数理解析研究所講究録
第 362 巻 1979 年 30-50

数学言語の生成文法的構造(*)

東海大 理学部　　近藤基吉

N. Chomsky の生成文法は1955年の著書〔1〕で展開されて以来、1965年の著書〔2〕、1972年の著書〔3〕で修正されたが、なお多くの問題を残しているが、その中の一つはこの文法の普遍性である。この文法は元来英語を土台としたものであるが、N. chomsky はこの文法思想があらゆる言語に適用されることを強調している。これについては多くの批判がなされているけれども、いろいろの言語の生成文法的研究が多くの人びとによって行われ、日本語については、黒田成幸、奥津敬一郎氏等の研究が知られている。周知のように、日本語の生成文法的研究は日本語と英語との比較研究が土台となっていて、多くの難問題が指摘されている。

ところで、私は最近、1975年頃にわが国で使われた、数学で使われた日本語の調査を始め、数学言語 —— わが国の小学校の算数教科書、中学校、高等学校、大学教養課程の数学教

(*) 幼児童の言語系と数学思想の発達〔V〕

料書、一般数学書、専門数学書で使われる日本語 — の研究を始めた。この言語が年令的にどのように発展するかを知るため、就学前の幼児の言語の中で、数学思想がどのように形成されるかを考えるようになった。これにはJ. Piagetの『発生的認識論』を参考にしたが、これによって経験主義的な数学の基礎を経験主義的な方法によって確立されることが判ってきた。

また、これと共に、数学言語の生成文法的な構造の解明が超数学の問題に多くの示唆を与えていることが判ってきた。周知のようにD. Hilbertの有限主義に立脚する公理主義では、超数学が前提されているが、超数学の構造が明確でない。したがって、超数学を確立する必要があるが、そこで使われている言語すなわち超言語に関する考慮が極めて不十分である。超言語を形成化することができないため、その根底をどこに求めるかは極めて重要な問題であるが、私はここで言語の深層構造に超言語の根底を置くことを考えた。そして、意味論における『場の理論』例えば、時枝理論に従って、語、または文の意味を『場合』において考え、文P_k $(k=1, 2 \cdots n)$ によって規定される場面Fが文Qの意味を限定するとき、このことを

$$P_1, P_2 \cdots\cdots P_n \Vdash Q$$

で示し、P_k（$k=1,2\cdots n$）はQを強制する（Force）ということにした。P. J. Cohen の forcing の理論は意味論における『場の理論』に他ならないからである。

そこで、具体的な例を土台にして、これらの点をここで論じようと思う。

I 数学言語

ここで考えている数学言語――これをMで示すことにする――の中には、小学校低学年の算数教科書に現われる文、例えば

(1) みかんが15こあります。8こたべました。みかんはなんこのこっているでしょうか。

もあれば、専門的な数学書で使われる日本語もあって、その言語構造は実に多様的である。

しかし、算数教科書で使われる自然数と高度の数学書に現われる自然数との間には抽象性、論理性に差異はあっても、同じ法則に従っていることは云うまでもない。

また、日本の数学者の使う日本語と子供の使う日本語との間にも、大きな交流面が存在している。

したがって、各種の言語のよせ集めであるような数学言語の根底には、これらの言語に共通する地盤の存在すると考えることができる。このような基盤が何故に存在するかについ

ではいろいろの意見があって、中にはこのような基盤は存在しないと云う主張もあるが、ここでは、先験的な意味でなく、生物的で、社会的な人間の知的能力、知覚、社会的環境等によって、胎児の頃から徐々に取得されると云う立場を取った。

このような立場の展開については、前にも述べた J. Piaget の『発生的認識論』に示唆されるところが多いが、われわれの立場をさらに発展させるため、F. de Saussure の『言語学』を参考にすることにした。

