

Euler の関数 $\phi(n)$ についての *an unsolved problem*

岡山大塚 内山三郎

D. H. Lehmer (2) は合成数 n で $n-1 \equiv 0 \pmod{\phi(n)}$ なるものがあるかという問題を提出し、そのような n が若し存在すれば n は奇数で squarefree かつ $v(n) \geq 7$ でなければならぬことを示し ($v(n)$ は n に含まれる相異なる素因数の個数),

F. Schuh (3) はこれを $v(n) \geq 11$ にした。

この Lehmer の問題に關して, とくに

$$n-1 = 2\phi(n)$$

が不可能であることだけでも証明できないものであろうか?

Lehmer の問題は P. Erdős (1) も (困難な) 問題として述べている。

(附記) Jordan の totient function $\phi_r(n)$ ($r \geq 2$) についても同様の問題が考えられるが, これは trivial である。

文献

- [1] P. Erdős: On the converse of Fermat's theorem. Amer. Math. Monthly, 56(1949), 623-624.
- [2] D. H. Lehmer: On Euler's totient function. Bull. Amer. Math. Soc., 38(1932), 745-751.
- [3] Fred Schuh: Can $n - 1$ be divisible by $\phi(n)$ when n is composite? Mathematica, Zutphen. B. 12(1944), 102-107. (Dutch) MR 7(1946), 413