

太陽風に於けるアルベン波の
非線型ランダウ減衰

大大理論研 田島延樹
富松 彰
堀内利得

§1 序論

磁気流体波が、種々な天体現象において、エネルギー源として重要な役割を演じている事が指摘されている。磁気流体波のうち、特にアルベン波は通常の線型(ランダウ)減衰のおこり難い波として知られているが、それ故に、エネルギーとその源から遠く離れた場所へ運ぶ可能性をもつものとして注目される。アルベン波のこの側面に着目するならば、当然エネルギーを運んで行った先でのエネルギー散逸(あるいは他への転移)の機構を論じなければならぬ。我々はこのメカニズムとして、非線型ランダウ減衰を論ずる。これは波のプラズマ粒子による非線型散乱で、Lifshitz, M.A. & Tsytovich, V.N. (1970) によって波のエネルギースペクトルの時間変動を記述する方程式が導かれている。Hollweg, J.V. (1971) 及び

Lee, M.A. & Völk, H.J. (1973), 又 Lacombe, C. (1976) らは、この機構による、太陽風内プラズマ粒子の加熱の説明を試みているが、彼等はいづれも波の減衰率を求めているのみで、Belcher, J.W. & Davis, L. (1971) の広範囲にわたる観測事実のすべてを説明する事はできない。そこで我々は、アルベン波の非線型減衰が、実際、有効である事を示すため、Lifshitz & Tsytovich によって導かれた方程式を解き、太陽風内アルベン波に適用した結果と、Belcher & Davis の観測事実とを比較し、良く一致する事を見出した。

§2 エネルギースペクトルの時間変動

Lifshitz & Tsytovich によると波のエネルギースペクトル $W_{\omega\mu}^0$ は次の方程式に従う、

$$\frac{\partial W_{\omega\mu}^A}{\partial t} = C W_{\omega\mu}^A \left[\int_{-1}^1 d\mu_1 \left\{ \omega^3 \frac{\partial W_{\omega\mu_1}^A}{\partial \omega} + \omega^2 W_{\omega\mu_1}^A \right\} \cdot 2 \left(1 - \frac{\mu}{|\mu|} \frac{\mu_1}{|\mu_1|} \right) + \int_{-1}^1 d\mu_1 \left\{ \omega^3 \frac{\partial W_{\omega\mu_1}^M}{\partial \omega} \left(\frac{\mu}{|\mu|} - \mu_1 \right)^2 + 2\omega^2 W_{\omega\mu_1}^M \left(1 - \mu_1 \frac{\mu}{|\mu|} \right) \right\} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial W_{\omega\mu}^M}{\partial t} = C W_{\omega\mu}^M \left[\int_{-1}^1 d\mu_1 \left\{ \omega^3 \frac{\partial W_{\omega\mu_1}^A}{\partial \omega} \left(\mu - \frac{\mu_1}{|\mu_1|} \right)^2 + 2\omega^2 W_{\omega\mu_1}^A \left(\mu^2 - \mu \frac{\mu_1}{|\mu_1|} \right) \right\} + \int_{-1}^1 d\mu_1 \left\{ \omega^3 \frac{\partial W_{\omega\mu_1}^M}{\partial \omega} (\mu - \mu_1)^2 + 2\omega^2 W_{\omega\mu_1}^M (\mu^2 - \mu\mu_1) \right\} \right] \quad (2)$$

ここで A, M はそれぞれ アルベン波, ファースト波 を表わし

$$C \equiv \pi^2 / m_i m_e v_a^2 (H T_e / T_i)^2, \quad \mu \equiv \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} / |\mathbf{k}| |\mathbf{B}| \quad \text{である。}$$

$\overline{W}_{\omega\mu}^{\sigma}$ ($\sigma = A, M$) は $\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}$ の 擾動磁場のエネルギー
— と次の様に関係づけられる

$$\delta B^2 / 8\pi = 2\pi \int_{-1}^1 d\mu \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \overline{W}_{\omega\mu}^{\sigma} d\omega \quad (3)$$

(1), (2) 式を得る際に $v_a \gg v_s$ (音波速度) と仮定した。
この条件下では ファースト波は $|\mu| = 1$ の方向を除いて
線型ランダム減衰を強く受ける。そこでファースト波
のエネルギースペクトルを

$$\overline{W}_{\omega\mu}^M \equiv \pi^{-1} [\overline{W}_{\omega}^{M+} \delta(\mu-1) + \overline{W}_{\omega}^{M-} \delta(\mu+1)] \quad (4)$$

と仮定する。アルベン波に関しては

$$\overline{W}_{\omega}^{A+} \equiv 2\pi \int_0^1 \overline{W}_{\omega\mu}^A d\mu, \quad \overline{W}_{\omega}^{A-} \equiv 2\pi \int_{-1}^0 \overline{W}_{\omega\mu}^A d\mu \quad (5)$$

