数理解析研究所講究録
第 296 巻 1977 年 154-167

決定性プッシュダウンオートマトンの等価性判定問題についての一結果

東北大 通研 大山口通夫
名大 工 本多波雄

概要　決定性プッシュダウンオートマトン（略してdpda）の等価性判定問題は未解決であるが dpdaのいくつかの部分クラスについて等価性が判定可能であることが知られている.[1~4] Valiant[1]は次の3つのdpdaの部分クラスについて等価性が判定可能であることを示した：(1) nonsingularオートマトンのクラス（N_0），(2) finite-turnオートマトンのクラス，(3) 1-カウンタオートマトンのクラス．著者[4]は 1状態(stateless) dpdaのクラスについて同様の結果を得た．谷口ら[3]は(1)の結果を拡張し，一方がdpdaで他方がnonsingularオートマトンの場合それらの等価性が判定可能であることを示した．本稿においてはクラスN_0を含み実時間空スタック受理式dpdaのクラス（R_0）に含まれるクラス$\overline{N_0}$を定義する．そして一方がdpdaで他方がクラス$\overline{N_0}$に属するオートマトンである場合それらの等価性が判定可能であるという結果を

報告する．

1. 定義

dpda $M=(Q,\Gamma,\Sigma,\Delta,C_s,F)$： Q,ΓとΣはそれぞれ状態$\{q,\cdots\}$，スタック記号$\{A,\cdots\}$と入力記号$\{a,\cdots\}$の有限集合．とくにΓ^*とΣ^*の語をそれぞれωとα，Γ^*とΣ^*の空語をそれぞれΛとεであらわす．コンフィグレーション $C=(q,\omega)$．モードは$Q\times\Gamma$のペアであり入力モードまたはεモードのどちらかである．Δは遷移の集合．$(q,A)\xrightarrow{\pi}(q',\omega)\in\Delta$，但し$\pi\in\Sigma\cup\{\varepsilon\}$，かつ$(q,A)$が入力モードならば各$a\in\Sigma$に対しただ1つの遷移をもち$\pi=\varepsilon$は定義されない，$(q,A)$が$\varepsilon$モードならば$\pi=\varepsilon$のただ1つの遷移をもつ．$M$が$(q,\omega A)\xrightarrow{\pi}(q',\omega\omega')$の動作をするのは$(q,A)\xrightarrow{\pi}(q',\omega')\in\Delta$のときかつそのときだけである．動作の系列$C_0\xrightarrow{\pi_1}C_1\cdots\xrightarrow{\pi_n}C_n$を単に$C_0\xrightarrow{\alpha}C_n$，但し$\alpha=\pi_1\cdots\pi_n$とあらわす．受理モードの集合$F\subseteq Q\times(\Gamma\cup\{\Omega\})$，但し$\Omega$は空スタック．語$\alpha$が$C\in Q\times\Gamma^*$で受理されるのは　ある$C'$が存在して$C\xrightarrow{\alpha}C'$かつ$C'$は$F$に属するモードをもつときと定義する．$C\in Q\times\Gamma^*$で受理される集合を$L(C)$であらわす．$L(C_1)=L(C_2)$のとき$C_1$と$C_2$は等価であるといい，$C_1\equiv C_2$．$M$で受理される語の集合$L(M)$は$L(C_s)$で定義される，但し$C_s$は初期コンフィグレーション．$L(M_1)=L(M_2)$のとき2つの機械$M_1$と$M_2$は等価であるという．

dpdaのクラスをD, εモードをもたないdpdaのクラスをRとする. クラスDとRに対し,空スタック受理式の部分クラスをそれぞれD_0とR_0とする. クラスN_0は以下の条件(b)をみたすD_0の部分クラスとする:(b) ある$m \geq 0$が存在して任意の$w, w' \in \Gamma^*$ $q, q' \in Q$ (但し$|w| > m$)について $L(q, w'w) = L(q', w') \Rightarrow L(q', w') = \phi$. クラス$N_0$に属する機械をnonsingularオートマトンとよぶ.

