数理解析研究所講究録
第325巻 1978年 48-50

1点のstabilizerのsocleが可解でない2重可移群について。

大阪教育大学　　平峰 豊

O'Nan [1] により、2重可移群の1点の stabilizer の極小正規部分群全体の積は、アーベル群であるか、又は、アーベル群と1つの非可換単純群の直積に同型になっていることが証明されている。

次のような問題を考える。

(問題) Mを非可換単純群とするとき、2重可移群 G^{Ω} で $G_\alpha \trianglerighteq N$, $N \simeq M$ となるものが存在するか？

今までに知られているものでこのような形のものは、S_n, A_n, $Sp(2n,2)$, $PSL(2,11)$ (degree 11), A_7 (degree 15), M_{11} (degree 11), M_{11} (degree 12), M_{12} (degree 12), M_{22} (degree 22) $Aut(M_{22})$ (degree 22), M_{23} (degree 23), M_{24} (degree 24), HiS (degree 176), Co_3 (degree 276) があるが、今までに知られているSporadicな単純群で、2重可移表現をもつことが分かっているものは、全てこの中に含まれていることは興味深い。

$M \simeq PSL(2,2^n)$, $Sz(2^n)$, $PSU(3,2^n)$ とした時の結果が [2] で与えられているが、次に $PSL(2,q) \simeq M$ ($q=p^n$, p:奇素数) の場合を考える。この形をしているものは、先にあげたものの中では S_6, A_6 ($M \simeq PSL(2,5)$), S_7, A_7 ($M \simeq PSL(2,9)$), $PSL(2,11)$ ($M \simeq PSL(2,5)$), A_7 ($M \simeq PSL(2,7)$), M_{11} ($M \simeq PSL(2,11)$, degree 12) がある。

条件付きで、次の結果が得られている。

<u>定理</u>. G^{Ω} : 2-trans. $|\Omega|$: even $\quad \alpha \in \Omega$

$G_\alpha \trianglerighteq N^\alpha \simeq PSL(2,q)$ $\quad q$: odd $\quad N^\alpha_\beta \neq$ dihedral $(\alpha \neq \beta)$

$\Longrightarrow$

(i) G^{Ω} は regular normal subgroup をもつ

(ii) $G^{\Omega} = M_{11}$, $|\Omega| = 12$, $N^\alpha \simeq PSL(2,11)$

又は (iii) $G^{\Omega} = A_6$ or S_6, $|\Omega| = 6$, $N^\alpha \simeq PSL(2,5)$

証明は [2] と同様である。すなわち、$|\Omega - \{\alpha\}|$ が奇数であることより、$|N^\alpha : N^\alpha_\beta|$ が奇数となり、G^{Ω} の2重可移性より N^α のその orbit 達の上への可能な置換表現を決めて、更に N^α-orbits の数 r を決めて、もとの G^{Ω} を決定するというやり方が用いられる。N^α_β が dihedral の場合は、いまのところまだ完全には出来ていない。

References

[1] M. E. O'Nan : Normal structure of the one-point stabilizer of a doubly-transitive permutation group II, Trans. Amer. Math. Soc. 214 (1975) 43-74

[2] Y. Hiramine : On doubly transitive permutation groups, to appear in Osaka J. of Math.