を用いると (1), (2) 式を次の様に書きかえる事ができる

$$\frac{\partial \overline{W}_{\omega}^{\sigma\pm}}{\partial t} = \frac{2C}{\pi} \overline{W}_{\omega}^{\sigma\pm} \omega^2 \frac{\partial}{\partial \omega} [\omega (\overline{W}_{\omega}^{A+} + \overline{W}_{\omega}^{M+})] \quad (6)$$

さらに $V \equiv V^+ + V^-$, $U \equiv V^+ V^-$, $V^{\pm} \equiv \sum_{\sigma} \omega \overline{W}_{\omega}^{\sigma\pm}$

とおき $\xi \equiv (\pi/2C) \omega^{-1}$ を使うと (6) 式は

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0 \quad (7)$$

となる。この方程式の厳密解の一つの集合は、

$$F(V, \xi - (V - V_\infty)t/2) = 0 \quad (8)$$

$$U = (V - V_\infty)^2/4 \quad (9)$$

と表わされる。ただし、 V_∞ はある定数、 $F(u, v)$ は変数 u, v の任意関数である。

この解で記述されるエネルギースペクトルの時間変動を議論するために、 $t=0$ での初期値として、振動数 ω の冪関数をとると、(8)式から

$$t=0 : V \equiv V_0 = V_* (\xi/\xi_0)^{\alpha_0-1}$$

$$t=t : V = V_* [\xi/\xi_0 - (V - V_\infty)t/2\xi_0]^{\alpha_0-1} \quad (10)$$

V_* , $\alpha_0 > 1$ は定数、となる。(10)式は時間がたつと、エネルギースペクトルが冪から可れる事かわかる。その初期、及び、時間が充分たつた後の、漸近形は

$$t \rightarrow 0 : V(\xi, t) \approx V_0 [1 - (\alpha_0 - 1)(V_\infty t/2\xi) \{V_0/V_\infty - 1\}]$$

$$t \rightarrow \infty : V(\xi, t) \approx V_\infty [1 + (2\xi/V_\infty t) \{1 - (V_\infty/V_0)^{1/(\alpha_0-1)}\}]$$

である。

$$(11), (12)$$

これらの式は、エネルギースペクトルが初期にいかたる
冪指数 α_0 を持つとしても、最終的には同じ指数 $\cdot 1$
($W_\omega \propto \omega^{-1}$) にたつてしもう事と示している。又、 $V(t \rightarrow \infty)$
 $= V_\infty$ 及び (9) 式から V^+ が V^- のいつれか、初期値
の小さい方が 0 にたつるまで、非線型散乱が続く事か
わかる。有限時間での V に因り、次の様に冪指数
を定義できる。

$$\alpha(\xi, t) - 1 \equiv \frac{\partial \ln V}{\partial \ln \xi} = (\alpha_0 - 1) / [1 + c \{(\alpha_0 - 2)\epsilon + 1\}] \quad (13)$$