動作の系列$C_1 \to C_2 \cdots \to C_l$が増加[減少]系列であるのは任意の$i$ ($1 \leq i \leq l-1$)について $|C_i| \leq |C_{i+1}|$ [$|C_i| \geq |C_{i+1}|$]が成立することである,但し $C_i = (q_i, w_i)$のとき $|C_i| = |w_i|$. $C \in Q \times \Gamma^*$がfinite-turnの性質(略してf.t.p.)をもつのは,ある$n \geq 0$が存在して任意の$\alpha \in \Sigma^*$による $C \overset{\alpha}{\Rightarrow} C'$の動作系列が高々$n+1$個の動作系列に区分され,かつ区分された各系列は増加または減少系列のどちらかであるときである. このCはn-f.t.p.をもつとよぶ. クラス$\overline{N_0}$は以下の条件(c)をみたすR_0の部分クラスとする:(c) ある$m_c, n_c \geq 0$が存在して任意の$w, w' \in \Gamma^*$ $q, q' \in Q$ (但し$|w| > m_c$)について $L(q, w'w) = L(q', w') \Rightarrow (q', w')$は$n_c$-f.t.p.をもつ.

2. 結果

定理1. $L(N_0) \subsetneqq L(\overline{N_0}) \subsetneqq L(R_0)$, 但し $L(X) = \{L(M) | M \in X\}$.

$L_1 \notin L(N_0)$かつ$L_1 \in L(\overline{N_0})$の例として $L_1 = \{a^n b c^n | n > 0\} \cup \{a^n d c^{2n} | n > 0\}$, $L_2 \notin L(\overline{N_0})$かつ$L_2 \in L(R_0)$の例として

$L_2 = L_1 \cdot \{L_3 \cdot g\}^* \$$ ，但し $L_3 = \{e^m f^m \mid m > 0\}$，がある．

定理2．クラス$\overline{N_0}$に属する２つのオートマトンの等価性は判定可能である．

定理3．一方がdpdaで他方がクラス$\overline{N_0}$に属するオートマトンの場合それらの等価性は判定可能である．

3．定理２の証明

$M_i = (Q_i, \Gamma_i, \Sigma, \Delta_i, c_{si}, F_i) \in \overline{N_0}$，但し $i=1$ または 2，を与えたとき，M_1とM_2を同時に模倣するdpdaの属を構成することによって等価性テストを与えるのであるが以下の準備を必要とする．（補題3.1）任意の$c_1, c_2 \in Q_1 \times \Gamma_1^* \cup Q_2 \times \Gamma_2^*$と$\alpha \in \Sigma^*$について $c_1 \equiv c_2$，$c_1 \uparrow(\alpha)\, c_1'$（但し$L(c_1') \neq \phi$）かつ $c_2 \xrightarrow{\alpha} c_2'$（但し $|c_2| - |c_2'| = m_c + \rho$）ならば c_2'は n_c-f.t.p. をもつ，ここで $c_1 \uparrow(\alpha)\, c_1'$は任意の$\alpha$のprefix$\alpha_1$について $c_1 \xrightarrow{\alpha_1} c_1''$ならば$|c_1| \leq |c_1''|$であることを示す，$m_c$と$n_c$は M_iが条件(c)をみたす定数m_{ci}とn_{ci}の最大値，そして ρはある定数．∎

（定義3.1）$Q \times \Gamma \times Q \times \Gamma^{(\ell)}$，但し $Q = Q_1 \cup Q_2$，$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ かつ $\Gamma^{(\ell)} = \{\Lambda\} \cup \Gamma \cup \cdots \cup \Gamma^\ell$，上の関数$F_\ell$を以下に定義する：

$F_\ell(q_1, A_1, q_2, \xi_2)$ はもし $L(q_1, w_1 A_1) = L(q_2, w_2 \xi_2)$ かつ $L(q_1, w_1 A_1) \neq \phi$ をみたす $w_1, w_2 \in \Gamma^*$が存在するならばそのようなペア(w_1, w_2)のうち $\max(|w_1|, |w_2|)$の値が最小となる値をとる，存在しないならば定義されない．$\max F_\ell = \max_{\mathrm{dom}(F_\ell)} F_\ell(q_1$

$, A_1, q_2, \xi_2)$ とする．（定義3.2）$k_p \geq 0$ は以下の条件をみたす定数である：$\forall q, q' \in Q, A \in \Gamma \quad (\exists \alpha \in \Sigma^* \quad (q, A) \xrightarrow{\alpha} (q', \Lambda)) \Rightarrow (\exists \beta \in \Sigma^* \quad |\beta| < k_p \wedge \quad (q, A) \xrightarrow{\beta} (q', \Lambda))$.

