数理解析研究所講究録
第 421 巻 1981 年 1-14

オートマトンのクラスのデカルト合成

京産大 理 伊藤正美
東海大 理 田中源次郎

0. はじめに

入力集合が固定されたオートマトンのクラスは準同形関係によって半順序集合をなす．文献[3,4]で，我々は次の結果を得ている：擬完全オートマトンのクラス，完全オートマトンのクラス，強共終オートマトンのクラスはそれぞれ束をなす．一方，巡回オートマトン，強連結オートマトン，共終オートマトンのクラスはいずれも束をなさない．

同時に上記文献に於いて，我々は，束をなすオートマトンのクラスに対しては，与えられた二元の上限を，また束をなさないオートマトンのクラスに対しては，与えられた二元の上界集合の極小元をもとめる，アルゴリズムを与えた．

この論文に於いて，我々は，オートマトンのクラスのデカルト合成の概念を用いることにより，既知のクラスから束をなす新しいクラスをつくりだす方法を考察する．

1．基礎的諸概念

この節では，以後の理論の展開に必要な幾つかの概念およびそれらに関連した結果をのべる．

[定義 1]　オートマトンAは，3項系列 $A=(S, \Sigma, M)$ である．ここでSは状態のなす有限集合，Σ は入力記号のなす有限集合，$M: S\times\Sigma \rightarrow S$ は状態遷移関数で，$S\times\Sigma^*$ 上の関数として次のように拡張されて用いられる．但し，Σ^* は Σ の元によって生成される自由半群であり，単位元 Λ（空語）を含む：$\forall\sigma\in\Sigma$, $\forall x\in\Sigma^*$, $\forall s\in S$ に対して $M(s, \sigma x)=M(M(s,\sigma), x)$，かつ $M(s, \Lambda)=s$.

[定義 2]　$A=(S, \Sigma, M)$, $B=(T, \Sigma, N)$ を二つのオートマトン，ρ を次のような性質をもつSからT上への写像とする：$\forall s\in S$, $\forall\sigma\in\Sigma$ に対して，$\rho(M(s,\sigma))=N(\rho(s), \sigma)$.

このとき，ρ をオートマトンAからオートマトンBへの準同形写像とよぶ．また，このような ρ が存在するとき，AはBに準同形であるという．この論文に於いては，AからBへの準同形写像全体の集合を $\mathrm{Hom}(A\rightarrow B)$，またAがBに準同形なるとき，$A \xrightarrow{\sim} B$ と記すことがある．さらに，上記で ρ が一対一のとき，ρ をAからBへの同形写像，AはBに同形とよび，$\mathrm{Iso}(A\rightarrow B)$ でAからBへの同形写像全体の集合，$A\approx B$ でAがBに同形なることを表わす．

[定義 3]　$A=(S, \Sigma, M)$, $B=(T, \Sigma, N)$ を二つのオートマトンとす

る．このとき，$A \leq B$ なることは $B \gtrsim A$ を意味する．また，互に同形なオートマトンは同一なものとみなすことにする．これにより，入力集合Σが固定されたオートマトン全体の集合は関係($\leq$)により半順序集合となる．以後，上記の集合を$V_\Sigma(A_u)$または$V(A_u)$と表わす．

［定義4］ $A, B \in V(A_u)$(正確には$A, B \in V_\Sigma(A_u)$)に対して集合$\{A, B\}$の上界集合の極小元全体の集合を$A \circ B$であらわす．すなわち，$C \in A \circ B$は次のことを意味する：$C \in V(A_u)$, $C \geq A$, $C \geq B$かつ$D \geq A$, $D \geq B$, $C \geq D$なる$^\forall D \in V(A_u)$に対して，$D \neq A$, $D \neq B$ ($D \not\approx A$, $D \not\approx B$の意味)ならば，$C = D$がなりたつ．

［定義5］ 固定された入力集合Σをもち，かつ性質Pをもつすべてのオートマトンの集合を$V_\Sigma(P)$(より簡単には$V(P)$)と記す．このとき，$V_\Sigma(P)$は$V_\Sigma(A_u)$の部分半順序集合となる．さらに，性質Pが準同形によって保存されるとき(すなわち，$A \in V(P)$かつ$Hom(A \to A') \neq \phi$なるとき$A' \in V(P)$がなりたつ)，$V(P)$は強クラスとよばれる．また性質Pが準同形によって部分的に保存されるとき(すなわち，$A, B \in V(P)$, $C \in V(A_u)$かつ$A \geq C \geq B$なるとき$C \in V(P)$がなりたつ)，$V(P)$は半強クラスとよばれる．性質Pに対して特に上記の条件を要求しないとき，$V(P)$は単にクラスとよばれる．

［定義6］ $V(P)$をクラスとする．$^\forall A, B \in V(P)$に対して，$[A \circ B]_{V(P)}$

で集合$\{A, B\}$の$V(P)$に於ける上界集合の極小元全体の集合を表わす．また，$[A*B]_{V(P)}$で集合$\{A, B\}$の$V(P)$に於ける下界集合の極大元全体の集合を表わす．特に，$V(P)$が束をなすときには，上記はそれぞれ集合$\{A, B\}$の上限，および下限を表わす．