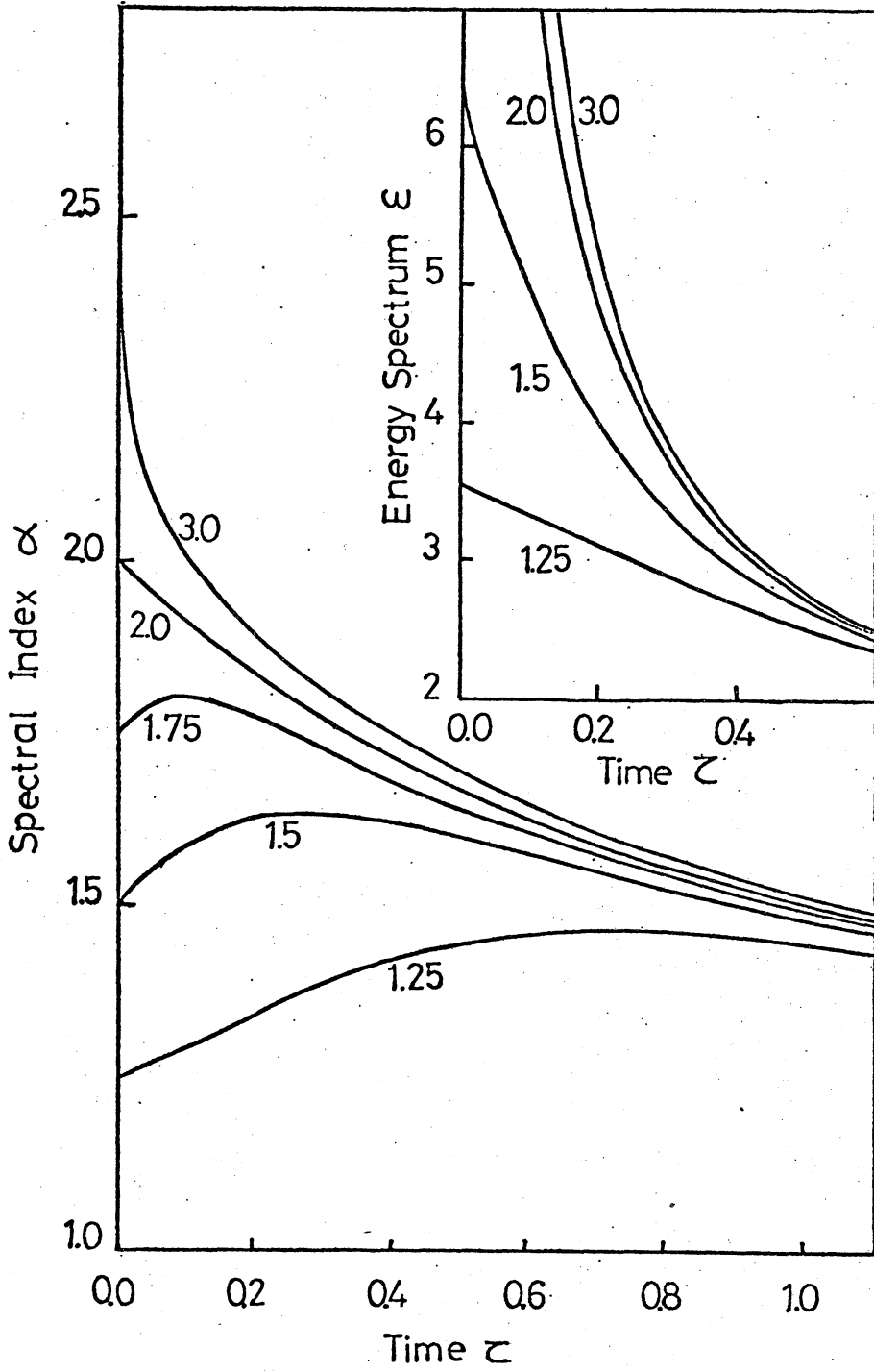
ここで、 $c \equiv V_\infty t / 2\xi$, $\epsilon \equiv V / V_\infty$ 。これを使って、 c 及び
 α を ϵ と $\epsilon_0 \equiv \epsilon(t=0)$ で表わると次の様になる。

$$c = \{1 - (\epsilon / \epsilon_0)^{1/(\alpha_0 - 1)}\} / (\epsilon - 1) \quad (14)$$

$$\alpha - 1 = (\alpha_0 - 1)(\epsilon - 1) / [(\alpha_0 - 1)\epsilon - (\epsilon / \epsilon_0)^{1/(\alpha_0 - 1)} \{(\alpha_0 - 2)\epsilon + 1\}] \quad (15)$$

冪指数 α 及びエネルギースペクトル ϵ の種々の初期
値に対する時間変動を調べる。図 1 では ϵ の初期
値を $\epsilon_0 = \epsilon_* (\xi / \xi_0)^{\alpha_0 - 1}$ として $\epsilon_* = 2$, $\xi = 10\xi_0$
の場合が描かれている。 ϵ は c の単調減少関数
であるのに対し、 α は興味深い特徴を示している。すな
わち、 α は、ほぼ $c \lesssim 1$ の間に $1 < \alpha < 2$ の領域に
集中する傾向がみられる。この特徴的ふるまいは、

Fig. 1



$\varepsilon_0 \gg 1$ の場合には、次にあけるように定性的に求める事ができる。

(1) $\alpha_0 > 2$

α は τ が増すにつれ、単調に減少する。その特徴的タイムスケールは $(\alpha_0 - 2) \varepsilon_0 \gg 1$ の場合

(i) $\alpha > 2$ には

$$\tau \lesssim \varepsilon_0^{-1} \left[(\alpha-1)(\alpha_0-2) / (\alpha_0-1)(\alpha-2) \right]^{(\alpha_0-1)} \quad (16)$$

(ii) $\alpha = 2$ とする時は、

$$\tau_1 \sim \varepsilon_0^{-1/\alpha_0} \left[(\alpha_0-2) / (\alpha_0-1) \right]^{(\alpha_0-1)/\alpha_0} \quad (17)$$

(iii) $\alpha < 2$ には

$$\tau \gtrsim (2-\alpha) / (\alpha-1) \quad \text{よって} \quad \varepsilon \lesssim 1 / (2-\alpha) \quad (18)$$

