

## 音声情報系のモデル

徳島大学 工学部 情報工学科  
赤松 則男

### 1. 音声伝送系の数学的モデル

音声研究の歴史は古いが、現象があまりに複雑なためにほとんどが実験的であり、数学的には明らかでない部分も多い。筆者は音声発生系をダイナミカル システムとして捕えようと試みているが、完全に全ての面を考慮したモデリングをすることは極めて困難である。ここでは音声発生系を単純な非線形系でモデル化し、位相空間で議論する為の基礎的手法について述べる。

音声波は声門によって解放された空気の周期的なかたまりが、音響的な空洞である声道の中で振動する結果であると考えられる。<sup>[1]</sup> 特に母音は声道の固有振動数で持続する振動であることから、声道は自励振動系であり、声門からの入力信号に引き込まれた同期現象が起っている。従って音声波の発生機構は本質的に非線形系であるが、今まではほと

んびが線形モデルで近似され、線形予測法等<sup>[2]</sup>により解析されている。この理由は音声のような複雑な信号を発生する系に対して非線形のモデルを適用しようとしても、明らかでない点が多くて取り扱いが困難になるからである。しかし母音の周期性を線形理論で説明する事には無理があるので、ここでは出来るだけ簡単な非線形モデルで音声発生系の概略を調べる。

声道内の音声伝送系を図1に示す基本構成要素の連続接続によりモデル化する。ここに  $N_n$  は非線形抵抗素子を表す。又、回路内にはエネルギー損失を表わす抵抗  $R_n$  がある為、連続接続の段数が多くなると波動が減衰するので、高入力インピーダンスのバッファアンプ  $\mu_n$  を各段に接続する。仮に  $\mu_n$  を取り除いて基本構成要素間の相互結合を許すと、モデルがあまりに複雑化しすぎて、個々の基本構成要素の系全体に対する貢献度を把握することが困難になる。従って、ホルマントの出方がわかりにくくなり、このモデル

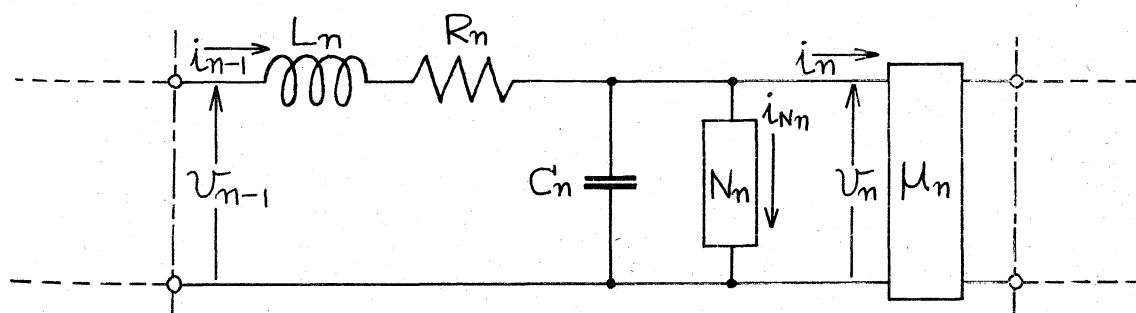


図1 音声伝送系の非線形モデル

による音声合成は事実上不可能になる。

図1の基本構成要素の1セクションに対する回路方程式として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} C_n \frac{dV_n}{dt} + i_{Nn} &= i_{n-1} - i_n \\ L_n \frac{di_{n-1}}{dt} + R_n i_{n-1} &= V_{n-1} - V_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(n=1, 2, \dots, M)

ここに  $i_{Nn}$  は非線形抵抗素子  $N_n$  を流れる電流であり、一般的に電圧  $V_n$  の多項式として、次式で表わされる。

$$i_{Nn} = f_n(V_n) = \sum_{i=0}^m a_{ni} V_n^i \quad (2)$$

バッファアンプ  $\mu_n$  の入力インピーダンスは充分高いとすると、 $i_n$  がほとんど流入しなくなり、(1)式と(2)式から

$$L_n C_n \frac{d^2 V_n}{dt^2} + [R_n C_n + L_n \frac{df_n(V_n)}{dV_n}] \frac{dV_n}{dt} + V_n + R_n f_n(V_n) = V_{n-1} \quad (3)$$

ここでは非線形系に特有な同期現象を考察するのに充分なモデリングをするので、非線形抵抗素子の特性を次式で表す。

$$i_{Nn} = a_{n1} V_n + a_{n3} V_n^3 \quad (4)$$

$N_n$  としてエサキ・ダイオード等の負性抵抗素子を用いる場合は  $a_{n1} < 0$  ,  $a_{n3} > 0$  となる。

(4)式を(3)式に代入して変数変換を行うと、基本構成要素の出力電圧には次の微分方程式の  $x_n$  が対応する。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} - \mu(1-x_n^2) \frac{dx_n}{dt} + c_1 x_n + c_3 x_n^3 = x_{n-1} \quad (5)$$

多数の基本構成要素が連続接続している場合には、各段への入力信号  $x_{n-1}$  は相当複雑な波形となることがある。ここでは主として母音の定常性に着目するので、各基本構成要素への入力信号  $x_{n-1}(t)$  は周期  $L$  を持つ周期信号である。従って  $x_{n-1}(t)$  は次のフーリエ級数で表わされる。

$$x_{n-1}(t) = B_0 + \sum_{i=1}^{\ell} [B_{2i-1} \sin i\omega t + B_{2i} \cos i\omega t] \quad (6)$$

基本構成要素への入力信号を唯一個の周波数成分に限定せずに複数の周波数を取り扱うならば、系全体に周期振動が起る場合を統一的に考察することができる。特に、基本構成要素の入出力関係が判明すればホルマントの形成過程が明確になる。

2. 非線形系のガレルキン近似解とダイナミカルシステム  
 簡略化のために、(5)式に於いて  $x_{n-1}(t)$  を  $E(t)$ 、 $x_n(t)$  を  $x(t)$  とそれぞれ書き改めて、相変数標準系で表わすと次式になる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= X(x, y) + E(t) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $X(x, y)$  は  $x$  と  $y$  の非線形関数である。最初にかレルキン法を適用する爲に(7)式の周期解  $x(t)$  および

$y(t)$  をそれぞれ次の三角多項式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_m(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^m [a_{2n-1} \sin n\nu t + a_{2n} \cos n\nu t] \\ \bar{y}_m(t) &= b_0 + \sum_{n=1}^m [b_{2n-1} \sin n\nu t + b_{2n} \cos n\nu t] \end{aligned} \right\} (8)$$

