (a^{-2} + (-1)^{p+1} a^{2}) & , & -(1+(-1)^{p+1}) \\ (-\sqrt{-1})^{n+1}((-1)^{p}+(-1)^{n}) & , & (\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+(-1)^{p+n}a^{-2}) \end{bmatrix}$$ とおいて.

$$\tilde{A}(s) = (-1)^{\tilde{k}+1}(\sqrt{-1})^{p}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}+1} \begin{bmatrix} \bigstar & & & \\ & (-1)^{n+1}\bigstar & & \\ & & \ddots & \\ & & & (-1)^{(n+1)(2\tilde{k}+1)}\bigstar \end{bmatrix}$$

4) $k = 4\tilde{k}$ のとき.

$$\bigstar = \begin{bmatrix} a^{4}-a^{-4} & , & 0 & , & 0 \\ (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})((-1)^{n}+(-1)^{p}) & , & (-1)^{p+1}(\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(a^{2}+a^{-2}) & , & (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(\sqrt{-1})^{n}((-1)^{p}+1) \end{bmatrix}$$

とおいて.

$$A(s) = (-1)^{\tilde{k}+1}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}-1} \begin{bmatrix} \boxed{\bigstar} & & & & \\ & \boxed{\bigstar(-1)^{n}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \boxed{\bigstar \times (-1)^{(2\tilde{k}-1)n}} & \\ & & & & \boxed{\bigstar'} \end{bmatrix}$$

$\bigstar' = (a^{4}-a^{-4})$

またこれは
$(k+1)\times(k+1)$ 行列.

今度は $p=n$　$q<n$ の場合である。

i)　$p=n$　　$q<n$ の場合.

complex holonomy diagram は $P32$ にあるのと同じである。しかし real の connected components (orbit) 分解は異なる。すなわち.

$$\Lambda^{n\ n-i}_{\mathbb{R}} = \bigsqcup_{\substack{0\le r'\le i \\ 0<l_2\le m-n-i}} \Lambda^{n,n-i}_{(l_1,l_2,r')} \sqcup \bigsqcup_{0\le r'\le i} \Lambda^{n,n-i}_{(n-i,0,r')} \sqcup \bigsqcup_{0\le r'\le i} \Lambda'^{n,n-i}_{(n-i,0,r')}$$

ただし

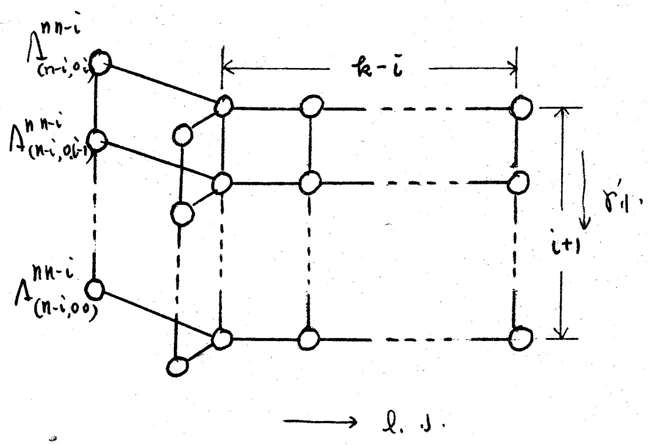
$$\Lambda^{n\ n-i}_{(n-i,0,r')} = \left(\left[\begin{array}{c|c:c} I_{n-i} & & \\ \hline & I_i & I_i \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c:c} & & \\ \hline & E_i^{r'} & E_i^{r'} \end{array}\right] \right)$$

$$\longleftarrow p \longrightarrow \longleftarrow q \longrightarrow$$

$$\Lambda'^{n\ n-i}_{(n-i,0,r')} = \left(\left[\begin{array}{c|c:c} I'_{n-i} & & \\ \hline & I_i & I_i \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c:c} & & \\ \hline & E_i^{r'} & E_i^{r'} \end{array}\right] \right)$$

そしてここで $I'_{n-i} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix}$ の $(n-i)\times(n-i)$ 行列である。

$\Lambda^{n\ n-i}_{(l_1,l_2,r')}$ の $l_2 \gneqq 0$ となる Lagrangian については. すでに $P\ 11$ に書いたのと同じものである。(P39 へつづく.)