(2) $\alpha_0 < 2 - \varepsilon_0^{-1}$

この場合には、 α は初期に増大し、極大値 α_m

$$2 - \alpha_m = \left[\alpha_0 \varepsilon_m^{-1} / (2 - \alpha_0) \right] / \varepsilon_m (\varepsilon_m - 1) \quad (19)$$

$$\varepsilon_m / \varepsilon_0 = \left[(\alpha_0 - 1)^2 \varepsilon_m / \{ (2 - \alpha_0) \varepsilon_m^2 - (2 - \alpha_0)(1 + \alpha_0) \varepsilon_m + 1 \} \right]^{(\alpha_0 - 1)} \quad (20)$$

とも。 $(2 - \alpha_0) \varepsilon_0 \gg 1$ には $\varepsilon_m \gg 1$ と取り、従って α_m は 2 に近づくで増大しうる。この増大のタイムスケールは

(i) $\alpha_m > \alpha > \alpha_0$:

$$\tau \lesssim \varepsilon_0^{-1} \left[(\alpha-1)(2-\alpha_0) / (\alpha_0-1)(2-\alpha) \right]^{(\alpha_0-1)} \quad (21)$$

又 (ii) $\alpha = \alpha_m$ とする時は、

$$\tau_m \approx \varepsilon_0^{-1/\alpha_0} [(2-\alpha_0)/(\alpha_0-1)^2]^{(\alpha_0-1)/\alpha_0} \quad (22)$$

さらに、(iii) 減少に転じ、再び $\alpha \leq \alpha_0$ となるのは

$$\tau \geq (2-\alpha)/(\alpha-1) \quad \text{このとき} \quad \varepsilon \lesssim 1/(2-\alpha) \quad (23)$$

以上 (1), (2) 共に (i) のタイムスケールが (ii) のそれと比べ、充分短かく、(ii) において種々の初期値 α_0 からの α の集中がかなり達成されている事がわかる。又、(iii) の領域 (ほぼ $\tau \geq 1$) では (ii) と比べ緩やかに減少して行くのが見られる。

$$(3) \quad 2 \geq \alpha_0 \geq 2 - \varepsilon_0^{-1}$$

α は単調にかつ (1), (2) と比べ緩やかに減少する。

例えば、 $\alpha_0 = 2$ では

$$\alpha = (2+\tau)/(1+\tau) \quad , \quad \varepsilon = (1+\tau)\varepsilon_0/(1+\tau\varepsilon_0)$$

上に述べた事から、 α はほぼ $2 > \alpha > (\alpha_m \text{の最小値})$

の範囲に集中する事がわかる。 ε_0 が充分大ならば、 α_m

の最小値は 2 に近い事はすでに述べた通りであるが、

かりに $\varepsilon_0 \approx 2$ 程度であっても、その値は ~ 1.5 以上

をきる事はない (図参照)。一方、波のエネルギー散逸

は、 α が $2 > \alpha > 1.5$ に近づく向に活発に起きている。

$\varepsilon_0 \lesssim 1$ では上述の特徴的な事象は起らない。従って

初期のエネルギーは最終エネルギーと比べ充分大きい事

が必要な条件になっている。

§3 観測との比較

アルペン波は主に太陽付近の空間で、種々な乱れによつて偶然的に生み出されていると考えられる。その初期のエネルギースペクトルの型も又種々であるが、少くともある狭い振動数領域では ω の冪として表わされる。冪指数が $2 > \alpha > 1.5$ となるタイムスケールは、§2の議論によつてほぼ $\tau \approx 1$ である（もちろん $\tau \sim \varepsilon^{1/\alpha}$ で集中度は、 τ^2 にかかり高くなってはいるが）、これを現実のタイムスケール t_c に直すと

$$t_c = \frac{2}{\pi} (1 + T_e/\tau_e)^2 \ln(\omega_{\max}/\omega_{\min}) \omega^{-1} W_B/W_\infty \approx 20 \omega^{-1} W_B/W_\infty$$

となる。ここで $T_e/\tau_e = 1$, $\omega_{\max}/\omega_{\min} \approx 3 \times 10^3$ (Lacombe 1976) とする。また、 $W_B \equiv B_0^2/8\pi$, $W_\infty \equiv \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} V_\infty \omega^{-1} d\omega$ は、非摂動磁場及び最終的に生き残った波のエネルギーである。Belcher & Davis による観測の解析結果は次のようである。