ここに  $(a_0, a_1, \dots, a_{2m}), (b_0, b_1, \dots, b_{2m})$  は未知の係数であり,  $m \geq l$  とする。(8)式の未知の係数を決定する為(8)式を(7)式に代入して,  $\sin n\nu t$  と  $\cos n\nu t$  の各係数を比較して,

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= 0 \\ b_{2n-1} + n\nu a_{2n} &= 0 \\ b_{2n} - n\nu a_{2n-1} &= 0 \quad (n=1, 2, \dots, m) \end{aligned} \right\} (9)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{L} \int_0^L x [\bar{x}_m(s), \bar{y}_m(s)] ds + B_0 &= 0 \\ \frac{2}{L} \int_0^L x [\bar{x}_m(s), \bar{y}_m(s)] \sin n\nu s ds + n\nu b_{2n} + B_{2n-1} &= 0 \\ \frac{2}{L} \int_0^L x [\bar{x}_m(s), \bar{y}_m(s)] \cos n\nu s ds - n\nu b_{2n-1} + B_{2n} &= 0 \end{aligned} \right\} (10)$$

$(n=1, 2, \dots, m)$

ただし,

$$B_{2n-1} = B_{2n} = 0 \quad (n=l+1, l+2, \dots, m)$$

とする。(9)式と(10)式を連立して解き, (8)式の各係数が決れば, 三角多項式(8)は(7)式の  $m$  位のかレルキン近似

解と呼ばれる。(9)式と(10)式を整理して、積分と台形公式により実行すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} X[\bar{x}_m(s_i), \bar{y}_m(s_i)] + B_0 &= 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{2N} X[\bar{x}_m(s_i), \bar{y}_m(s_i)] \sin n \nu s_i + n^2 \nu^2 a_{2n-1} + B_{2n-1} &= 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{2N} X[\bar{x}_m(s_i), \bar{y}_m(s_i)] \cos n \nu s_i + n^2 \nu^2 a_{2n} + B_{2n} &= 0 \end{aligned} \right\} (11)$$

( $n=1, 2, \dots, m$ )

ただし、

$$B_{2n-1} = B_{2n} = 0 \quad (n=l+1, l+2, \dots, m)$$

$$s_i = \frac{i-1}{2N} L$$

$$N \geq m+1 \quad (i=1, 2, \dots, 2N)$$

である。(11)式は $(2m+1)$ 個の変数を含む連立方程式であり、ガレルキン近似解は(11)式を解くと決定されるので、(11)式を決定方程式と呼ぶ。

### 3. 力学系の定義

方程式(7)の解を幾何学的に考察する為に力学系(dynamical system)を導入する。 $x-y$ 相平面を $\mathbb{R}^2$ とし、 $\Phi: \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ を $\mathbb{R}^2$ 上の力学系とする。ただし $\mathbb{Z}$ は整数とする。同相写像 $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ に対して、 $\Phi(n, P) = T^n(P)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $P \in \mathbb{R}^2$ とおき、 $T$ で生成される力学系を定義する。 $T$ はポアンカレ変換(Poincaré mapping)と呼ばれる。具体的には(7)式の解を用いて

変換の規則を以下のように定める。 すなわち  $t=0$  のとき、 $\mathbb{R}^2$  上の任意の点  $P_0(x_0, y_0)$  を通る (7) 式の解を  $[x(x_0, y_0, t), y(x_0, y_0, t)]$  とする。 ここで  $x_n = x(x_0, y_0, nL)$ ,  $y_n = y(x_0, y_0, nL)$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) とおけば、 $P_0(x_0, y_0)$  点から  $P_n(x_n, y_n)$  点への変換  $P_n = T^n P_0$  が定義される。 次に、 $\mathbb{R}^2$  上の任意の二点  $P(x_p, y_p)$  と  $Q(x_q, y_q)$  に対して、ノルムをユークリッドの距離とする。 すなわち、ノルムを

$$\|P - Q\| = \{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2\}^{1/2}$$

と表わす。 このとき、 $P \in \mathbb{R}^2$  として、

$$\|TP - P\| = 0 \quad (12)$$

となれば、点  $P$  を不動点 (fixed point) と言う。 さらに、 $Q \in \mathbb{R}^2$ ,  $m \in \mathbb{Z}$  として、

$$\|T^i Q - Q\| \neq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m-1)$$

であり、 $\|T^m Q - Q\| = 0$  ならば、点  $Q$  を周期点 (periodic point) と言う。 これらの不動点、周期点は次の 4 種類に分けられる。

(1) 完全安定不動点を  $S$  で表わし、 $S$  点の近傍を  $V(S)$

とすれば、点  $\Delta \in V(S)$  に対して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|T^n \Delta - S\| = 0 \quad (13)$$

である。

- (2) 完全不安定不動点を  $U$  で表わし,  $U$  点の近傍を  $V(U)$  とすれば, 点  $u \in V(U)$  に対して,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|T^{-n}u - U\| = 0 \quad (14)$$

である。

- (3) 正不安定不動点を  $D$  で表わすと,

$$\text{安定多様体: } W^s(D) = \left\{ P \in \mathbb{R}^2 : \lim_{n \rightarrow \infty} \|T^n P - D\| = 0 \right\}$$

$$\text{不安定多様体: } W^u(D) = \left\{ P \in \mathbb{R}^2 : \lim_{n \rightarrow \infty} \|T^{-n} P - D\| = 0 \right\}$$

がそれぞれ  $D$  点に連結する。

- (4) 逆不安定不動点を  $I$  で表わすと,

$$\text{安定多様体: } W^s(I) = \left\{ P \in \mathbb{R}^2 : \lim_{n \rightarrow \infty} \|T^{2n} P - I\| = 0 \right\}$$

$$\text{不安定多様体: } W^u(I) = \left\{ P \in \mathbb{R}^2 : \lim_{n \rightarrow \infty} \|T^{-2n} P - I\| = 0 \right\}$$

完全安定不動点 (又は完全不安定不動点) を求めるには, (13)式 (又は(14)式) の性質を利用する。低位のガレリキン近似解によって決まる概略の不動点に正変換  $T$  (又は逆変換  $T^{-1}$ ) を繰り返して施すと  $S$  点 (又は  $U$  点) に収束させることができる。しかし, 正不安定不動点 ( $D$ ) および逆不安定不動点 ( $I$ ) を求める場合に, 正および逆変換を単調に繰り返しても  $D$  点や  $I$  点に収束する点列は得られない。従って, 次に  $D$  点および  $I$  点を探索する方法を示す。