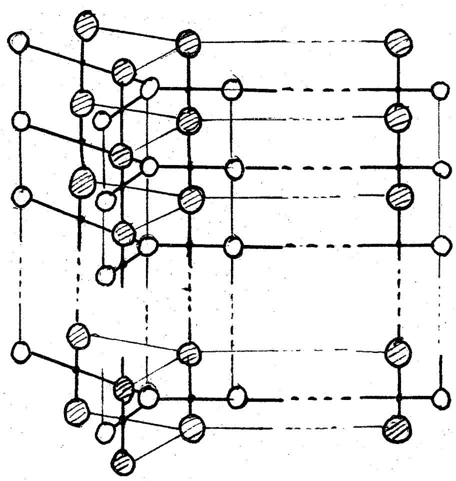


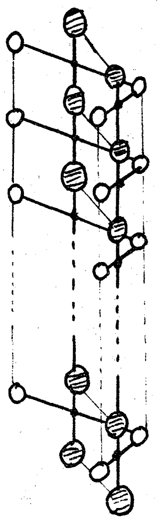
$\Lambda^{n\,n-i}$ の real における orbit 分解

($\Lambda^{i,0}$ の real における orbit 分解もあらわしている。).

$\Lambda^{n\,n-i}$ と $\Lambda^{n\,n-i+1}$ を ◍ と ○ で示して交わり方を図示したもの。

($\Lambda^{i,0}$ を ◍, $\Lambda^{i-1,0}$ を ○ としてのつながりも表している)





$\Lambda^{n\,n-k}$ と $\Lambda^{n\,n-k+1}$ の間のつながりを ◍ と ○ で示している。

($\Lambda^{k,0}$ を ◍ , $\Lambda^{k-1,0}$ を ○ としてのつながりもあらわしている)

いずれの図の場合も、右に書かれたものが l の値が小さく、下に書かれたものが r' の値が小さい。ふたまたに分れたところは、左上が ′ のついたものをあらわす。

また

$$\Lambda_{\mathbb{R}}^{i,0} = \bigsqcup_{\substack{0\le r'\le i \\ 0<l_2\le m-n-i}} \Lambda^{i,0}_{(l_1,l_2,r')} \bigsqcup \bigsqcup_{0\le r'\le i} \Lambda^{i,0}_{(n-i,0,r')} \bigsqcup \bigsqcup_{0\le r'\le i} \Lambda'^{i,0}_{(n-i,0,r')}$$

ただし

$$\Lambda^{i,0}_{(n-i,0,r')} = \left(\left[\begin{array}{c|c:c} & & \\ \hline & E_i^{r'} & E_i^{r'} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c:c} I_{n-i} & & \\ \hline & I_i & I_i \end{array}\right] \right)$$

$$\Lambda^{i,0}_{(n-i,0r')} = \left(\left[\begin{array}{c|c:c} & & \\ \hline & E_i^{r'} & E_i^{r'} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c:c} I'_{n-i} & & \\ \hline & I_i & I_i \end{array}\right] \right)$$

いずれも $0\le i\le m-n$. つながり方はP39のようになる。

さて、問題は、例によって $\Lambda^{n,n-k}$ と $\Lambda^{k,0}$ の間のつながりであるが、これは、$GL(n-k,\mathbb{C})\times GL(n-k,\mathbb{C})$ (real formは $\mathbb{C}$ を $\mathbb{R}$ にかえたもの)の相対不変式のみたす極大過剰決定系と同型であり、これは $p<n$ の場合と変わらない。したがってあとは同様のtrickを使って計算することができる。このときには、P36〜P37において書いた行列を $p=n$ としてあてはめて、かついちばん左上の ☆ の部分

を書きかえるだけでよい。具体的には次のようになる。

i). $P=n$ $q<n$ の場合.

