数理解析研究所講究録
第361巻 1979年 151-153

回折点での超局所解析

東大 理　片岡清臣

光などの線形波動が、物質粒子と違って障害物の影となる領域まで伝播する事は、中学・高校の物理の時間にも教わることである。(但しここでは古典物理に限る。)　この現象は双曲型方程式に対する混合問題として捉えられるが、その解のL^2理論、又はC^∞-特異性については既に多くの人によって解析され、満足な解答を得るに到った。しかし、Melrose, Taylor らが示したように、C^∞特異性は影の部分には現われない。従って回折現象の解明にはC^ω-特異性までも考えなければいけない事がわかる。実際、Friedlander-Melrose はある特別な作用素のディリクレ問題の基本解のC^ω-特異性が影の部分に含まれるような障害物の表面に沿って伝わる事を示した。また、最近 Sjöstrand は一般的な場合に、Dirichlet 条件を満たす解のC^ω-特異性が陪特性帯によってどう記述できるかを述べているが、結果だけなので、記述に

あいまいな点があり，筆者には本質的な点がよくわからない。ここでは筆者が前回まで議論してきた，diffractiveな擬微分作用素のある種の正則性についての予想が一般的に証明できた事を報告する。詳しい内容は[4]に譲る。(我々の場合は境界条件とは無関係の議論である。)

$M=\mathbb{R}^n\ni(x_1,x')$　$M_+=\{x\in M\mid x_1\geq 0\}$，$N=\{x\in M\mid x_1=0\}$（障害物の表面）とおく。

<u>定理</u>　$P(x,D)=D_1^2+P_1(x,D')D_1+P_2(x,D')$　$(D_j=\partial/\partial x_j)$ は $p_0=(x_0;i\eta_0)\in iS^*M\underset{M}{\times}N-iS^*_NM$ の近傍で定義された2階の解析的擬微分作用素で，その主シンボル $\sigma(P)(x,\xi)$ は x，ξ が共に実なら実，かつ下の条件をみたすとする。

$$\left\{\begin{array}{l}\sigma(P)(p_0)=\{\sigma(P),x_1\}(p_0)=0.\\ \{\{\sigma(P),x_1\},\sigma(P)\}(x_0;i\eta_0)<0,\quad d\sigma(P)\wedge dx_1\wedge\omega\,(p_0)\neq 0\end{array}\right.$$

これは p_0 を通る陪特性帯 γ_{p_0} が，p_0 を除いては障害物の外側 $\{x_1>0\}$ に含まれ，p_0 において2次のオーダーで $\{x_1=0\}$ に接している事を保障している。(但し余接空間での話) その時 P は p_0 で N_+-regular である。言い換えれば，障害物の外側で定義された解（超局所解でよく，境界条件は特に仮定しない。）の特異性が $\gamma_{p_0}-\{p_0\}$ 上になければ，$p_0'=\tau(p_0)=(x_0';i\eta_0')$　$(\tau;\ iS^*M\underset{M}{\times}N\setminus iS^*_NM\longrightarrow iS^*N)$ において，解のど

んな境界値もすべてミクロ解析的である。

前回まではPはある形をした微分作用素，解uはファイバー全体での解，すなわち，超関数解の場合と，制限されていたが，今回それらの制限をとり除く事ができた。これは単なる一般化ではなく，実際前回までの結果では $\square = D_t^2 - \Delta$ と一般の解析的超曲面の場合をも扱いえなかった。

文献

[1] F.G. Friedlander – R.B. Melrose, The wave front set of the solution of a simple initial-boundary value problem with glancing rays II. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 81, 1977, p. 97-120

[2] J. Sjöstrand, Sur la propagation des singularités analytiques pour certains problèmes de Dirichlet. C.R. Acad. Sc. Paris, t.288 (9 avril 1979) Série A. 673-674

[3] K. Kataoka, Micro Local Theory of Boundary Value Problems I, 東大理学部紀要に提出中.

[4] K. Kataoka, Micro Local Theory of Boundary Value Problems II and a regularity theorem for diffractive operators, 同上