我々が構成するdpdaの属は m_c と n_c と $\max F(m_c+p)$ を勝手に推量しかつ許されるセグメントの長さ（この値は m_c と n_c と $\max F(m_c+p)$ できまる定数）をもつ機械からなる．その典型的なdpda M' のコンフィグレーションは 1-トラックと 2-トラックに分けられた1個のスタックをもつ．スタックは両方のトラックを占有する"ceiling"とよばれる特別の記号で区分される．トップ以下の各セグメント（トップのceiling以下の各セグメント）において両方のトラックは空でない Γ^* の語をもつ．トップのセグメントにおける各トラックは Q の状態をもつ．ceilingには $\langle (q_1, \xi_1), (q_2, \xi_2) \rangle$ の情報が記憶される，これは以前1-と2-トラックがそれぞれ (q_1, ξ_1) と (q_2, ξ_2) のトップ部分の内容をもっていたことを示す．以上から M' のスタック語が n 個のceilingをもつとき その内容をスタックの底の方から順番に $c_n, \cdots, c_1$ とすると，スタック語は $(S_{n+1}, c_n, S_n, \cdots, c_1, S_1)$ と表現される，但し S_i は i 番目と $i-1$ 番目のceiling間のセグメントの内容．

M' の基本的な演算は両方のトラックにおける M_1 と M_2 のコンフィグレーションに対しそれぞれの遷移を同時に模倣することである．さらに M' は スタックのトップ部分の内容に依存して ε 動作をする．議論の簡単化のため一般性を失うことなく，両方のトラックのコン

フィグレーションは共に受理する入力語をもつ，さらに $(q, A) \xrightarrow{\pi} (q', w) \in \Delta_1 \cup \Delta_2$ ならば $|w| \leq 2$ と仮定する．M′の ε 動作を各トラックのコンフィグレーションに依存して次の3つの場合にわけて記述する：(I) 一方が n_c-f.t.p. をもつまで，(II) 一方が n_c-f.t.p. をもち他方が n_c-f.t.p. をもつまで，(III) 両方が n_c-f.t.p. をもつとき．

M′のスタック語を $(S_{n+1}, C_n, S_n, \cdots, C_1, S_1)$，但し $S_2 = (\gamma_{21}, \gamma_{22})$，$C_1 = \langle (q_1', \xi_1), (q_2', \xi_2) \rangle$ かつ $S_1 = \langle (q_1, \gamma_{11}), (q_2, \gamma_{12}) \rangle$ とする，ここで γ_{2i} と (q_i, γ_{1i}) は i-トラックの内容．

(I) if $\min(|\gamma_{11}|, |\gamma_{12}|) \geq 2$ then ①, else if $\min(|\gamma_{11}|, |\gamma_{12}|) = 0$ then ②, else no ε move.

①：ceiling が各トラックのトップ記号のすぐ下におかれる．ceiling には各トラックのモードの情報がたくわえられる．

②：if $|\gamma_{1i}| = 0 \wedge |\gamma_{2i}| = 1$ for $i = 1$ or 2 then ②-1, else ②-2.

②-1：トップの ceiling が除去され，この ceiling の上と下のスタック語が1つのセグメントに結合される．

②-2：if $|\gamma_{1i}| = 0 \wedge |\xi_i| < m_c + p$ for $i = 1$ or 2 then ②-3, else II.