$$\begin{bmatrix} |f|_0^s(x) \\ |f|_{0'}^s(x) \\ \vdots \\ |f|_q^s(x) \end{bmatrix} = \int (2\pi)^{-\frac{mn}{2}} |C_0|^s |C_1|^{\frac{1}{2}} C'(\lambda)\, {}^tA(s) \begin{bmatrix} |f^*|_0^{-s-\frac{m}{2}}(y) \\ |f^*|_{0'}^{-s-\frac{m}{2}}(y) \\ \vdots \\ |f^*|_q^{-s-\frac{m}{2}}(y) \end{bmatrix} \exp\sqrt{-1}\langle x,y\rangle\, dy$$

ここで.
$$|f|_0^s(x) = \begin{cases} |f|^s(x) & x \in \Lambda^{n,n}_{(n,0,0)} \\ 0 & x \notin \Lambda^{n,n}_{(n,0,0)} \end{cases}$$

$$|f|_{0'}^s(x) = \begin{cases} |f|^s(x) & x \in \Lambda^{nn'}_{(n,0,0)} \\ 0 & x \notin \Lambda^{nn'}_{(n,0,0)} \end{cases}$$

$$|f^*|_0(y) = \begin{cases} |f^*|(y) & y \in \Lambda^{00}_{(n,0,0)} \\ 0 & y \notin \Lambda^{00}_{(n,00)} \end{cases}$$

$$|f^*|_{0'}(y) = \begin{cases} |f^*|(y) & y \in \Lambda^{00'}_{(n,00)} \\ 0 & y \notin \Lambda^{00'}_{(n,00)} \end{cases}$$

をあらわし. あとは. i) $p<n$. $q<n$ の場合と同じであるとする。また $\lambda=2s+m-n$. $\tilde{r}=2n-m$ として.

$$C'(\lambda) = \frac{\Gamma(\lambda+1)\cdots\Gamma(\lambda+(2n-m))}{(\sqrt{2\pi})^{2n-m}} \times \begin{cases} (-2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde{r}-1}{2}}(2\cos(\frac{\pi}{2}(\lambda+1)) & \tilde{r}\ \text{odd} \\ (2\sin\pi\lambda)^{\frac{\tilde{r}}{2}} & \tilde{r}\ \text{even} \end{cases}$$

とする。

$$A(s) = \widetilde{A}(s)\, \frac{1}{(2\pi)^k} \prod_{i=1}^{k} \Gamma\left(s+\frac{i}{2}+\frac{1}{2}\right) \prod_{i=0}^{k-1} \Gamma\left(s+\frac{m}{2}-\frac{i}{2}\right).$$

として以下．$\widetilde{A}(s)$ を書き並べてゆく。$k = m-n$ である。

1). $k = 4\tilde{k}+1$

$$\widetilde{A}(s) = \begin{bmatrix} ☆^* & & & \\ & (-1)^{n+1}☆ & & \\ & & \ddots & \\ & & & ☆ \end{bmatrix} \times (\sqrt{-1})^{1-n}(-1)^{\tilde{k}}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}}$$

$(k+2)\times(k+2)$ 行列

そしてここで
$$☆ = \begin{bmatrix} (a^{-2}+(-1)^{n+1}a^{2}) \ , & (-1)^{n}-1 \\ 2\,(\sqrt{-1})^{n+1} \ , & -(\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2}) \end{bmatrix}$$

また．$☆^*$ は．3×3 行列で．

① $m =$ even のとき
$$\begin{bmatrix} a^{-2}\ , & a^{2} & \underbrace{(-1)^{n}-1}_{=-2} \\ a^{2}\ , & a^{-2} & (-1)^{n}-1 \\ (\sqrt{-1})^{n+1}\ , & (\sqrt{-1})^{n+1} & -(\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+a^{-2}) \end{bmatrix}$$

