数理解析研究所講究録
第345巻 1979年 7-9

多項目比率データのクラスター分析

岡山大 養　　脇本 和昌
岡山理大　　山本 英二
岡山大 養　　垂水 共之

Random Distanceの分布を用いるクラスター分析法の応用として多項目比率$(P_1,\cdots\cdots,P_{k+1})$が与えられたときも、同様の議論ができる。この場合は、各比率がランダムであるとすると$P=(P_1,\cdots\cdots,P_{k+1})'$が、$k$次元Dirichlet分布$D(1,\cdots\cdots,1:1)$に従うので、$D_k^2$の代りに$Q_k^2=\sum_{i=1}^{k+1}(P_i-P_i')^2$を使えば$Q_k^2$は

$$Q_k^2=(P_1-P_2)'\begin{pmatrix}2&1&\cdots&1\\ \vdots&\ddots&\ddots&\vdots\\ \vdots&\ddots&\ddots&1\\ 1&\cdots&1&2\end{pmatrix}(P_1-P_2)$$

の形をしている。ここでP_1, P_2は互いに独立で、同一分布のk次元Dirichlet分布$D(1,\cdots\cdots,1:1)$に従う。

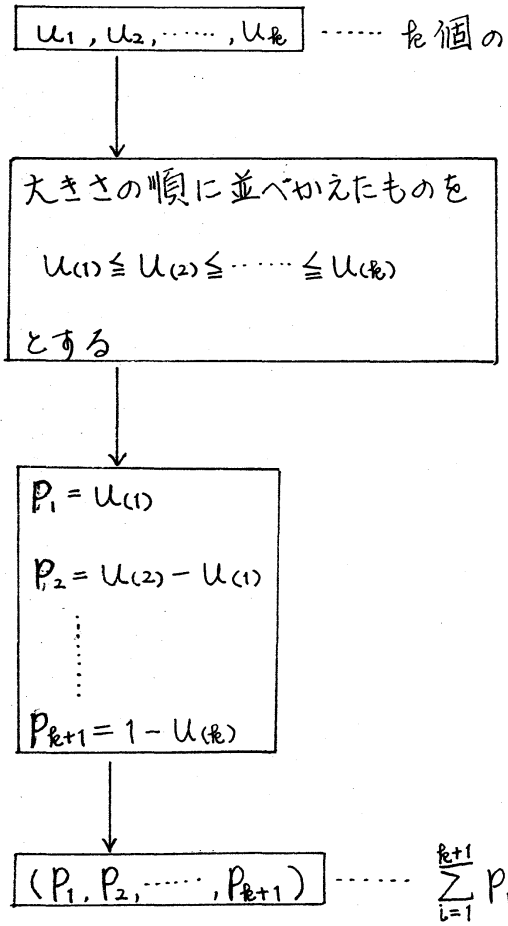
Q_k^2の平均と分散は

$$E(Q_k^2)=\frac{2k}{(k+2)(k+1)}$$

$$V(Q_k^2)=\frac{4k(4k^3+31k^2+47k-24)}{(k+4)(k+3)(k+2)^2(k+1)^2}-(E(Q_k^2))^2$$

となる。Q_k^2 ($k \geqq 2$)の確率分布の計算は大変であり、現在計算中であるが、まだその結果を得てないので、シミュレーションによって近似確率密度関数を求めてみた。その結果を図1に示す。この密度関数を用いれば、前報告と同様にクラスター分析をおこなうことができる。

注　Q_k^2 の確率分布のシミュレーションによる求め方。



$\sum_{i=1}^{k+1} P_i = 1$ 上の2つのランダム点を作り、2点間の距離を計算して確率密度を求めた。

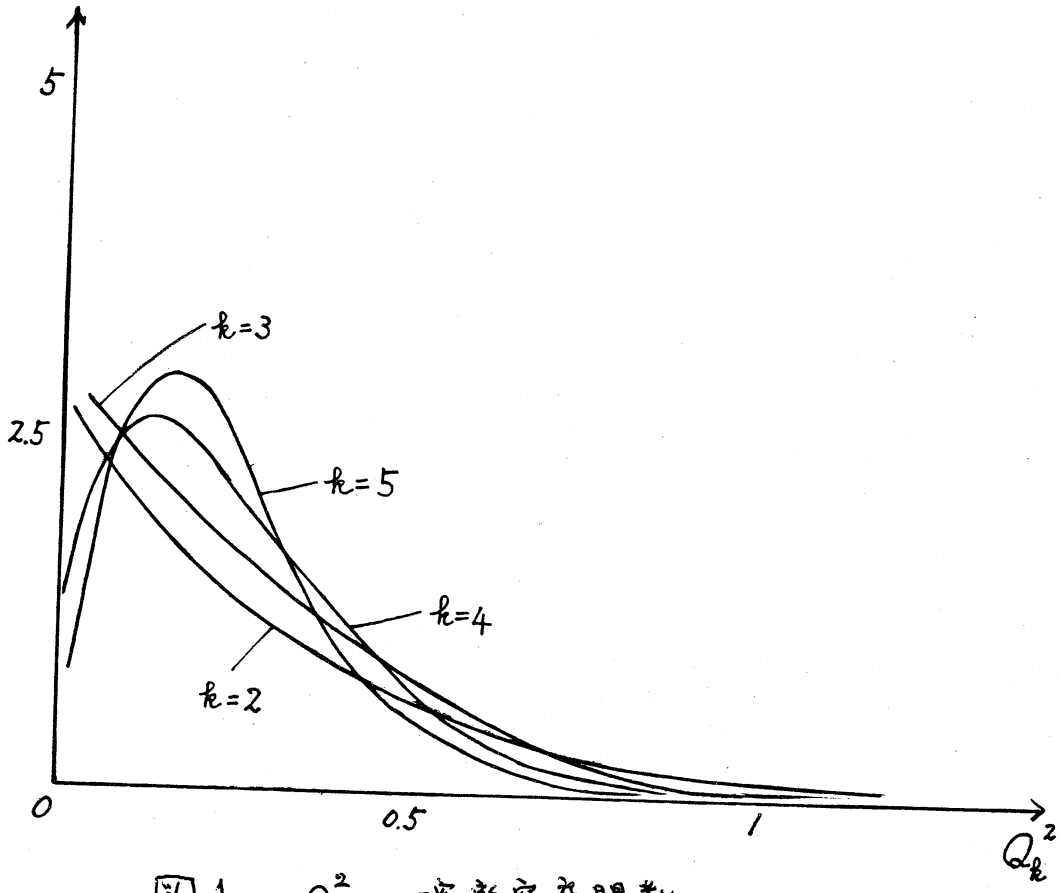


図 1. Q_k^2 の確率密度関数