(1) 高速プラズマ流の後方には、外向き (+) 方向に伝播するアルペン波の存在が、又前方には、外向きの他に内向き (-) 方向の波の存在も確認された。

(2) 冪指数 α は、振動数領域 $1/107 \text{ min.}$ から $1/10 \text{ min.}$ では $1.5 \sim 2.2$, $1/10 \text{ min.}$ から $1/25.2 \text{ sec.}$ では $1.6 \sim 1.7$ であった。又しばしば $8B^2/8\pi \approx B_0^2/8\pi$ であった。

(3) プラズマの高温領域では $\alpha \sim 1.5$, 低温領域では $\alpha \sim 2.0$, と対応している様に思える。

(4) 振動磁場の非等方性は、平均して

$$|\delta B_{\theta r}|^2 : |\delta B_{\theta \times (\mathbf{e}_\theta \times \mathbf{e}_r)}|^2 : |\delta B_{\theta}|^2 = 5:4:1$$

であった。($\mathbf{e}_\theta \equiv \mathbf{B}_0/|\mathbf{B}_0|$, $\mathbf{e}_r \equiv \mathbf{r}/r$)

初めに我々の考えている非線型散乱は、外向きの波と内向きの波との衝突のみ起こりうる。(6式)。これは観測(1)と良く対応している。次に、 α の集中の起こるタイムスケール t_c は観測された振動数領域(2)では、

$$1.5 W_B/W_\infty \text{ days} > t_c > 8.4 W_B/W_\infty \text{ min.} \quad \text{であり}$$

W_B/W_∞ は大きき事はないから、ほぼ波が太陽から観測点に到達するタイムスケール $\sim 3.5 \text{ days}$ に等しいか小さい。従って、靠指数に関しても、観測結果を満足する。その上、低振動領域では高振動数領域よりも α の集中する中が大きい事も良く説明している($\propto t\omega$ に注意)。さらに、 $\alpha \sim 2.0$ 及び $\alpha \sim 1.5$ と測定された2つの空間領域と考えると、与えて述べた様に、波のエネルギー散逸は後者の方が前者よりも充分起こっていると期待できるから、後者の領域のプラズマ温度は前者に比べ高いと考えられる。この事は上述(3)の内容と一致する。

さて、我々は Lifshitz-Tsytonich 方程式から出発して、議論を展開してきたが、実は太陽風においては $v_a \gg v_s$ という近似が必ずしもどこでも満たされているというわけにはいかず (地球軌道付近で $v_a \sim 50 \text{ km/s}$, $v_s \sim 30 \text{ km/s}$)。そのため、この近似の ϵ 次から成る L-T 方程式の適用限界に問題が生じる可能性がある。我々はそれを回避するため、さらに高次の展開を含めた方程式を吟味する。 $(v_s/v_a)^2$ 次まで考慮すると方程式は、(簡単のため、アルベン波のみ)

$$\frac{\partial W_\omega^\pm}{\partial t} = \frac{2C}{\pi} W_\omega^\pm \omega^2 \left[\frac{\partial}{\partial \omega} + 2(v_s/v_a)^2 \left\{ T_i/(T_i+T_e) \frac{\partial}{\partial \omega} + 3\omega \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} + \omega^2 \frac{\partial^3}{\partial \omega^3} \right\} \right] (\omega W_\omega^\pm) \quad \text{と仮定。} \quad (23)$$

付加項のうち ϵ 項は、単に C を変えるだけで、その他の項は W_ω の ω 変化を促進する効果をもつ。重要な事は、 W_ω^\pm は最終的に $\text{const.} \times \omega^{-1}$ 又は 0 に近づき、これは前の結果と同じであるという点にある。冪指数の漸近形は

$$\begin{aligned} \epsilon \gg 1 \quad \epsilon^{-1} \quad \alpha - 1 &\approx \epsilon^{-1} [1 - (v_s/v_a)^2] \\ \epsilon \ll 1 \quad \epsilon^{-1} \quad \alpha - 1 &\approx (\alpha_0 - 1) [1 - \epsilon \{ (\alpha_0 - 2) \epsilon_0 l + 1 \}] \end{aligned}$$

$$l \equiv 1 + 2(v_s/v_a)^2 (\alpha_0 - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) (\alpha_0 - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) > 0 \quad (T_i \approx T_e) \quad \text{と仮定}$$

$\alpha_0 > 2$ に対し、 ϵ の結果から、 $\frac{d\alpha}{d\epsilon}$ の傾きは ϵ の急激に、 α が初期に増大する条件は $\alpha_0 < 2 - (\epsilon_0 l)^{-1}$ と