#### 4. 幾何学的方法による不安定点の探索

非線形系(7)に高調波成分を含んだ波形を入力されると、系には相当複雑な現象が起ると予想される。従って位相面上には多くの不変集合が発生するので、それらの相互関係を大域的に解明する必要がある。この為には、D形とI形の不動点および周期点の位置を正確に決定し、さらにそれらの点を通る多様体  $W^s(D)$  と  $W^u(D)$  又は  $W^s(I)$  と  $W^u(I)$  を求めなければならない。幾何学的手法を適用する為に、ガレルキン近似解を用いて正不安定不動点への初期点を求める。 $\mathbb{R}^2$  上にある不動点の近似的な位置  $P_0(x_0, y_0)$  は、 $m$  位ガレルキン近似解(8)を用いて次式で表わされる。

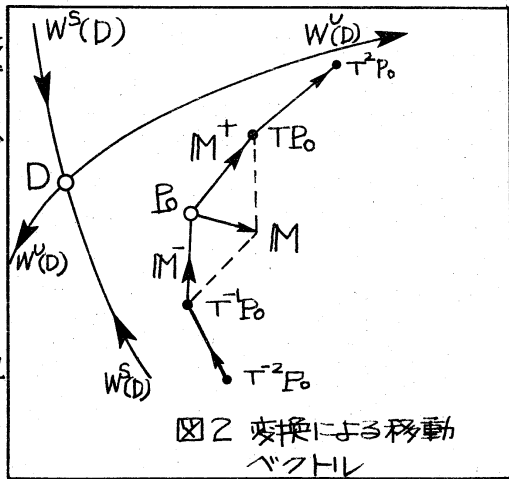
$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \bar{x}_m(0) = \sum_{n=0}^m a_{2n} \\ y_0 &= \bar{y}_m(0) = \sum_{n=0}^m b_{2n} = \sum_{n=1}^m n \nu a_{2n-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15)式を用いて不動点の座標  $(x_0, y_0)$  を正確に決定するには、 $m$  を充分大きくして、高位のガレルキン近似解を求めなければならない。しかし  $m$  を大きくして数値計算をすると、時間とメモリーを多く必要とし、実用的でない。ここでは低位のガレルキン近似解を用いて、(15)式により不動点の近似的な位置  $P_0(x_0, y_0)$  を定める。最初に、 $P_0$  点を出発点として、D点の正確な位置を探索する方法を記述する。 $P_0$

点  $P_0$  が  $D$  点の近くにあり、 $D$  点に一致していないならば、 $P_0$  点に変換を繰り返して施すと、その像は鞍状 (saddle) の動きをする。すなわち  $U(D)$  を  $D$  点の近傍とすれば、 $n$  を充分大きくして、 $T^n P_0 \notin U(D)$  でありかつ、 $T^{-n} P_0 \notin U(D)$  とすることができる。従って、 $P_0$  点に正変換  $T$  又は逆変換  $T^{-1}$  をただ単に繰り返して適用するだけでは  $D$  点へ収束させる点列を得ることは出来ない。ここでは人工知能の問題解決法<sup>[5]</sup> で用いられているヒューリスティックな評価関数を応用して、近似的な不動点  $P_0$  から真の不動点へ収束する点列を発見する手法を記述する。

$P_0$  点に正変換を施すとその像は  $T P_0$  点へ移る。そこで  $P_0$  点を始点とし、 $T P_0$  点を終点とするベクトルを  $P_0$  点の正変換による移動ベクトル  $M^+$  と呼ぶ。一方  $P_0$  点に逆変換を施すとその像は  $T^{-1} P_0$  点へ移る。従って  $P_0$  点を始点とし、 $T^{-1} P_0$  点を終点とするベクトルを  $P_0$  点の逆変換による移動ベクトル  $M^-$  と呼ぶ。ところで、 $P_0$  点は  $D$  点の近傍にあるので、

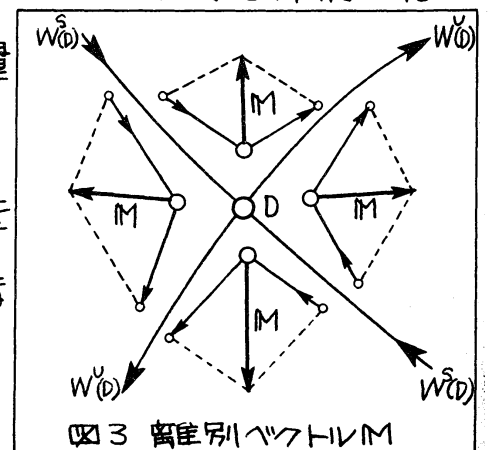
図2に示すように正変換を繰り返して施すと、その像は不安定多様体  $W^u(D)$  に近付き、それに沿って完全安定な集合へ接近する。同様に  $P_0$  点に逆変換を繰り返して施



すと、その像は安定多様体  $W^s(D)$  に近ずき、それに沿って完全不安定な集合へ接近するか、無限遠点へ発散する。従って  $M^+$  および  $M^-$  はそれぞれ  $D$  点から  $W^u(D)$  および  $W^s(D)$  方向へ離別するベクトルである。  $D$  点の近傍にある点は  $D$  点から離れる方向に  $M^+$  と  $M^-$  の成分を有するので、これらの移動ベクトルの和を求める。 すなわち  $M = M^+ + M^-$  とすれば、図3のように  $D$  点の近傍内にある点においては  $D$  点の反対側へ向くので、これを離別ベクトルと呼ぶ。 特に  $D$  点是不動点であるので、(12)式により、

$$M^+ = M^- = 0$$

となり、離別ベクトルは零ベクトルとなる。  $N = -M$  とすれば  $D$  点の方へ向くベクトルを構成することができるので、 $N$  を接近ベクトルと呼ぶ。 従って、接近ベクトル  $N$  の方向に移動して、その点において再び接近ベクトルを  $P_0$  点の場合と同様の手法で作る。 この操作を繰り返すならば、 $D$  点へ収束する点列が得られる。 しかし効果的な探索を行う為には、 $N$  方向への最適な移動量を求める必要がある。 ここでは、接近ベクトル  $N$  方向への移動量を求める為、ヒューリスティックな評価関数 (heuristic evaluation



function )  $f(d)$  を導入する。ここで,  $P_1$  点を  $N$  方向にとり,  $d = \|P_0 - P_1\|$  として,

$$f(d) = \|TP_1 - P_1\| + \|T^{-1}P_1 - P_1\|$$

とする。関数  $f(d)$  は次の性質を有する。

(I)  $P_1 = D$  ならば,  $\hat{d} = \|P_0 - D\|$  として,

$$\|TD - D\| = \|T^{-1}D - D\| = 0$$

であるので,  $f(\hat{d}) = 0$  となる。

(II)  $P_1$  点を接近ベクトル方向にある任意の点とすれば,  $f(d)$  は  $d$  の一価連続関数であり,  $f(d) \geq 0$  となる。