②-3：議論の簡単化のため以下の例で示される，$|\gamma_{11}| = 0$，$\gamma_{21} = \gamma_{21}' A$ かつ $C_1 = \langle (q_1', \xi_1), (q_2', \xi_2) \rangle$ とする．セグメント S_2 の1-トラックのトップの内容Aを取り去り，Aをトップセグメント S_1 の1-トラックの内容とする．トップの ceiling の内容は $\langle (q_1', A\xi_1), (q_2', \xi_2) \rangle$ となる．

(II) 1-トラックのコンフィグレーションが n_c-f.t.p をもつと仮定する，

if $\min(|\gamma_{11}|,|\gamma_{12}|) \geq 2$ then ①, else if $\min(|\gamma_{11}|,|\gamma_{12}|)=0$ then ③, else no ε move.

③： if $|\gamma_{11}|=0 \vee (|\gamma_{12}|=0 \wedge |\gamma_{22}|=1)$ then ②-1, else if $|\xi_2| < m_c+\rho$ then ②-3, else Ⅲ.

(Ⅲ) if $\min(|\gamma_{11}|,|\gamma_{12}|) \geq 2$ then ①, else if $\min(|\gamma_{11}|,|\gamma_{12}|)=0$ then ②-1, else no ε move.

M′の初期コンフィグレーションは（$S_1=(C_{S1},C_{S2})$）と表現される．M′が受理する条件は(i)一方のトラックのみが受理モードとなるとき，または(ii)トップセグメントの長さが許される値を越えるときと定義する．ここで構成したdpdaの属を$P(M_1,M_2)$とするとき，$P(M_1,M_2)$が次の2つの条件：

(i) $L(M_1)=L(M_2) \Rightarrow \exists M' \in P(M_1,M_2) \quad L(M')=\phi$,

(ii) $L(M_1) \neq L(M_2) \Rightarrow \forall M' \in P(M_1,M_2) \quad L(M') \neq \phi$ を満足するならばクラス$\overline{N_0}$において等価性が判定可能であると結論することができる（Valiant[1]参照）．はじめにM_1とM_2が等価のときm_cとn_cと$\max F(m_c+\rho)$と許されるセグメントの長さを正しく推定した機械M′が$L(M')=\phi$となることを示す．これを示すためには，構成の仕方からM′のトップセグメントが模倣において許される値を越えないことを見れば十分である．(Ⅰ)の模倣においてトップセグメントの長さは$L_0 = k_p \cdot (2+\max F(m_c+\rho))$で，(Ⅱ)の模倣においては

$L_0^{(n_c+1)}$，(Ⅲ)の模倣においては$L_0^{2(n_c+1)}$で押えられる(これは補題3.1と関数F_ℓを用いて証明されるが省略する)．このようにトップセグメントの長さは一定値$L_0^{2(n_c+1)}$で押えられる，従って(i)の条件をみたす．M_1とM_2が等価でないならば$P(M_1, M_2)$に属する任意の機械M'はM_1とM_2の動作を正しく模倣して$L(M') \neq \phi$となるかまたはトップのセグメントが許される長さを越えて$L(M') \neq \phi$となるかのどちらかである．ゆえに(ii)の条件をみたす．（定理2の証明終）

4. 定理3の証明

一般性を失うことなく，任意の$M_1 \in D_0$と$M_2 \in \overline{N_0}$を与えてそれらの等価性が判定可能であることを示せば十分である．$M_i = (Q_i, \Gamma_i, \Sigma, \Delta_i, Cs_i, F_i)$，但し$i=1$または2，$Q = Q_1 \cup Q_2$そして$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$，として以下の準備を必要とする．（定義4.1）$k_p$を定義3.2で与えられる定数，但し$Q$と$\Gamma$は4節で定義したもの，そして$Q_1 = \{q_1, \cdots, q_m\}$とする．$\Gamma_3$は新しいスタック記号の集合で，その各元$A_3 \in \Gamma_3$は$\prod_{i=1}^{m}[(q_i', \xi_i) \leftarrow q_i]$と表現される，但し各$i$ $(1 \leq i \leq m)$に対し$\xi_i \in \Gamma_2^{(3k_p)}$かつ$q_i' \in Q_2$．$Q_1 \times \Gamma_3$の遷移は$(q_i, A_3) \xrightarrow{\varepsilon} (q_i', \xi_i)$で定義される．（定義4.2）$h_1$と$H_1$をそれぞれ任意のコンフィグレーションのペアとコンフィグレーションのペアの有限集合とする．$f(h_1) = H_1$で定義されるfがEP変換であるというのは