なるという違いが生じることが、 ξ_2 で述べられた定性的なふるまいは、本質的な変化を受けない。

擾動磁場の非等方性に関しては、上述の結果からでは議論できない。次の ξ_2 で、太陽磁場に対する現実的なモデルを用いてこの点を調べる。

ξ_4 擾動磁場の非線型散乱による等方化。

空間的に非一様な磁場中で伝播するアルヴェン波は、その波数及び位相速度が空間的に変化する。Völk, H. J. & Aplers, W (1973) は、減衰を無視したアルヴェン波の太陽風における伝播を調べ、擾動磁場の非等方性が観測値に比べ、大きくなり得る ($A \equiv \langle | \delta B_{\theta_B \times e_r} |^2 \rangle / \langle | \delta B_{e_B \times (e_B \times e_r)} |^2 \rangle \sim 50 \sim 90$) という結論を得た。以下、我々は、非線型散乱を導入する事で、この大きな非等方性をおさえる事が出来るか否かについて議論する。

Parker, E. N. (1963) に従って、惑星間磁場を次の様に与える (静止球座標系: (e_r, e_θ, e_ϕ))

$$B = B^0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 (1, 0, b \equiv \frac{r\Omega}{v_m} \approx \theta) \quad (24)$$

ここで $v_m = v_m(r)$ は太陽風速度, $\Omega = 2.65 \times 10^{-6}$ cps は太陽の回転角速度で、 B^0 は θ の関数であるから、ここ

では簡単のため $\theta = \frac{\pi}{2}$ のみ考える。局所直交系:

$$(e_x, e_y, e_z) = (-e_B \times (e_B \times e_r), e_B \times e_r, e_B) \text{ を導入する。}$$

波印ベクトル k はこの系では次の様に表わされる。

$$k_x = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} (bk_r - k_\phi), \quad k_y = k_\theta, \quad k_z = \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} (k_r + bk_\phi) \quad (25)$$

まず波の減衰のない場合、単位位相空間 (x, k) あたりの波の数密度 N_k は次の Vlasov 方程式に従う

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial k} \cdot \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial k} \right) N_k \equiv \frac{d}{dt} N_k = 0 \quad (26)$$

ω は局所分散関係:

$$\omega = k \cdot (U_m \pm U_a) \quad (27)$$

で与えられる。± の符号は外向き、内向き方向を表わす。

N_k は従って特性方程式

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad \frac{dk}{dt} = -\frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad (28)$$

を解く身によつて求める事ができる。次は非線型散乱を考慮した方程式は、

$$\frac{d}{dt} N_k = -N_k \mathcal{F} \equiv -\frac{\pi}{2} \frac{\hbar}{m_i m_c} \frac{N_k}{v_a^2} \bar{\omega}^3 \left(2 + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \bar{\omega}} \right) \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\phi \left(1 - \frac{\mu}{|\mu|} \frac{M}{|M|} \right) N_{\bar{\omega}} \quad (29)$$

$$\bar{\omega} \equiv \omega - k \cdot U_m = \omega \left[1 + \frac{v_m}{v_a} \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \left\{ 1 + b \frac{\sqrt{1-\mu^2}}{\mu} \cos \phi \right\} \right]^{-1},$$

$N_{\omega} \equiv N_k \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)$ とする。この方程式は $\frac{d}{dt} \bar{\omega}$ をそれぞれ $\frac{\partial}{\partial t} \omega$ と書き直すと、アルベン波に関する式(1)になる。(26)式から $\frac{d}{dt} \omega = \frac{\partial}{\partial t} \omega = 0$ であり、又一方、§2で述べたように、波のエネルギースペクトルは、指数 α を使って ω の幂で表わされた事(従って N_k も幂で表わされる)を考慮合わせれば、 N_k の ω に関する関数形を §2と同様なものであるとしてよからう。そこで、波の数密度 $N_{\omega} \equiv N_k \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)$ を次の様に定義する。

$$r = r_0 \text{ で } N_{\omega}^0 = D_0 (\omega/\omega_{min})^{-(\alpha_0+1)} \quad (30)$$

$$r = r \text{ で } N_{\omega} = D (\omega/\omega_{min})^{-(\alpha+1)} \Phi(\mu, \varphi) \quad (31)$$

ここで index 0 のついた量は定数と、 D, α は一般には時間(又は r) の関数、 $\Phi(\mu, \varphi)$ は、太陽磁場の非一様性及び非線型効果に起因する、角度依存性を表わしている。§2で行ったと同様に、 N_k を外向き(+)と内向き(-)に分け、(29)式を各々の連立方程式に可子号かてきる。外向きの波は、主に太陽付近で生まれ、惑星間空間を伝播して行くため N_k^+ に大きな非等方性が生じる可能性がある(Vilks & Aplers)のに対し、内向きの波は、空間のいたる所でランダムな初期スペクトルをもって生じるため、その N_k^- の非等方性は比較的小さいと考えられる。我々は N_k^+ の角度依