(III)  $D$  点が他の不動点, 周期点から孤立しており, しかも  $P_0$  点が充分  $D$  点に接近しているならば,  $f'(0) \leq 0$  となる。

(IV)  $P_1$  点が  $D$  点および他の不動点, 周期点から充分に離れていると,  $P_0$  は  $D$  点の近傍にあるので, 充分大きな  $\hat{d} (= \|P_0 - P_1\|)$  に対して,  $f'(\hat{d}) > 0$  となる。

以上の性質を利用して  $f(d)$  の最小値  $\min_{d \geq 0} f(d)$

を求める為的一次元探索法を適用する。  $P_0$  点から接近ベクトル  $N$  の方向へ引いた半直線上に次の方法に従って  $W$  点をとる。すなわち,  $\bar{d} = \|P_0 - W\|$  として,  $f(\bar{d})$  を  $f(d)$  に近い値をとり, しかも出来るだけ  $P_0$  点に近いように,

W点をとる。ガリルキニ近似解が良ければ、 $P_0$  点はD点に近いので、 $f(d)$ の性質から  $[P_0, W]$  を探索区間とする。ここでは、探索区間内で  $f(d)$ の最小値を求める為、関数  $f(d)$  に次の  $n$ 次多項式をあてはめる。

$$f(d) \approx f_n(d) = \sum_{i=0}^n a_i d^i \quad (16)$$

ここに、係数  $a_i$  は標本点における関数値で決まる定数である。(n+1)個の標本点  $d_j$  ( $j=0, 1, 2, \dots, n$ ) を  $0 = d_0 < d_1 < d_2 < \dots < d_n = \bar{d}$  として、これらの点を(16)式に代入すれば、

$$\sum_{i=0}^n a_i d_j^i = f(d_j) \quad (17)$$

$(j=0, 1, 2, \dots, n)$

となる。(17)式は  $a_i$  を未知数とする連立方程式であり、その係数はファンデルモンドの行列式を作る。(17)式を  $a_i$  に関して解くと関数  $f_n(d)$  は次式で与えられる。

$$f_n(d) = \sum_{j=0}^n [F_n(d) \cdot f(d_j)] / [(d-d_j) F_n'(d_j)] \quad (18)$$

ただし、 $F_n(d) = \prod_{i=0}^n (d-d_i)$  である。

探索区間内で関数  $f_n(d)$  が最小値  $f_n(\bar{d})$  を持つとする。数値計算には、 $n=3$  として標本点を等間隔に選んで極小点を求めると、

$$\tilde{d} = \frac{\{3f_3(0) - 4f_3(\bar{d}/2) + f_3(\bar{d})\} \cdot \bar{d}}{\{4f_3(0) - 8f_3(\bar{d}/2) + 4f_3(\bar{d})\}} \quad (19)$$

で与えられる。 $\tilde{d}$ が決定されると、接近ベクトル  $N$  の方向へ  $P_0$  点から距離  $\tilde{d}$  だけ進んだ次の修正点を  $P_1$  とする。次に  $P_1$  点において、正変換と逆変換を用いて接近ベクトルを作り、 $P_0$  点の場合と同様の一次元探索法を適用すれば、 $P_2$  点が得られる。この手法を繰り返し適用して、点列  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  を構成することができる。これらの各点における評価関数  $f(d)$  は単調に減少するので、正不安定不動点へ収束する点列を得ることができる。

不動点が逆不安定形である場合には、不動点の近傍にある点の変換による動きから、正不安定形の場合とは逆のベクトルを作る必要がある。すなわち、正不安定不動点の探索の際に正変換と逆変換により構成されたベクトル  $M (= M^+ + M^-)$  が逆不安定点への探索の場合は接近ベクトルとなる。従って、接近ベクトル  $M$  の方向へ  $D$  点の場合と同様な一次元探索法を試みると、逆不安定不動点  $E$  を求めることができる。

5. 数値例 — 第2高調波を含む周期信号を入力した場合  
複数の周波数成分を含む入力がある場合として、基本

構成要素へ基本波と第2高調波が加えられた場合を考察する。この周期的歪波により誘発される複数個の共振現象およびそれらの相互関係を考察する為、系の減衰効果を比較的小さくして、(5)式において  $\mu=0.2$ ,  $C_1=C_3=0.4$  とする。系への入力  $E(t)$  は(6)式で表わされる調波成分を有するが、簡単のために、 $B_0=0.4$ ,  $B=10B_2=B_4$ ,  $B_{2n-1}=0$  ( $n=1, 2, \dots, \ell$ ),  $B_{2n}=0$  ( $n=3, 4, \dots, \ell$ ) とする。(5)式は歪波外力を有する強非線形系であるので、その波形は相当高次の高調波成分まで含まれていると予想される。最初は解の概略を知る為、次式で表わされる低位のガレルキン近似解を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_2(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^2 [a_{2n-1} \sin n\omega t + a_{2n} \cos n\omega t] \\ \bar{y}_2(t) &= b_0 + \sum_{n=1}^2 [b_{2n-1} \sin n\omega t + b_{2n} \cos n\omega t] \end{aligned} \right\} (20)$$

(20)式の未知の係数は決定方程式(11)を解くことにより決まる。(5)式の外力の振幅を充分大きくすると、複数個の周波数成分のうちの一つに共振して、他の周波数成分は抑圧されるので比較的単調な共振曲線になる。ここでは複数個の共振現象が起るように、 $B=5$  として(11)式を解いて、図4に示す周波数応答曲線を得る。同図に太線で示した振幅  $r_1 (=a_1^2 + a_2^2)$  および細線で示した振幅  $r_2 (=a_3^2 + a_4^2)$  は

共振点付近で二重にまわり込み複数個の共振現象が混在している。図4の振幅特性は周波数 $\nu$ の多価関数であるので、近似解と実在の系に発生する振動との対応関係を明らかにする必要がある。従って、図4に示す低位のガレルキン近似解から出発して、前述の幾何学的手法により位相面上の不動点を探索する。図4に表われる多重共振現象を解明する為に、最も多くの不動点が位相面上に表われる場合として、 $\nu=1.45$  とする。このとき、(20)式の係数を定める決定方程式は7組の解を有する。各々の振幅に対応する7組の解 $(a_0, a_1, \dots, a_4)$ の詳細な値を表1に示す。