次の2つのことが成立するときかつそのときだけである：
(i) もしペア h_1 が等価ならば H_1 の任意のペアもそうである，
(ii) もしペア h_1 が等価でなく一方のみが入力語 α を受理するならば，H_1 のあるペアは等価でなくかつ一方のみがある入力語 β，但し $|\beta| \leq |\alpha|$，を受理する．（定義4.3）3節で関数 F_ℓ を定義したが，この節で使用する関数 F_ℓ は定義3.1における $w_1, w_2 \in \Gamma^*$ の項を $w_1, w_2 \in \Gamma^* \cup \Gamma_2^* \Gamma_3 \Gamma_1^*$ の項で置きかえて定義される．

M_2 が $\bar{N}_0$ の条件(c)をみたす定数を m_c と n_c とする．この節で構成する機械の属は m_c と n_c と $\max F_\ell$，但し $\ell = \max(m_c + 1 + p, 2(k_p+1))$，を勝手に推定した機械からなる．その典型的な機械 $\hat{M}$ の構成の仕方は入力を読まない動作を除いて3節に記述した M' のそれと全く同じものである．模倣する一方のトラックの内容が $Q_1 \times (\Gamma_1^* \cup \Gamma_2^* \Gamma_3 \Gamma_1^+)$ の元である場合を(IV)，両方のトラックの内容が共に $Q_2 \times \Gamma_2^*$ の元である場合を(V)に分けて $\hat{M}$ の ε 動作を記述する．(V)の場合両方のトラックのコンフィグレーションが $M_2 \in \bar{N}_0$ のそれであるから M' の動作とほとんど同じ動作が使用される．

(IV)でつくられる ceiling には次の内容が記憶される：
① 4つ組 (q_1, ξ_1, q_2, ξ_2)，これは以前1-と2-トラックの内容がそれぞれ (q_1, ξ_1) と (q_2, ξ_2) のトップ部分の内容をもっていた

ことを示す，但し $|\xi_1|=1$ かつ $|\xi_2|\leq 2(k_p+1)$，② 指示器 $(X,Y)\in\{(1,2),(2,2)\}$，これは ceiling の上の 1-トラックが以下の X-トラックに 上の 2-トラックが以下の Y-トラックに結合されることを示す.

(Ⅳ)の場合の入力を読まない動作，但し $\tilde{M}$ のスタック語を $(S_{n+1}, C_n, S_n, \cdots, C_1, S_1)$，$S_1=((q_1,\gamma_{11}),(q_2,\gamma_{12}))$，$C_1=\langle(q_1', \xi_1', q_2', \xi_2'),(X,Y)\rangle$ かつ $i\geq 2$ において $S_i=(\gamma_{i1},\gamma_{i2})$ とする：

if $(X,Y)=(1,2)$ then Ⅳ-a, else Ⅳ-b.

Ⅳ-a： if $|\gamma_{11}|=0$ then a-1, else if $|\gamma_{11}|=|\gamma_{12}|=1$ then no ε move, else a-2.

a-1：トップの ceiling が除去され このceiling の上と下のスタック語が ceiling の指示器に従って結合される.

a-2： もし $(X,Y)=(1,2)$ ならば a-1 の動作をする，$(X,Y)=(2.2)$ ならば a-1 の動作をしない. さらにどちらの場合も次の動作をする. t を $|\gamma_{t2}\cdot\gamma_{(t-1)2}\cdots\gamma_{12}=\gamma_2|\geq 2(k_p+1)$ をみたす最小の値とする，但しこの不等式をみたす $t=n+1$ とする. $\gamma_2=\gamma_2'\xi$，但し $|\xi|=2(k_p+1)$ または $|\gamma_2'|=0$ かつ $|\xi|<2(k_p+1)$，とする. $\gamma_{11}=\gamma_{11}'B_1$，但し $|B_1|=1$，とする. $\{q_{1i}\mid \exists\alpha_i\ (q_1,B_1)\xrightarrow{\alpha_i}(q_{1i},\Lambda)\}=\{q_{11},\cdots,q_{1m}\}$ とするとき 任意の i $(1\leq i\leq m)$ について $(q_1,B_1)\xrightarrow{\alpha_i}(q_{1i},\Lambda)$ かつ $(q_2,\xi)\xrightarrow{\alpha_i}(q_{2i},\xi_i)$ とする. 1- と 2-トラックのコンフィグレーションをそれぞれ $(q_1,$

w_1B_1)と($q_2, w_2\xi$)とするとき，ε動作をコンフィグレーションのペアの変換と考えて$\widetilde{M}$は次の $m+1$ 個の非決定的選択をもつ.