② $m =$ odd のとき．
$$\begin{bmatrix} a^{-2}-a^{2}\ , & 0 & \underbrace{(-1)^{n}-1}_{=0} \\ 0\ , & a^{-2}-a^{2} & (-1)^{n}-1 \\ (\sqrt{-1})^{n+1}\ , & (\sqrt{-1})^{n+1} & -(\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}-a^{-2}) \end{bmatrix}$$

2). $k = 4\tilde{k}+2$

$$☆ = \begin{bmatrix} (-1)^{n}(a^{4}-a^{-4})\ , & 0\ , & \\ (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(-(\sqrt{-1})^{n}+(\sqrt{-1})^{k-8}), & -(\sqrt{-1})^{k-8}(a^{2}+a^{-2})(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2}), & (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(-(-\sqrt{-1})^{n}+(\sqrt{-1})^{k-8}) \end{bmatrix}$$

とおいて．

$$\widetilde{A}(5) = (-1)^{\tilde{k}+1}(\sqrt{-1})(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}}$$

$$\times \begin{bmatrix} ☆^{*} & & & & & \\ & ☆\times(-1)^{n} & & & & \\ & & ☆\times(-1)^{n-2} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & ☆(-1)^{2\tilde{k}n} & \\ & & & & & ☆' \end{bmatrix}$$

$☆' = (a^{4}-a^{-4})$

① $m=$ even のとき ($n=$ even) $☆^{*}$ は 3×4 行列で

$$\begin{bmatrix} a^{4}-a^{-4}, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & (a^{4}-a^{-4}), & 0, & 0 \\ (\sqrt{-1})^{n}(a^{-2}-a^{2}), & (\sqrt{-1})^{n}(a^{-2}-a^{2}), & (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+a^{-2})(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2}), & (a^{2}-a^{-2})(-(\sqrt{-1})^{n}-(\sqrt{-1})^{n}) \end{bmatrix}$$

② $m=$ odd のとき ($n=$ odd) $☆^{*}$ は 3×4 行列で

$$\begin{bmatrix} (a^{-2}(a^{-2}+a^{2})), & -a^{2}(a^{-2}+a^{2}), & 0, & 0 \\ -a^{2}(a^{-2}+a^{2}), & a^{-2}(a^{-2}+a^{2}), & 0, & 0 \\ -(\sqrt{-1})^{n}(a^{-2}+a^{2}), & -(\sqrt{-1})^{n}(a^{-2}+a^{2}), & (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+a^{-2})(a^{2}+a^{-2}), & (a^{2}+a^{-2})(\times 0) \end{bmatrix}.$$

の ~~3×6~~ 行列をあらわす。

3) $k = 4\tilde{k}+3$.

$$☆ = \begin{bmatrix} (a^{-2}+(-1)^{n+1}a^{2}), & -(1+(-1)^{n+1}) \\ 2(-\sqrt{-1})^{n+1}((-1)^{n}), & (\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+a^{-2}) \end{bmatrix}$$ とおく。

$$\tilde{\hat{A}}(s) = (-1)^{\tilde{k}+1}(\sqrt{-1})^{n}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}+1} \times \begin{bmatrix} \star^{*} & & & \\ & \boxed{(-1)^{n+1}\star} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \boxed{(-1)^{(n+1)(2\tilde{k}+1)}\star} \end{bmatrix}$$

ここで $\star^{*}$ は

① $m =$ even (n odd) のとき　　② $m =$ odd ($n =$ even) のとき

$$\begin{bmatrix} a^{-2}, & a^{2}, & -2 \\ a^{2}, & a^{-2}, & -2 \\ (-\sqrt{-1})^{n-1}, & (-\sqrt{-1})^{n-1}, & (\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+a^{-2}) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} (a^{-2}-a^{2}) & 0 & 0 \\ 0 & (a^{-2}-a^{2}) & 0 \\ (\sqrt{-1})^{-n-1} & (\sqrt{-1})^{-n-1} & (\sqrt{-1})^{n+1}(a^{2}+a^{-2}) \end{bmatrix}$$