不動点の幾何学的探索法の実例として、図4の $\nu$ 曲線上にある'D'を求める場合を示す。不動点の近似的な位置 $P_0(x_0, y_0)$ は表1に示した決定方程式の解を(15)式に代入して、

$$x_0 = \sum_{n=0}^2 a_{2n} = -2.016$$

$$y_0 = \sum_{n=1}^2 n \nu a_{2n-1} = 2.187$$

となる。この方法で求めた不動点の近似的な位置を表1に示す。次に、近似点 $P_0$ に正変換 $T$ と逆変換 $T^{-1}$ を施して、図2に示した離別ベクトル $M$ を構成する。さらに $M$ の逆方向へ向けて接近ベクトル $N (= -M)$ を作る。 $P_0$ 点



から  $N$  方向へ距離  $d$  だけ進んだ点におけるヒューリスティックな評価関数  $f(d)$  を計算すると、図5の実線になる。関数  $f(d)$  の極小点を探索する為には前述の二次曲線あてはめ法を適用する。  $P_0$  点に於いて  $f(0) = 1.382$  であるので、探索区間を少し広くみつめて、図5に示すように  $[0, 0.24]$  とする。この場合の近似曲線を図5の破線で示す。探索区間内で破線の極小値は(19)式により、 $\tilde{\alpha} = 0.123$  となる。ところで図5より明らかのように、実線の極小点と破線の極小点は一致しないが、実際には繰り返し計算を行うと、次第にその差を減少させることができる。  $P_0$  点から接近ベクトル  $N$  の方向へ  $\tilde{\alpha} (= 0.123)$  だけ進んだ点を  $P_1$  点として、  $P_0$  点に適用した方法と同様の操作を今度は  $P_1$  点に適用する。この手法を繰り返すことにより、単調に正不安定形の真の不動点へ収束する点列を構成することができる。この方法により求めた不動点の座標を表1の  $P(x, y)$  として示す。解として低位のカレルキン近似を採用したので、近似的な不動点の位置  $P_0(x_0, y_0)$  と真の不動点の位置  $P(x, y)$  の間には相当の誤差がある。しかしこの差は幾何学的手法により完全に修正することができた。図4の曲線上に於いて  $\nu = 1.45$  には3個の完全安定不動点  ${}^i S^1$  ( $i = 1, 2, 3$ )、3個の正不安定不動点  ${}^i D^1$

( $j=1, 2, 3$ ) および完全不安定不動点  $U^1$  がある。図の曲線上にこれらの不動点の種類を示し、図6の位相面上に正確な位置を示す。さらに、位相面上で系の大域的動作を考察する為、正不安定不動点  $^1D^1$  に入出入りする安定多様体  $W^s(D)$  および、不安定多様体  $W^u(D)$  を求め、図6にそれぞれを太線と細線を示す。同図に於いて、 $^1D^1$  点から出る  $W^u(D)$  の一方は単調に  $^1S^1$  点へ収束するが、他の  $W^u(D)$  は  $^2D^1$  点へ入る  $W^s(D)$  と交わり、二重漸近構造が起る。同様に、 $^2D^1$  点から出る  $W^u(D)$  の一方も  $^1D^1$  点へ入る  $W^s(D)$  と交わって二重漸近構造になる。D点に接続しているこれ以外の  $W^u(D)$  は  $W^s(D)$  と交わることなく、安定不動点に収束する。

次に系のパラメータを変化するとき、図6に示した不動点が消滅する過程を調べる。図4の応答曲線  $\eta_1$  および  $\eta_2$  に沿って  $\nu$  を減少すると、 $^1S^1$  点と  $^2D^1$  点は互に接近し、 $\nu=1.4$  付近で合体する。従って、 $\nu=1.4$  以下にすると、2個の不動点は位相面上から消える。この場合の代表例として、 $\nu=1.35$  とした位相面図を図7に示す。図6に於いては完全安定不動点であった  $^3S^1$  点は  $\nu$  の減少にともなって次第に安定性を失い、 $\nu=1.403$  付近で逆不安定不動点  $I^1$  に変化する。従って、図7には  $I^1$  点が表示され、 $^1D^1$  点から

上方へ向う  $W^U(D)$  は時間の経過とともに、 $E^1$  点へ向うが、安定点が存在しないので、 $E^1$  点の周囲を彷徨して、系には非周期振動が発生する。図4の  $\Gamma$  および  $\Gamma_2$  曲線によって更に  $\nu$  を減少すると、 $U^1$  点に対応する振幅は大きくなり、 ${}^2D^1$  点に対応する振幅は小さくなる。 $\nu=1.297$  付近で両者は一致する。位相面上には、前回と同様に図7の  ${}^2D^1$  点と  $U^1$  は  $\nu$  の減少とともに互に接近して、終には合体した後消滅する。この場合の代表例として、 $\nu=1.28$  とした位相面図を図8に示す。 $E^1$  点付近には、依然として非周期振動に対応する不変集合が存在する。この不変集合は  $E^1$  点付近で広範囲に散在しており、 $D^1$  点から  $E^1$  点へ向う不変曲線は複雑に回り込みながら  $E^1$  点付近で彷徨する。さらに  $\nu$  を減少すると、図8の  $S^1$  点と  $D^1$  点は互に接近して、終には両者が合体して次に消滅する。従って位相面上には  $E^1$  点のみが残り、系には初期値のいかんにかかわらず、非周期振動が起る。<sup>[4]</sup>