言語には、それを『話す人（書く人）』とそれを『きく人（読む）』とがあって、それらの人びとによって活用されるが、この点に関して

(A) 話す人、きく人の存在を抽象する

(B) 話す人、きく人を客観的な立場におく

(C) 話す人、きく人が主体的立場を取る

が区別される。数学言語の場合、定義、定理証明で使われる文がしばしば（A）の場合に属していて、そこではむしろ人間不在である。しかし教科書、あるいは講義式の数学書では、教師と学生または生徒の存在を前提とする。この場合、定義も、定理も、証明も話され、きかされるが、このとき（A）の場合を取られることもあるけれども、（B）あるいは（C）の場合が取られることもしばしばである。そして、小学校の

低学年の算数教科書から上級に進み、さらに、中学校、高等学校あるいはそれ以上に進むに従って、(C)の場合から、(B)あるいは(A)の場合に移行し、構文構造は単純化せられる。また、それと共に、論理は、様相論理、時制論理を含んだ自然論理から、形式論理に変る。このような変形がどのように行われるか、この経過を知ることはここでの問題の一つである。

F. de Saussure は E. Durckheim の『社会学主義』の立場を取り、言語を『社会的事実』として把握する。ここでの基本的な概念は言語に関する『langue』言語活動に関する『language』と会話に関する『parole』である。そして、これらの基礎概念を土台として壮大な言語論理が展開されている。E. Durckheim の社会主義は A. Comte の『実証主義』を土台としていて、その意味で、E. Borel の『経験主義』との関係も密接である。例えば、言語の普遍性、論理の成立についても『détermination sociale』の立場を取って、経験主義的な面を持っている。

しかし、F. d. Saussure の理論も数学的にも漠然としていて、その点を補うため N. chomsky の文法論を持ち込むことが必要である。

2 生成文法と日本語

N. Chomsky の生成的文法の特質として、次の2点

(1) 文法を構文部門　意味部門　音韻部門に分け、構文部門に対応する言語構造を深層構造と名付け、これを拡大して得られる意味部門に対応する、
を表層構造と名付けた

(2) これらの3部門に対して、構文規則　変形規則　音韻規則を設定し、これらの規則を基本語に適用して、段階的に文を構成することを考えた

にあるが、この見解に対していろいろの批判がなされ、彼自身もこれらの意見にこたえて自己の主張を修正している。ここでは、数学の性格を考慮に入れて、彼の文法論を次のように改めることにした。

文法の基礎を構文部門におくか、意味部門におくかについていろいろの意見があるが、ここでは文の構成に重点を置いて、構文部門を土台に取り、文法構造を

深層構造：構文規則　推論規則　基本語い
意味構造：変形規則　意味規則　基本語い
上層構造：変形規則　修飾規則　基本語い

から構成されていると考えることにした。

幼児の場合、生後2ヶ月頃から、喃語を話すようになり、生後8ヶ月頃から、それが有義語に変って、1才頃から短文

期に入る。それに続いて、幼児は多文期、質問期に入り、3才頃に、言語能力と共に、知能が急速に発達するが、その頃から、論理、算数に関する思想もまた成長し、その後の論理活動、数学活動の基礎がその頃に造られる。また、論理に関しては、構文思想に重点を置く。

この点はN. chomskyの言語思想によるものであるが、構文思想の先験性を主張する彼の意見に同調しない。また、彼は上層構造で、音韻規則に重点を置いているが、ここでは、上層構造における修飾規則に重点を置くことにした。

次に、日本文法については

奥津敬一郎　生成日本文法論

で展開された生成日本文法を土台にして、次の構文規則を定義した。

(B_1)　$S \rightarrow L S_1 F$　(L：副文, F：文末詞)

(B_2)　$S_1 \rightarrow S_2 C$　(C：判断詞)

(B_3)　$S_3 \rightarrow S T$　(T：時制詞)

(B_4)　$S \rightarrow V C$　(VP：動詞句)

(B_5)　$V \rightarrow V V$

(B_6)　$V \rightarrow (NP) Q$　(NP：名詞句)(Q：助詞)

(B_7)　$(NP) \rightarrow S N$　(N：名詞)

(B_8)　$(NP) \rightarrow A S$　(A：形容詞)

$(\mathfrak{B}_9)$　$(\mathfrak{V}\mathfrak{P}) \longrightarrow \mathfrak{S}\mathfrak{V}$