存性 ($\Phi^+(\mu, \varphi)$) のみと問題とする。(29)式より

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \Phi^+ \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)^{-1} \right\} &= - \Phi^+ \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)^{-1} \Psi^- \\ &= \frac{\hbar \pi^2 (\alpha-1)}{2} \frac{\omega_{\min}^3}{m_i m_e} \frac{1}{v_a^2} \left(1 + \frac{v_m}{v_a \sqrt{1+b^2}} \right) \left(\frac{v_a k \mu}{\omega} \right)^3 \delta \cdot [1 - \sqrt{2\varepsilon-1}] \\ &\quad D (\omega/\omega_{\min})^{-\alpha+2} \Phi^+ \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)^{-1} \end{aligned} \quad (32)$$

ここで $\delta \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^0 d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \left[1 + \frac{v_m}{v_a \sqrt{1+b^2}} \right]^{-1} \frac{\partial \omega}{\partial \omega} \Phi^-(\mu, \varphi)$ は上述の議論から ≈ 1 とする。(εは §2 で導入されたパラメータ)

この方程式の形式的な解は、次の様になる

$$\Phi^+ \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} k^2 \right)^{-1} = \left(\frac{\partial k_0}{\partial \omega} k_0^2 \right)^{-1} e^{-\int_{r_0}^r \frac{dr \Psi^-(r, \bar{\omega}(r, c_p, c_m, c_\varphi))}{v_m + v_a}} \quad (33)$$

c_i は初期方程式 (28) を解く際、表わされる積分定数, Φ^+ の初期値を Φ とおいて, 又 $k_0 = k_0(k, r)$ (von Völk & Aplanas)

我々は (31) 式の具体的な解を求めよるかわりに、無限小変位 Δr を与えた次の様にして非線型項が擾動磁場の非等方性に与える効果を調べる。

(i) r_0 から r までの非線型項は 磁場の非等方性 = 関与 (7.11)

(ii) r から $r + \Delta r$ の間に非線型項の及ぼす影響をみる。

この様な仮定の下では, $N_{*}^+(r), A(r) \equiv \langle | \delta B_{e_{B \times e_{B \times e_{B \times e}}}} |^2 \rangle / \langle | \delta B_{e_{B \times e_{B \times e_{B \times e}}}} |^2 \rangle$

$$N_{*}^+(r + \Delta r) - N_{*}^+(r) = \Delta r N_{*}^+(r) \left[\frac{\partial \ln \left(\frac{\partial k_0}{\partial \omega} k_0^2 \right)^{-1}}{\partial r} - \frac{\Psi^-}{v_m + v_a} \right] \quad (34)$$

$$A(r + \Delta r) - A(r) = \Delta r / r [X - Y] \quad (35)$$

$$X \equiv \left\{ 1, r \frac{\partial \ln \left(\frac{\partial k_0}{\partial \omega} k_0^2 \right)^{-1}}{\partial r} \right\}, \quad Y \equiv \left\{ 1, \frac{r \Phi^-}{v_m + v_{ar}} \right\}$$

$$r=r_0 \quad \{1, \gamma\} \equiv \left[\int dk \hat{N}_k k_y^2 \right]^{-2} \left[\int dk k_y^2 \hat{N}_k \int dk k_x^2 \hat{N}_k \gamma - \int dk k_x^2 \hat{N}_k \int dk k_y^2 \hat{N}_k \gamma \right]$$

$$\hat{N}_k \equiv D (\omega/\omega_{\min})^{-(\alpha+1)} \left(\frac{\partial k_0}{\partial \omega} k_0^2 \right)^{-1} \quad \text{である。}$$

X, Y はそれぞれ 太陽磁場の非一様性, 及び非線型項が $A(r)$ に与える効果を表わしてある。

X, Y の値を求めた結果を 下にまとめて記す。

(i) X, Y は $r_0 < r$ に対し つねに プラスである。

(ii) その比 X/Y は、

$$(1) X_0/Y_0 \approx [4b_0 G(r_0)]^{-1} \quad \text{at } r=r_0$$

$$(2) X_1/Y_1 \approx \left[\frac{6}{\pi} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \left(\frac{v_a^2}{v_a^0 v_m} \right) b^{-2} G(r) \right]^{-1} \quad \text{for } r_0 \ll r \ll r_e$$

右側の値が $O(1)$ 程度の数値積分を除いた。 r_e は地球軌道半径である。特に、 $(r_0/r) (v_m/v_a^0) b^{-1} = 1$ ($r=r_0$) である。