[補助定理1]　$V(P)$をクラスとする．さらに，$\forall A, B \in V(P)$に対して，$[A*B]_{V(P)} \neq \phi$とする．このとき，$V(P)$が上半束(すなわち，$\forall A, B \in V(P)$に対して$[A \circ B]_{V(P)}$が一元集合)ならば，$V(P)$は束である．

[定義7]　$A=(S, \Sigma, M)$をオートマトンとする．$\forall s, t \in S$に対して，状態列$s=s_0, s_1, s_2, \cdots, s_{n-1}, s_n=t$および$\Sigma^*$の元の列$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{n-1}$が存在して，$\forall i\,(0 \leq i \leq n-1)$に対して，$M(s_i, x_i)=s_{i+1}$か$M(s_{i+1}, x_i)=s_i$のいずれかが成立するとき，$A=(S, \Sigma, M)$を連結オートマトンとよぶ．

[定義8]　$A=(S, \Sigma, M)$をオートマトンとする．$\forall s, t \in S$に対して，Σ^*の元xが存在して，$M(s, x)=t$が成立するとき，$A=(S, \Sigma, M)$を強連結オートマトンとよぶ．

[定義9]　$A=(S, \Sigma, M)$をオートマトンとする．$\forall s, t \in S$に対して，Σ^*の元xが存在して，$M(s, x)=M(t, x)$が成立するとき，$A=(S, \Sigma, M)$を共終オートマトンとよぶ．さらに，強連結な共終オートマトンのことを，強共終オートマトンとよぶ．

次にのべる幾つかの定理に於ける概念については，この論

文では本質的でないので，のべない．詳しくは，文献[3,4]を参照せよ．

[定理1] 入力集合がΣであるすべての擬完全オートマトンのクラス$V_\Sigma(Q_p)$はモジュラー束をなす．ただし，$V_\Sigma(Q_p)$は半強クラスでない．

[定理2] 入力集合がΣであるすべての完全オートマトンのクラス$V_\Sigma(P_e)$はモジュラー束をなす強クラスである．

[定理3] 入力集合がΣであるすべての強共終オートマトンのクラス$V_\Sigma(S_{cf})$は束をなす強クラスである．ただし，$V_\Sigma(S_{cf})$はモジュラー束ではない．

[定義10] $A=(S,\Sigma,M)$, $B=(T,\Gamma,N)$を$\Sigma\cap\Gamma=\phi$なる二つのオートマトンとする．状態遷移関数が次のように定義されたオートマトン$A.B=(S\times T,\Sigma\cup\Gamma,M.N)$をA, Bのデカルト合成とよぶ：$\xi\in\Sigma$のとき，$M.N((s,t),\xi)=(M(s,\xi),t)$. $\xi\in\Gamma$のとき，$M.N((s,t),\xi)=(s,N(t,\xi))$.

[定理4] デカルト合成A.Bは，A, Bが共に連結のとき，そのときにかぎって連結である．さらに，デカルト合成A.Bは，A, Bが共に強連結のとき，そのときにかぎって強連結である．

2．クラスのデカルト合成

6

この節では，オートマトンのクラスのデカルト合成を定義し，束をなすクラスのデカルト合成は束であることを示す．

[定義11] $V_\Sigma(P)$, $V_\Gamma(Q)$ を $\Sigma\cap\Gamma=\phi$ なるクラスとする．このとき，集合 $V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)=\{A.B \mid A\in V_\Sigma(P),\ B\in V_\Gamma(Q)\}$ を $V_\Sigma(P)$ と $V_\Gamma(Q)$ のデカルト合成とよぶ．

[補助定理2] $A=(S,\Sigma,M)$, $B=(T,\Gamma,N)$, $C=(U,\Sigma,K)$, $D=(V,\Gamma,L)$ を $\Sigma\cap\Gamma=\phi$ なる連結オートマトンとする．このとき，もし $A.B\geq C.D$ ならば，$A\geq C$, $B\geq D$ がなりたつ．

(証明) 任意の順序対 (a,b) に対して $pr_1((a,b))=a$, $pr_2((a,b))=b$ とおく．今，ψ を $A.B$ から C 上への準同形写像とする．まず次のことが容易にいえる．$N(t,y)=t'\ (y\in\Gamma^*)$ なる $t,t'\in\Gamma$ および $\forall s\in S$ に対して，$pr_1(\psi((s,t)))=pr_1(\psi((s,t')))$．次に B の連結性と上記の事実より，$\forall s\in S$, $\forall t,t'\in T$ に対して $pr_1((s,t))=pr_1((s,t'))$ がなりたつ．ここで，$\forall s\in S$ に対して $\xi(s)=pr_1((s,t))$ とおく．ただし，t は T の任意の要素．このとき，ξ が A から C 上への準同形写像であることを確かめるのは容易である．したがって，$A\geq C$ がなりたつ．同様に，$\eta(t)=pr_2((s,t))$ とおくことにより，$B\geq D$ も証明できる．□