$(\mathfrak{B}_{10})$　$(\mathfrak{V}\mathfrak{P}) \longrightarrow \mathfrak{B}\mathfrak{V}$　（$\mathfrak{B}$：副詞）

$(\mathfrak{B}_{11})$　$\mathfrak{V} \longrightarrow \mathfrak{V}\mathfrak{V}$

$(\mathfrak{B}_{12})$　$\mathfrak{V} \longrightarrow \mathfrak{A}$

$(\mathfrak{B}_{13})$　$\mathfrak{L} \longrightarrow \mathfrak{L}\mathfrak{L}$　（$\mathfrak{L}$ 副文）

$(\mathfrak{B}_{14})$　$\mathfrak{L} \longrightarrow \mathfrak{S}$

$(\mathfrak{B}_{15})$　$\mathfrak{L} \longrightarrow \mathfrak{P}$　（$\mathfrak{P}$：間投詞）

これによれば、文$\mathfrak{S}$は

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{L}\mathfrak{U}(\mathfrak{V}\mathfrak{P})\mathfrak{T}\mathfrak{C}\mathfrak{F}$$

の形をしている。そこで

$$\mathfrak{Z} = \mathfrak{T}\mathfrak{C}\mathfrak{F}$$

となれば、文$\mathfrak{S}$は

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{L}\mathfrak{U}(\mathfrak{V}\mathfrak{P})\mathfrak{Z}$$

となる。したがって

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{L}^m \mathfrak{P}((\mathfrak{N}\mathfrak{P})\mathfrak{Q})^n(\mathfrak{V}\mathfrak{P})\mathfrak{Z}$$

が得られ、数学言語の文の解明に役立つ。

3　集合論と日本語

現代数学で最も基本的な集合論の場合を考えてみよう。集合論（ZF）は原始記号

$$x,\ \phi,\ =,\ \in,\ \vee,\ \wedge,\ \rightarrow,\ \rightleftarrows,\ \neg,\ \exists,\ \forall,\ |,$$
$$(\quad)$$

によって記載されるので、これを土台にして、次の語を取る。

名詞　集合(χ)　空集合(ϕ)　次(1)　すべて

形容詞　等しい($=$)

動詞　属する($\in$)　限る　ある

助動詞　ない($\neg$)

助詞　が　に　で　の　は　ので

接続詞　そして　または　とき

連体詞　ある

連語　では

そして、論理式を次のように翻訳する

$a = b$　aはbに等しい

$a \leftarrow b$　aはbに属する

$A \vee B$　A^{*} またはB^{*} のである

$A \wedge B$　A^{*} そしてB^{*} のである

$A \to B$　A^{*} とき、B^{*} のである

$A \rightleftarrows B$　A^{*} ときに限り、B^{*} のである

$\neg A$　A^{*} ではない。

$\neg(A \vee B)$　A^{*} またはB^{*} のではない。

$\neg(A \wedge B)$

$(\forall a)B$　すべてのaでB^{*}が成り立つ

$(\exists a)B$　あるaでB^{*}が成り立つ。

ただし、A^*, B^*は共に A.B の翻訳である。また

X I　次の集合

X II　次の次の

.....

と翻訳する。

これによって、論理式は整合的な日本語に正確に翻訳される。ここで

(......)　は　....のである。

となっている。

ところで、集合論（ZF）を展開するには、超言語が補助的に使われている。したがって、ここでも、これらの超言語に相当する日本語 ― これを簡単に超言語と云うことにする ― を定めることが、必要である。そこで

布川正己　現代数学序論　上巻

の第1章　集合論　§1－§5で使われる日本語 ― これを下で示す ― を参考にして、超言語に必要な数学言語を決定することにした。

おきかえる　おこる　する　できる　つける　なる　みたす　みなす　もつ　よぶ　与える　表わす　許える　得る　書く　限る　変る　考える　避ける　定まる　定める　調べる　成り立つ　属する　異る　認の