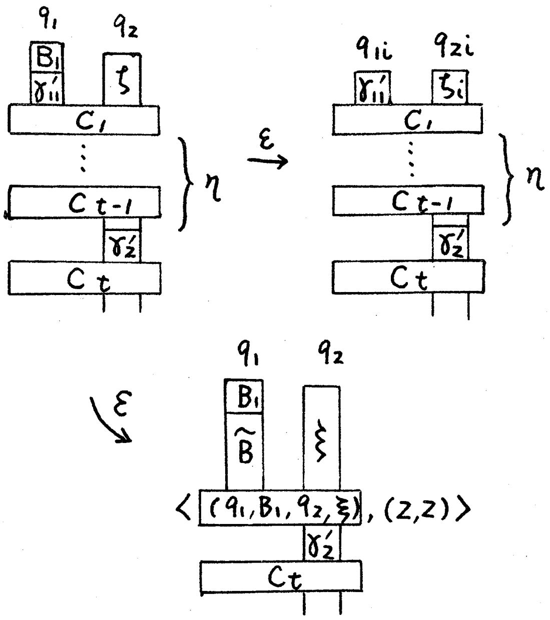
$$[(q_1, w_1B_1), (q_2, w_2\xi)] \xrightarrow{\varepsilon} [(q_{11}, w_1), (q_{21}, w_2\xi_1)],\text{または}$$
$$\vdots$$
$$\xrightarrow{\varepsilon} [(q_{1m}, w_1), (q_{2m}, w_2\xi_m)],\text{または}$$
$$\xrightarrow{\varepsilon} [(q_1, w_2\widetilde{B}B_1), (q_2, w_2\xi)]$$

，但し $\widetilde{B} = \prod_{i=1}^{m} [(q_{2i}, \xi_i) \leftarrow q_{1i}] \in \Gamma_3$. この非決定的選択において実際に$\widetilde{M}$はceilingを除去または新しくつくる動作をするが，その動作は図 a-2の例で示される.

注) $(q_1, w_1B_1) \in Q_1 \times (\Gamma_2^*\Gamma_3\Gamma_1 \cup \Gamma_1)$ かつ $|w_2\xi| < 2(k_p+1)$ をみたすとき $m+1$ 個の非決定的選択をもつε動作は不必要である.

IV-b: if $|\gamma_{12}| = 2(k_p+1) \vee (|\gamma_{12}| < 2(k_p+1) \wedge |\gamma_{22}| = 0)$ then b-1, else a-2.

b-1: ceilingが各トラックのトップ記号のすぐ下におかれる，ceilingには各トラックのモードの情報と指示器(1,2)がたくわえられる.