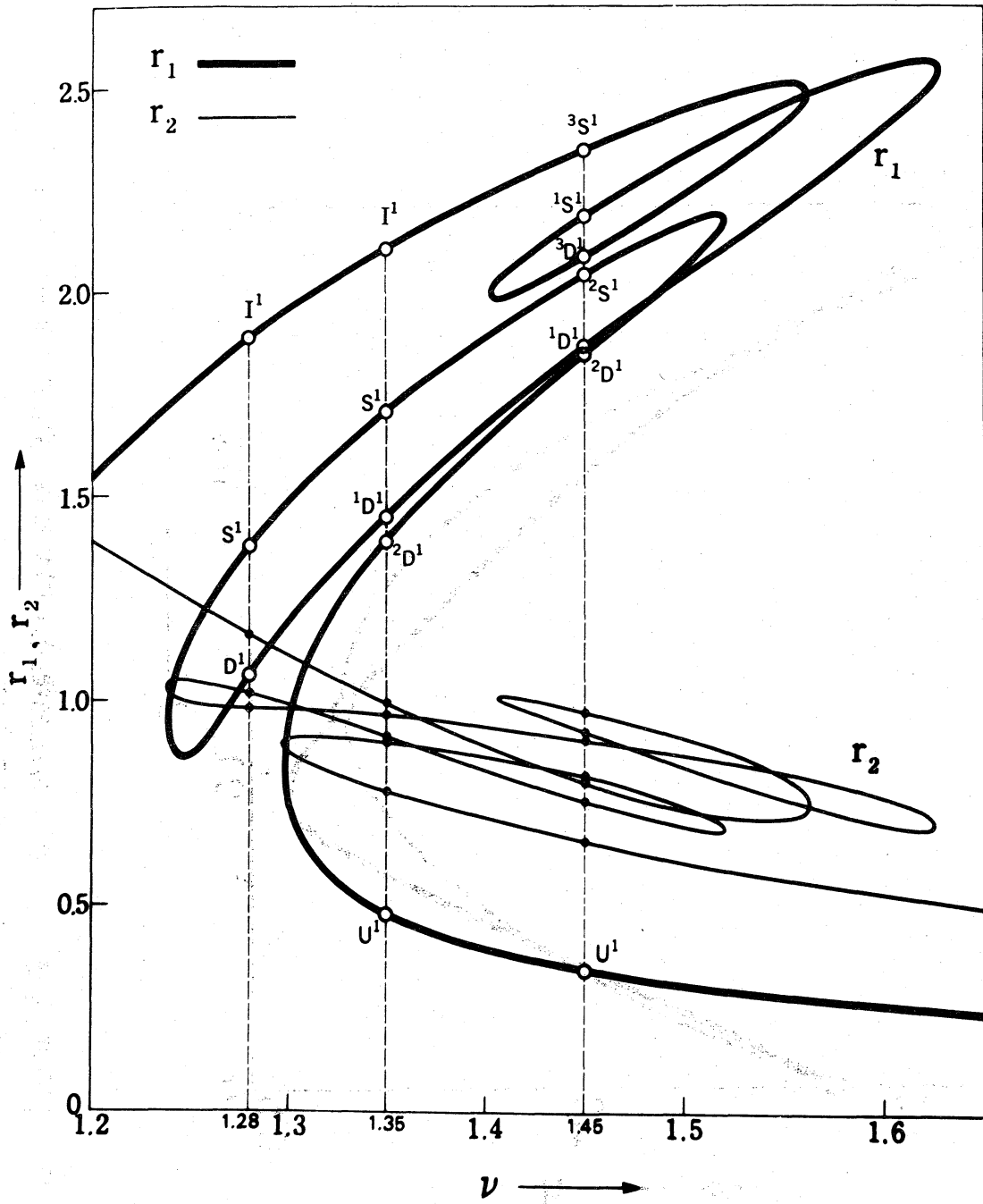


図4 (7)式の周期解の応答曲線 (B=5.0)