る　見る　用いる　導く　求める　似る　述べる　従う　含む　一致する　意味する　明示する　規約する　所属する　記述する　存在する　証明する　抽象する　要求する

である。この中には、『避ける』のように、数学言語の上層構造に属すと思われるものもあれば、『求める』のように意味構造に属し、命令文の構成に使われているものもある。

また、そこで使われる文の端末は次の10の場合に分けられる。

（1.1）　式

（1.2）　名詞

（2.1）　終止形の動詞

（2.2）　受身文の端末　よばれる、得られる　用いられる

（2.3）　進行形の動詞：定められている

（2.4）　推測を表わす語　あろう

（2.5）　否定を表わす語：もたない　ない　ならない

（3.1）　形容詞　等しい　大きい

（3.2）　命令形の動詞　書け

（3.3）　終助詞『よ』を受ける動詞：求めよ　調べよ　証明せよ　記述せよ

また、副文で使われる端末は次の5種類

(1) 接続詞　ときに

(2) 接助詞　から　が　は　て　ため

(3) 格助詞　と　の

(4) 複合助詞　には　にも　ても

(5) 連用形　ように　より　動詞の連用形

(6) 連語　として

他方で

さらに、しかし、そして、それに　すなわち、また、

または、ゆえに

によって、いくつかの文が意味的に接続せられ、名詞句の接続には、接続詞

および

が使われている。また

おいて　関する　対して　ついて

が助詞のように使われ、文の意味を強める副詞

決して　ちょうど

等が使われている。そのため、Fの文の構造を論ずるには、その生成文法的構造を知ることが必要で、それらの点を次で論ずる。

4　算数言語とForcing

小学校の算数教科書に現われる数学言語―― これを算数言語ということにする ――は高等学校の数学教科書や大学の数学参考書等で使われる数学言語よりも多くの点で複雑である。例えば、次の文章

(1) みかんが 15こ あります
8こ たべました。
なんこ のこって いるでしょうか

の意味を理解することは難しい。『時制の一致』の立場を取れば、この文章は意味を持たないことになるが、日本語では、このような云い方が使われている。

ここで、tense logic を考える必要のあることは云うまでもないが、この問題の出ている教科書の教師用書では、この文章に関して『情景図から、問題について話し合う』と書いて、文章の上の方にある情景図（4人の子供の前にみかんが置いてある）の意味を指示している。この説明によれば、最初の文は『みかんのある情景』を述べたもので、次の文はそのような情景の中での出来事を書いたものであるが、時枝誠記氏は『国語学原論』の中で、この点を取りあげて、日本語の文の意味は文のおかれている『場面』に関係していることを強調している。

この主張は意味論における『場の理論』に属するものであ

るが、日本語についてはこの点が特に重要で、日本語の非論理性を主張する人びとの誤解等は『場面』の概念によって解消されるように思う。例えば、日本語では人称代名詞がしばしば省略されるが、これも場面の概念によって補充できるものである。

また、『つくる』と云う語の意味を明かにするには、『つくる人』『つくられるもの』『つくる仕方』等を明かにしなければならない。また、『本をつくる』と云う文の意味には『原稿を書く』『印刷する』『製本する』等があって、その意味を明らかにするには、その情景、すなわち『場面』を限定することが必要であるが、この『限定』が P.J. Cohen の考えた『forcing』の思想であり、このように考えるとき、『場面』は『forcing condition』である。例えば、場面 F が

積木で、ひもで、家を、三角形を、花子は、一郎が、つくる

で、これが『つくった』を限定するとき、このことを forcing formula

(2) F⊩つくった

で書くことができる。また、これを変形して

F⊩家を　つくった

F ⊩ ひもで、家を　つくった

F ⊩ 一郎が、ひもで　家を　つくった

導くことができる。勿論

F ⊩ 花子は　積木で　家を　つくった

も得られるが、場面を設定して、数学言語の文を作るためには、多くの困難がある。

簡単のため

小平邦彦編　新訂あたらしい　さんすう

I　東京書籍

で使われる算数言語 ── これを$\underline{M}_1$で示す ── を考えてみよう。

$\underline{M}_1$は非常に整備されていて　文は

$$\underline{L}^a\,\underline{P}^b\,\overline{U}^m\,(\nabla \underline{P})\,\nabla^c\,T\,C\,F$$