$\xi = \eta\zeta \wedge \xi_i = \eta\zeta_i$

図 a-2

(IV)において$\widetilde{M}$はb-1のε動作が完了した後，各トラックのそれ

それの動作を同時に模倣する．それで $|\gamma_{11}|=|\gamma_{12}|=1$ かつトップの ceiling の指示器が (1,2) のときを模倣モードとよぶ．$\tilde{M}$ がある時点の模倣モードにあるとする．$(q_1,\gamma_{11}) \xrightarrow{\pi} (\tilde{q}_1,\tilde{\gamma}_{11})$, $(q_2,\gamma_{12}) \xrightarrow{\pi} (\tilde{q}_2,\tilde{\gamma}_{12})$, 但し $\pi \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, の模倣の後 必要ならⅣの ε 動作をして次の時点の模倣モードとなる．この間の $\tilde{M}$ の動作による1-トラックのコンフィグレーション C の形の変化は次のように理解される．最初 $C \in Q_1 \times (\Gamma_2^*\Gamma_3\Gamma_1 \cup \Gamma_1)$ とする．入力 π による遷移で $Q_1 \times (\Gamma_2^*\Gamma_3\Gamma_1^{(2)} \cup \Gamma_1^{(2)})$ の元となる．次にⅣ-a の ε 動作で $Q_1 \times (\Gamma_2^*\Gamma_3\Gamma_1^{(1)} \cup \Gamma_1^{(1)})$ の元となる．もしこれがⅣ-b の if の条件をみたさないならさらに a-2 の動作を行うことにより，その条件をみたすことになる．従って b-1 の動作の後次の模倣モードとなる．（2トラックの内容はいつも $Q_2 \times \Gamma_2^*$ の元である．）以上からⅤの場合とならないとき高々4回の動作で次の模倣モードとなる．このように連続して行われる ε 動作の回数は一定値で押えられる．またⅤの場合になるまで $\tilde{M}$ のスタック語の ceiling 間の距離がある一定値で押えられることを示すことができる（この証明は省略する）．それでⅤの動作においてはこの一定値以下の長さのスタック語を新しい Γ の記号として長さ1とみることにする．この条件のもとでⅤの動作を次のことを付け加えて3節の M' の ε 動作と同じものとする：ceiling をつくるときは指示器 (1,2) の内容を付け加

える，そして ceiling を除去するときはその ceiling の上と下のスタック語が指示器の内容に従って結合されると改める.

このことからⅤの場合において M_1 と M_2 が等価ならば ceiling 間の距離がある一定値で押えられることを示すのは容易である（証明は省略する）.

以上から正しく m_c と n_c と $\max F_\ell$，但し $\ell = \max(m_c+1+\rho, 2(k_p+1))$，と許されるセグメントの長さを推定した機械 $\widehat{M}$ は M_1 と M_2 が等価ならば M_1 と M_2 の動作をある意味で正しく模倣して $L(\widehat{M})=\phi$ となる（$\widehat{M}$ の ε 動作が EP 変換である）.

M_1 と M_2 が等価でないならば我々が構成した任意の pda $\widehat{M}$ について $L(\widehat{M}) \neq \phi$ を示すことができる. もし $\widehat{M}$ の各セグメントの長さが定められた値を越えるとき，定義より $L(\widehat{M}) \neq \phi$. そうでないとき，等価でない初期コンフィグレーション C_{s1} と C_{s2} の一方のみが入力語 α を受理するとしよう. $\widehat{M}$ はこれらを直接模倣して定義より $\alpha \in L(\widehat{M})$ となるか，または α の prefix α_1 が読まれた後Ⅳの a-2 の動作の置きかえが起こらねばならない. 後者において a-2 の動作が EP 変換であるから，ある新しいコンフィグレーションのペアの一方のみがある入力 β を受理する. 但し $\alpha=\alpha_1\alpha_2$ のとき $|\beta| \leq |\alpha_2|$. そして連続的になされる $\widehat{M}$ の ε 動作の回数は一定値で押えられている. こ

のことから a−2 の動作の回数による帰納法によって，ある入力 α'（但し $|\alpha'| \leq |\alpha|$）を $\hat{M}$ が有限回の動作を経由して受理することが証明される．ゆえに $L(\hat{M}) \neq \phi$．

（定理3の証明終）

謝辞　日頃御指導いただく東北大学　木村教授　ならびに御検討いただく木村，情報理論両研究室の皆様に感謝します．

参考文献

[1] Valiant, L. G. (1973), Decision procedure for families of deterministic pushdown automata. Ph.D. thesis, Univ. of Warwick.

[2] Valiant, L. G. (1974), The decidability of equivalence for deterministic finite-turn pushdown automata. Inf. and Control 25. No. 2.

[3] 谷口，嵩，杉山 (1975) あるクラスの決定性プッシュダウンオートマトンの等価性判定．信学論 vol. 58-D. No. 1.

[4] 大山口，本多 (1975) 決定性1状態プッシュダウンオートマトンの等価性判定．信学技報 AL 75-11.

[5] Valiant, L. G. (1975), Deterministic one-counter automata. JCSS 10.