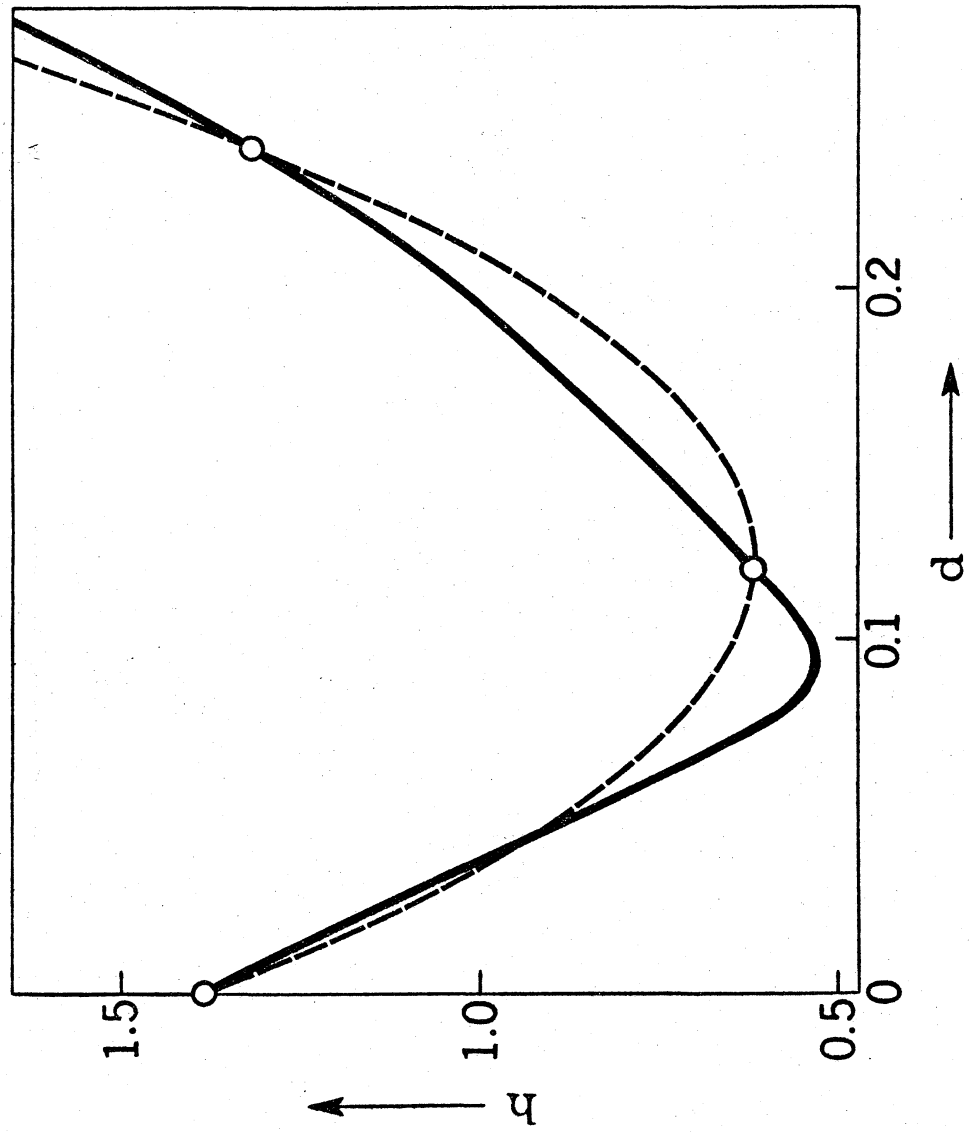


図5 評価関数  $f(d)$  の二次曲線あてはめと実測値 (図4のD'点)  
 $x_0 = -2.016$ ,  $y_0 = 2.187$

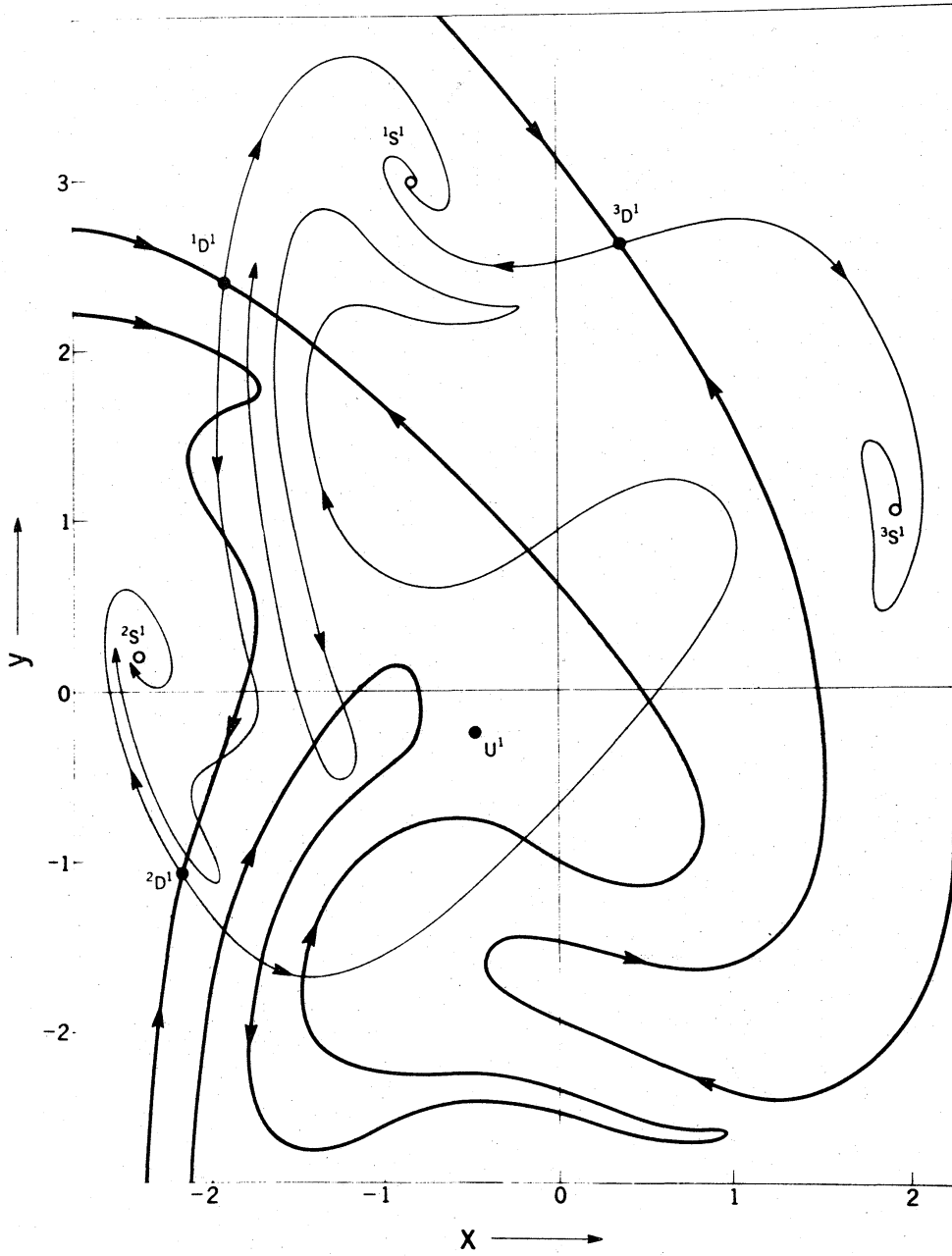


図6 (7)式に表われる不動点と不変曲線 ( $B=5.0, \nu=1.45$ )

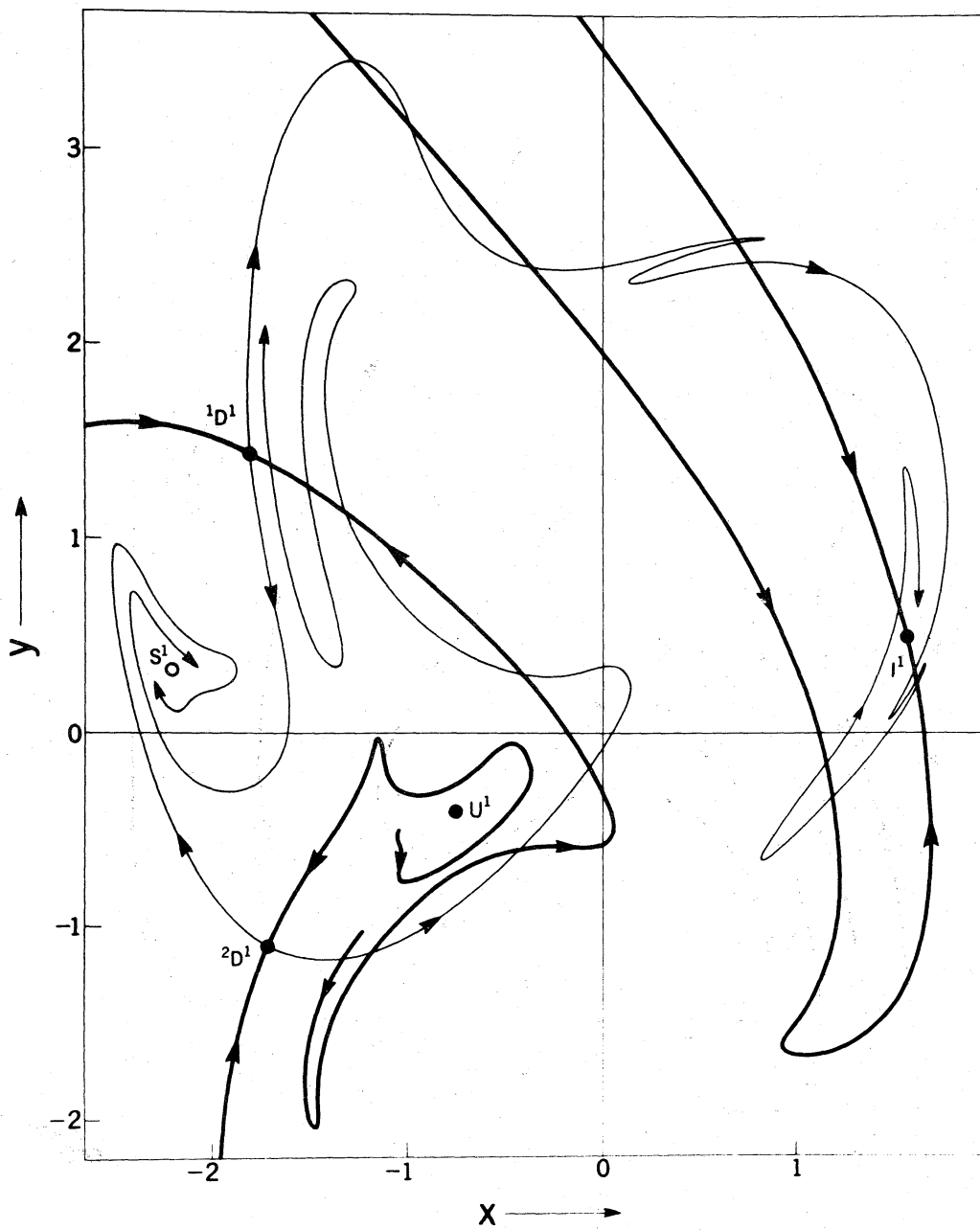


図 7 (17)式に表われる不動点と不変曲線 ( $B=5.0, \nu=1.35$ )