4). $k = 4\tilde{k}$

$$\hat{A}(s) = (-1)^{\tilde{k}+1}(a^{-4}-a^{4})^{2\tilde{k}-1} \begin{bmatrix} \star^{*} & & & & & \\ & \boxed{\star(-1)^{n}} & & & & \\ & & \boxed{\star(-1)^{n\cdot 2}} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \boxed{\star\times(-1)^{(2\tilde{k}-1)n}} & \\ & & & & & \boxed{\cancel{\star}} \end{bmatrix}$$

$\cancel{\star} = (a^{4}-a^{-4})$

$(k+2)\times(k+2)$ 行列.

$$\star = \begin{bmatrix} a^{4}-a^{-4} & 0 & 0 \\ (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})((-1)^{n}+(-1)^{p}), & (-1)^{p+1}(\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(a^{2}+a^{-2}), & (a^{2}+(-1)^{n+1}a^{-2})(\sqrt{-1})^{n}((-1)^{p}+1) \end{bmatrix}$$

① $m =$ even ($n =$ even) のときには. ☆* は 4×3 行列で.

$$\begin{bmatrix} -(a^{-4}-a^{4}), & 0, & 0, & 0 \\ 0, & -(a^{-4}-a^{4}), & 0, & 0 \\ (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}-a^{-2}), & (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}-a^{-2}), & (-1)^{n+1}(\sqrt{-1})^{n}(a^{2}-a^{-2})(a^{2}+a^{-2}), & 2(a^{2}-a^{-2})(\sqrt{-1})^{n} \end{bmatrix}$$

② $m =$ odd ($n =$ odd) のときには. ☆* は,

$$\begin{bmatrix} -a^{-2}(a^{2}+a^{-2}), & a^{2}(a^{2}+a^{-2}), & 0, & 0 \\ a^{2}(a^{2}+a^{-2}), & -a^{-2}(a^{2}+a^{-2}), & 0, & 0 \\ -(\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+a^{-2}), & -(\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+a^{-2}), & (\sqrt{-1})^{n}(a^{2}+a^{-2})^{2}, & 0 \end{bmatrix}$$

Imaginary Lagrangian が現われる場合の Fourier 変換
（講究録 No.248 所収）

page. line.	誤	正
P13. l. 8.	$T_S\Lambda_2 \times_S T_S\Lambda_0 / T_S$	$T_S\Lambda_2 \times_S T_S\Lambda_0$
l. 15.	$\widetilde{W} = \{\cdots\cdots\}$	$\widetilde{W} = \{\cdots\cdots \ \varphi_2' \neq 0\}$
P14. l. 9	$\varphi_2 = 4\varphi_0' = 4(x_1^2 + \cdots + x_l^2)$	$\varphi_0 = 4^{-1}\varphi_0' = 4^{-1}(\xi_1^2 + \cdots + \xi_l^2)$
l. 11	$\omega_{\Lambda_0}\ 4^{2(a+\frac{l}{4})}\cdots$	$\omega_{\Lambda_0}\ 4^{-2(a+\frac{l}{4})}\cdots$
P15. l. 1	$\widetilde{W} = \{\cdots\cdots\}$	$\widetilde{W} = \{\cdots\cdots \ \varphi_0' \neq 0\}$
l. 5	$\dfrac{\widetilde{\pi}_*(\omega_{\Lambda_2})\ ds'}{c(s')} \Big/ ds'$	$\dfrac{\widetilde{\pi}_*(\omega_{\Lambda_2}) \wedge ds'}{c(s')} \Big/ ds'$
l. 11	$d\xi \wedge \eta \wedge ds' / c(s')\ ds'$	$d\xi \wedge \eta \wedge ds' / c(s') / ds'$
P.17. F.B. l. 2	$\left(-\dfrac{\sin\pi(l(s)+a)}{(l(s)+a)}\right)$	$\left(-\dfrac{\sin\pi(l(s)+a)}{\pi}\right)$

P47. P.48. P49. の W の $\{\cdots\cdots\}$ に $f(x) \neq 0$, $(f(y) \neq 0)$ を書き込む。