上式の $\frac{6}{\pi}$ が $\frac{8.7}{\pi}$ に変わった。

$$(3) X_2/Y_2 \approx \left[\frac{3}{2\pi} \left(\frac{r_0}{r} \right) \frac{1+b^2}{b^2} \left(\frac{v_m^3 v_a^2}{v_a^0 v_m^5} \right) G(r) \right]^{-1} \quad \text{for } r \leq r_e$$

$$G(r) \equiv \frac{\pi^2}{2} \frac{(\alpha-1)}{m_i m_e} \left(1 + \frac{v_m}{v_a \sqrt{1+b^2}} \right) \frac{\omega_{\min}}{v_a^2} \frac{r}{v_m + v_{ar}} I$$

$$I \equiv \hbar \omega_{\min}^2 D \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} d\omega \left(\frac{\omega}{\omega_{\min}} \right)^{-2\alpha+3} \left\{ 1 - \sqrt{2\varepsilon-1} \right\} / \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} d\omega \left(\frac{\omega}{\omega_{\min}} \right)^{-\alpha+1}$$

$$\approx \frac{\alpha-1}{2} \left(\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \right)^{1-2\alpha} \left\langle \frac{\delta B^2(r)}{8\pi} \right\rangle \quad (\alpha \neq 2, \quad \varepsilon \gg 1 \quad \text{at } \frac{r}{r_0})$$

次の観測値を代入可る: $n_i(r_0) \approx 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $v_{a^0}(r_0=2R_\odot) \approx 5 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$, $v_m(r_e) \approx 4 \times 10^7 \text{ cm s}^{-1}$ (Burlaga 1971), $n_i(r_e) \approx 5 \text{ cm}^{-3}$, $\omega_{\min} \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $\langle \delta B^2(r_e)/8\pi \rangle \approx 10^{10} \text{ erg cm}^{-3}$, $\omega_{\max}/\omega_{\min} \approx 3 \times 10^3$ (Lacombe).

$r_0 = 2R_\odot$ (Völk & Aplers) と可ると.

$$X_0/Y_0 = 1.6 (\omega_{\min}/\omega_{\max})^{12-\alpha} (\langle B^2(r_0) \rangle / \langle \delta B^2(r_0) \rangle) (\alpha-1)^2$$

$$X_1/Y_1 = 5.7 \times 10^{-3} (\omega_{\min}/\omega_{\max})^{12-\alpha} (\langle B^2(r) \rangle / \langle \delta B^2(r) \rangle) (\alpha-1)^2,$$

$$X_2/Y_2 = 5.9 \times 10 (\omega_{\min}/\omega_{\max})^{12-\alpha} (\langle B^2(r_e) \rangle / \langle \delta B^2(r_e) \rangle) (\alpha-1)^2.$$

$\langle B^2(r_0) \rangle / \langle \delta B^2(r_0) \rangle$ の値が大き過ぎなければ、 X/Y は、ほぼ r_0 から r_1 ($10r_0 < r_1 < r_e$) まで 1 以下にとどまり、その後 1 以上に転ずる。($r=r_e$ では $X_2/Y_2 \approx 4.3$ ($\alpha=1.5$) ≈ 59 ($\alpha=2$))。以上の議論から、非線型散乱は、擾動磁場の非等方性とかかり、押さえる事の結論され、観測 ($A \approx 5/4$) との矛盾はない。なお、 θ_B 方向の擾動磁場に関しては、我々は純粋なアルベーン波 ($\delta B \sim \mathbf{k} \times \mathbf{B}$) を考えているので、取り扱いは出ずない。この成分の磁場は、おそらく non-Alfvénic な擾動に起因したものである。

我々は、アルベーン波の非線型散乱が太陽風において、effective に起きている事をみて来た。この非線型散乱が

起るためには、 ω で述べた様に、反対方向へ進む波が存在するという条件が必要である。太陽風内でのように、いわば二次的に逆向きの波が生じるのではなく、より“確か”にこの条件が満たされる場合、例えば2ヶ所にあるエネルギー源を磁力線が結んでいるという状況、あるいは、磁力線のループが振動している様な状況においては、これは一つの重要なエネルギー抽出機構となり得る。

References

- Belcher, J.M., Davis, L., 1971, *J. Geophys. Res.* 76, 3534.
- Hollweg, J.V., 1971, *Phys. Rev. Letters* 27, 1349.
- Lacombe, C., 1976, *Astron. and Astrophys.* 48, 11.
- Lee, M.A., Völke, H.J., 1973, *Astrophys. Space Sci.* 24, 31.
- Lifshitz, M.A., Tsytovich, V.N., 1970, *Nucl. Fusion* 10, 241.
- Parker, E.M., 1963, *Interplanetary Dynamical Processes*,
John Wiley, New York.
- Völke, H.J., Aplers, W., 1973, *Astrophys. Space Sci.*
20, 267.
- Burlaga, L.F., 1971, *J. Geophys. Res.* 76, 4360.