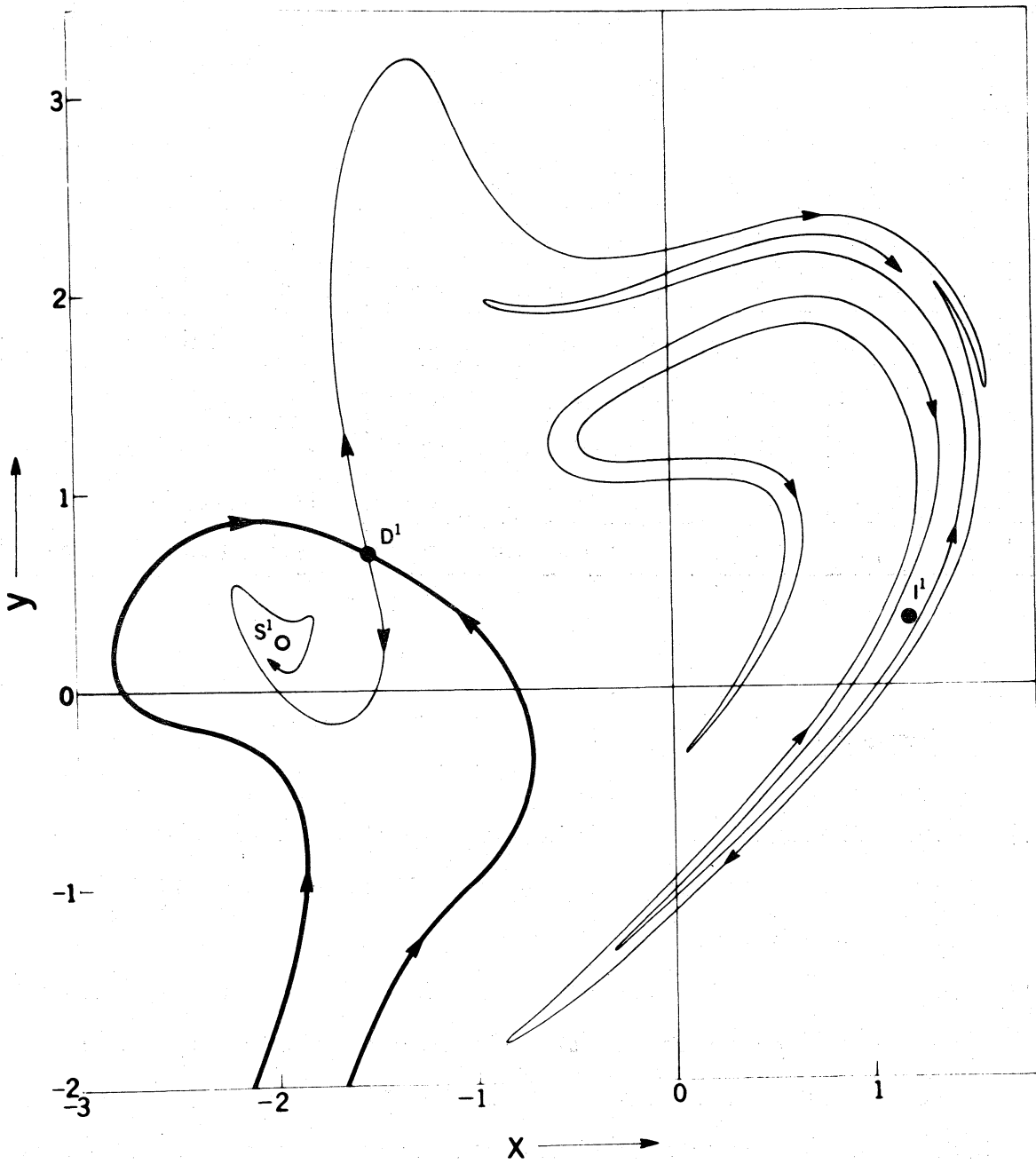


図8 (17)式に表われる不動点と不変曲線 ( $B=5.0, \nu=1.28$ )



表1 (11)式の解と図6に表われる不動点 ( $B=5.0, \nu=1.45$ )

不動点	$r_1$	$r_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$x_0$	$y_0$	$x$	$y$
$1_S^1$	2.181	0.929	-0.223	2.131	0.464	0.070	-0.927	-0.686	3.294	-0.844	2.976
$2_S^1$	2.049	0.761	0.402	-0.139	-2.044	0.053	-0.759	-2.401	-0.049	-2.421	0.199
$3_S^1$	2.350	0.806	0.393	0.243	2.338	0.141	-0.794	1.937	0.762	1.925	1.018
$1_D^1$	1.863	0.903	0.108	1.406	-1.222	0.051	-0.902	-2.016	2.187	-1.927	2.385
$2_D^1$	1.855	0.810	0.214	-1.006	-1.558	0.131	-0.800	-2.144	-1.079	-2.174	-1.075
$3_D^1$	2.086	0.968	-0.031	1.663	1.260	0.136	-0.959	0.271	2.806	0.366	2.593
$U^1$	0.344	0.660	0.503	-0.105	-0.328	-0.029	-0.660	-0.484	-0.235	-0.473	-0.243

## [文献]

- [1] J. L. Flanagan and L. L. Landgraf: "Self-oscillating source for vocal-tract synthesizers," IEEE Trans., vol. AU-16, p. 57 (March 1968).
- [2] B. S. Atal and S. L. Hanauer: "Speech analysis and synthesis by linear prediction of the speech wave," J. Acoust. Soc. Amer., vol. 50, p. 637, Aug. 1971.
- [3] N. J. Nilsson: "Problem-solving methods in artificial intelligence," McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.
- [4] 上田, 赤松, 林: "非線形常微分方程式の計算機シミュレーションと非周期振動" 電子通信学会論文誌(A), vol. 56-A, No. 4 (昭48.3).