数理解析研究所講究録
第 325 巻 1978 年 140-142

Brauer Correspondence について

北大 理　奥山 哲郎

1. 論文 [1] において．Alperin は．有限群 G とその部分群 H で $N_G(P) \supseteq H \supseteq PC_G(P)$, P はある p-部分群となっているものとの間の Brauer correspondence についての加群論的記述を行っている。ここでは．一般の部分群 H と G の間の Brauer correspondence について考えてみる。

F を標数が $p>0$ の代数閉体，G を有限群，$F[G]$ を F 上の G の群多元環とする。加群は右加群と考える。$F[G]$ 自身は．$t(x,y)=x^{-1}ty$, $t \in F[G]$, $x,y \in G$ とおくことによって．$F[G\times G]$-加群とみることができ，G の p-block は．$F[G\times G]$-加群としての $F[G]$ の直既約直和因子と一致している。Brauer correspondence など，モジュラー表現の理論についての用語，定義は．[2] , [3] を参照されたい。

2. これから．G，その部分群 H，H の p-block b を固定

して考える。

$F[H\times H]$-加群として自然に，$F[G]=\oplus\sum_{y} F[HyH]$，(ここで y は (H,H) 両側剰余類の代表系を動き，$F[HyH]$ は，HyH の元を基底として $F[H\times H]$-加群とみたもの）と書ける。b は $F[H]$ の $F[H\times H]$-直和因子であるから、自然な，$F[H\times H]$-射影 τ；$F[G]\to b$ と，$F[H\times H]$-入射 σ；$b\to F[G]$ がある。

ここで次の定義をする。

（定義）．F-線型写像 θ；$End_{G\times G}(F[G])\longrightarrow End_{H\times H}(b)$ を $f\mapsto \sigma f\tau$ で定義する。

また，λ を自然な全型；$End_{H\times H}(b)\to End_{H\times H}(b)/J(End_{H\times H}(b))$ とする。

このとき，次の事が言える。

(*Proposition 1.*)

b^G is defined in the sense of the Brauer correspondence if and only if $\theta\lambda$ is an algebra homomorphism.

次の命題は，b^G が定義されるときの，b^G と b の加群としての関係を与える。

(*Proposition 2.*)

If b^G is defined, then b as an $F[H\times H]$-module is isomorphic to a direct summand of $b^G|_{H\times H}$.

次に，b^G が定義できるある十分条件を与える。

(*Theorem*).

If b *has a multiplicity* 1 *in the decomposition of* $F[G]$ *into indecomposable* $F[H\times H]$*-modules, then* b^G *is defined.*

最後に，上の定理の仮定をみたす例，すなわち b^G が定義できる例を与えておく．

(例 1.) 上の G, H, b で，b の defect group D が $C_G(D)\leq H$ となっているとき。([2], §2)

(例 2.) 同じく，ある複素既約指標 $\zeta\in b$ について，ζ^G が既約指標であるとき。([5], Theorem 2)。

参考文献

[1], J.L. Alperin. J. Algebra 47 (1977), 197-200

[2], R. Brauer. Math. Zeit. 72 (1959/60), 25-46

[3], W. Feit. "Representations of Finite Groups", Yale. Univ (1969)

[4], J. A. Green Math. Zeit. 79 (1962), 100-115

[5], W.F. Reynolds, Nagoya Math. J. 22 (1963), 15-32.