$$(m = 0, 1, 2;\ a, b, c = 0, 1)$$

である。ただし

時制詞T　いる（または、その活用形）　ϕ

判断詞C　そう　ϕ

端末詞F　ます　ました　ましょう　です　でしょうか

は、では、には　て　へ　と　で　ϕ

の形をしている。

また、$\underline{M}_1$の深層構造を構成する名詞として算数、人間、社会等に関係する次の語をあげることにした。

論理 ことば しかた しるし ぜんぶ もの わけかた

順序 あと いちばんめ じゅん つぎ なか はじめ まえ じゅんじょ

数 かず くらい けいさん たしざん すうじ ちがい のこり

量 おおきさ かさ ながさ

図形 うら おもて かたち さんかく しかく せん たて よこ わ

物 おはじき ひも ていぷ いれもの

人間 こども ひろこ ただし

社会 とけい ねだん

自然 みず すな

ここで、仮想的な人名を取った理由は、$\underline{M}_1$の中に、個人を指す人称代名詞がなく、その欠点を補う必要があったからである。

また、$\underline{M}_1$の深層構造に属する動詞として、次の語を取る。

動詞 ある あつめる いう かぞえる かく くばる くらべる する たす ちがう できる なる ひく ならべる のこす はかる よせる わける つくる はらう かう

そして、これらの語の活用のため、次の語を$\underline{M}_1$から取って、

深層構造の語とする。

$\boxed{\text{補助動詞}}$ いる

$\boxed{\text{代名詞}}$ そこ どちら どれ みんな なに

$\boxed{\text{形容詞}}$ おおきい ちいさい すくない みじかい なが い

$\boxed{\text{形容動詞}}$ いろいろ おなじ

$\boxed{\text{副詞}}$ いくつ どう おおく

$\boxed{\text{数詞}}$ 0, 1, 2, …… 100 = えんじ

$\boxed{\text{連体詞}}$ どの どんな

$\boxed{\text{助詞}}$ が から ずつ て で と に の は まで より を

そこで、$\underline{M}_1$の深層構造を$\underline{M}_1D$で示し、$\underline{M}_1D$に属する文を構成する変形規則を考える。この規則には、与えられた場面$\underline{X}$において、1つの文を作る規則、1つの文を変形する規則と、2つの文から1つの文を作る規則がある。

$\boxed{A}$ 一般に、有限個の語からなる集合を$\mathcal{L}$とし、$\mathcal{L}$の語の横結合によって得られる自由半群を$\mathcal{L}^*$とする。また、$\mathcal{L}^*$の有限部分集合の族を$\mathcal{F}$とし、$\mathcal{F}\times\mathcal{L}^*$の部分集合を$\mathcal{L}^*$の中に写す対の1つを$\mathcal{D}$とする。

このとき、$\mathcal{F}$の元$\underline{X}$と$\mathcal{L}^*$に属する端末語Aで、$(\underline{X}, A)$が$\mathcal{D}$の元であるものを与えたとき、A_k $(k=0, 1, 2 \cdots\cdots n)$ が

$$A_0 = A \qquad A_{k+1} = \sigma(\mathfrak{X}, A_k) \qquad (k=0,1,2,\cdots n-1)$$

によって定義せられ、$\sigma(\mathfrak{X}, A_n)$ が定義されないならば、$\mathfrak{X}$ を**場面** $A_n, A_{n-1} \cdots A_0$ を場面 $\mathfrak{X}$ に関する**単文**、あるいは文と云い、

$$\mathfrak{X} \Vdash A_n, A_{n-1} \cdots\cdots A_0$$

を示し、この式を**強制式**と云う。

例えば、動詞『つくる』の意味が場面 F によって明らかにされるとき、P.14 で述べられた文が F によって強制されていることが明らかになる。また、P.9 で述べた文は『等しい』『属する』の意味を定める場面で強制される。

B 次の変形規則は、**A** で得られた文を変形して、新しい文を作る規則である。例えば強制式

$\{$のはらで、かけっこ、かくれんぼ$\}$

$\Vdash$ こどもが　あそんで　います

を変形して

$\{$かけっこ、かくれんぼ$\}$　$\Vdash$　のばらで　こどもが

あそんで　います

を作れば、後の方の文の意味が前の方よりも明らかになる。また、後の方を変形して、前の方を作ることもできる。また強制式

$\mathfrak{X} \Vdash$　たろうは　えを　かきました

を変形して、強制式

$X \Vdash$ たろうが　えを　かきました.

