数理解析研究所講究録
第311巻 1977年 37-39

ある種の t-$(2k, k, \lambda)$ design について

阪大 教養　野田隆三郎

$v=2k$ であるような t-design つまり t-$(2k, k, \lambda)$ design について考える．ここでは次の仮定をおく．

(1) 任意の block A に対し A の補集合も block をなす

この時 次が知られている．

定理 (Alltop [1])．　t が偶数，$k>t$ であれば 上の(1)をみたす t-$(2k, k, \lambda)$ design は $(t+1)$-design である．

t-$(2k, k, \lambda)$ design の中で無限 series として存在の知られているのはただ一つ Hadmard 3-design，つまり 3-$(2k, k, \frac{1}{2}(k-2))$ design だけである．Hadmard 3-design は t-$(2k, k, \lambda)$ design の中で上の性質(1)と次の性質で特徴づけられる

(*) 任意の complementary な block の pair A, B に対し $|C\cap A| = |C\cap B|$ が他の任意の block C に対してなりたつ

ここでは (*) の代りに次の条件 (2) (or (3)) を考える.

(2) 任意の complementary な block の pair A, B に対し $|C\cap A| = |C\cap B| \pm u$ $(u>0)$ が他の任意の block C に対してなりたつ

(3) 任意の complementary な block の pair A, B に対し $|C\cap A| = |C\cap B|$ または $|C\cap A| = |C\cap B| \pm u$ が他の任意の block C に対してなりたつ.

この時 次の定理がなりたつ

定理1 ([2]) t-$(2k, k, \lambda)$ design $(t\geqq 2)$ が上の (1), (2) をみたせば $t\leqq 3$ で parameter は次のように書かれる:
$k = u(2u+1)$, $\lambda_3 = u(2u^2+u-2)$.

定理2 ([2]) t-$(2k, k, \lambda)$ design が上の (1) (3) をみたせば $t\leqq 5$ で もし $t\geqq 4$ とすれば 次のいずれかがなりたつ.

(i) 5-(12.6.1) design

(ii) $5-\left(\frac{2}{3}u(2u+1),\ \frac{1}{3}u(2u+1),\ \frac{1}{54}u(2u^2+u-9)(2u^2+u-12)\right)$ design

(iii) $5-\left(2u^2,\ u^2,\ \frac{1}{4}(u^2-3)(u^2-4)\right)$ design

定理1で存在が知られているのは自明な 3-(6.3.1) design だけである．また定理2で存在が知られているのは 5-(12.6.1) design, 5-(24.12.48) design (~~typ~~ type (iii)) それに自明な 4-(8.4.1) design (type (iii)) だけである．定理1,2の証明は文献[2]を参照されたい。

文　献

1. W.O. Alltop, Extending t-designs, J. Combinatorial Theory A 18 (1975), 177–186

2. R. Noda, On some $t-(2k.\ k.\ \lambda)$ designs, to appear in J. Combinatorial Theory A.