を作るとき、そこに現われる文の意味が変る。

このような変形は文の深層構造を知るために、しばしばこのような変形が使われる。

なお、文の否定については、強制式

$$X \Vdash \mho^m(\nabla P)\nabla^c Z$$

(ただし, Zは端末語) が与えられたとき

$$X \Vdash \mho^m(\nabla P)\nabla^c \widetilde{Z}$$

(ただし、$\widetilde{Z}$はZの否定を現わす端末語) が成立すると考る。

$\boxed{C}$ 次に、2つの文から、1つの文を作る変形規則の1つは$\boxed{\text{結合}}$で、図式

$$\frac{X \Vdash \mho^m R. \qquad X \Vdash \mho^n R}{X \Vdash \mho^m, \mho^n R}$$

(ただし, $R=(\nabla P)\nabla^c Z$) で与えられる。例えば、文

ひろしさんは　かきを　8にんに　わけました

おとうとは　くりを　6にんに　わけました

を結合して

ひろしさんは　かきを　8にんに. おとうとは　くりを　6にんに　わけました

が得られる。例えば　2つの文

5に　2を　たします

こたえは　いくつに　なるでしょうか

から、1つの文

5に　2を　たすと　こたえは　いくつ　に　なるで

しょうか

を作ることができる。このときは次の図式

$$\frac{\mathfrak{X} \Vdash \mathfrak{V}^{m}(\mathfrak{V}\ \mathfrak{P})\mathfrak{V}^{c}\mathfrak{Z} \qquad \mathfrak{X} \Vdash \mathfrak{S}}{\mathfrak{X} \Vdash \mathfrak{V}^{m}(\mathfrak{V}\ \mathfrak{P})\mathfrak{V}^{c}\mathfrak{Z}^{*}, \mathfrak{S}}$$

で与えられる。ここで、$\mathfrak{Z}^{\sharp}$を端末語$\mathfrak{Z}$に対応する副文の端末語を示す。

ところで、文の構成と並んで、名詞句の構成が必要で、これは次のように与えられる。

前と同様に、$\mathfrak{F} \times \mathfrak{L}^{\sharp}$の部分集合Dを$\mathfrak{L}^{\sharp}$の中に写す対応の1をτとする。

このとき、$\mathfrak{F}$の元$\mathfrak{X}$と名詞Aで、$(\mathfrak{X} A)$がDの元であるものを与えたとき、$A_k\ (k=0, 1, 2 \cdots n)$が

$$A_0 = A \qquad A_{k+1} = \tau(\mathfrak{X}, A_k \quad) \quad (k = 0, 1, 2 \cdots\cdots n-1)$$

によって定義せられ、$\tau(\mathfrak{X} A_n)$が定義されないならば、A_n A_{n1}　$A_1 A_0$を$\boxed{\text{場面}}$ $\mathfrak{X}$に関する$\boxed{\text{名詞句}}$と云う。例えば、『2より　おおきい　かず』は名詞句である。また、『はなこのつくったもの』を簡略にした『はなこのつくったの』等も名詞

句である。

同様に、動詞句が定義されるが、ここでは

動詞、形容動詞、終止形の形容詞、副詞

を動詞句と考えた。

そして、文をP.7にある型に形成できると云う立場——格平衡主義—から、3 4で述べた数学言語の生成文法的構造を具体的に決定しているが、数学言語においては時枝誠記氏の意味論が成立するように思われる。

文献に

(1) N. Chomsky : Syntactic structures 1957

(2) 〃 : Aspects of the theory of syntax 1965

(3) 〃 : Studies on semantics in generative grammar 1972