[定理5] $V_\Sigma(P)$, $V_\Gamma(Q)$ を $\Sigma\cap\Gamma=\phi$ なる連結オートマトンからなるクラスとする．このとき，もし $V_\Sigma(P)$ および $V_\Gamma(Q)$ が束をなすならば，$V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ も束をなす．

(証明) $^\forall A.B,\ A'.B' \in V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ に対して，$[A.B \circ A'.B']_{V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)} = \{[A \circ A']_{V_\Sigma(P)} \cdot [B \circ B']_{V_\Gamma(Q)}\}$ がなりたつ．このことと[補助定理 1]より，定理は証明される．□

3. 半強クラスのデフォルト合成

前節でみたように，束をなすクラスのデフォルト合成は束をなす．しかしながら，クラスの性質がデフォルト合成によって保存されるとはかぎらない．この節では，半強クラスに関してこの問題をとりあつかう．

[補助定理 3] $D=(S, \Sigma, M)$を強連結オートマトンとする．さらに，$A=(T, \Gamma, N)$, $B=(U, \Gamma, L)$, $C=(V, \Sigma\cup\Gamma, K)$を$\Sigma\cap\Gamma=\phi$なる連結オートマトンとする．このとき，もし$D.A \geq C \geq D.B$がなりたつならば，$C=D.\bar{A}$, $A \geq \bar{A} \geq B$なるオートマトン$\bar{A}$が存在する．

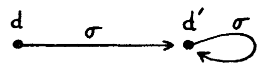
(証明) $\psi=\delta\xi \in Hom(D.A \to D.B)$とおく．ここで，$\xi \in Hom(D.A \to C)$および$\delta \in Hom(C \to D.B)$である．今，$\xi((s,t))=\xi((s',t'))(s,s' \in S,\ t,t' \in T)$とする．$\psi=\delta\xi \in Hom(D.A \to D.B)$また[補助定理 2]の証明より，$^\exists f \in Iso(D \to D)$, $^\exists g \in Hom(A \to B)$, $\psi((s,t))=(f(s), g(t))$となる．これより，$(f(s), g(t))=(f(s'), g(t'))$．したがって，$f(s)=f(s')$．$f$の一対一性より，$s=s'$．これにより，後述の写像$\rho$は一対一になる．

次に，$s' \in S$に対して$t \underset{s'}{\longleftrightarrow} t'\ (t,t' \in T)$は，$\xi((s',t))=\xi((s',t'))$を意味するものとする．さらに$[t]_{s'}=\{t' \mid t \underset{s'}{\longleftrightarrow} t'\}\ (t \in T)$とおく．こ

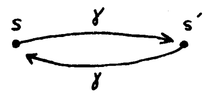
のとき実際には, $^\forall s\in S$ に対して $[t]_s=[t]_{s'}$. したがって, これを単に $[t]$ と記す. ここで, $\bar{T}=\{[t]\mid t\in T\}$, $\bar{N}([t],\gamma)=[N(t,\gamma)]$ $(t\in T,\ \gamma\in\Gamma)$ とおくと, $\bar{N}$ は $\bar{T}\times\Gamma$ から $\bar{T}$ の中への関数となる. したがって, $\bar{A}=(\bar{T},\Gamma,\bar{N})$ はオートマトンとなる. 次に, $D.\bar{A}$ を考える. また, $^\forall s\in S$, $^\forall t\in T$ に対して $\rho((s,[t]))=\xi((s,t))$ とおくと, ρ は $S\times\bar{T}$ から V の中への写像となる. 実際は, これは V の上への写像であり, しかも $[t]$ の定義から一対一写像である. さらに, $^\forall z\in(\Sigma\cup\Gamma)^*$ に対して $\rho(M.\bar{N}((s,[t]),z))=K(\rho((s,[t])),z)$ なることの証明も容易である. すなわち, $\rho\in \mathrm{Hom}(D.\bar{A}\to C)$. したがって, $D.\bar{A}=C$. [補助定理2]より, $A\geq\bar{A}\geq B$ はあきらか. □

[注1] 上記補助定理に於いて, D に関する条件, すなわち D の強連結性は必要である. たとえば, 次のような状態遷移図をもつオートマトン D, A および B を考えてみよう:

D:

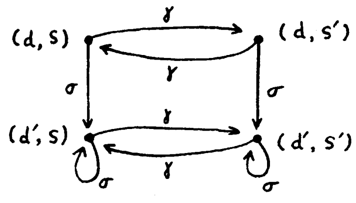


A:

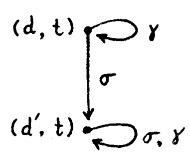


B:

D.A:

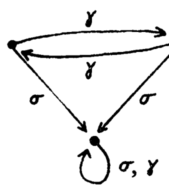


D.B:



下記のオートマトンCは$D.A \geq C \geq D.B$をみたすが，自明でない二つのオートマトンのデカルト合成として表わすことはできない．

C:



[定理6] $D=(S, \Sigma, M)$を強連結オートマトン，$V_\Gamma(P)$を連結オートマトンからなる半強クラスとする．ただし，$\Sigma \cap \Gamma = \phi$である．このとき，$\{D\}.V_\Gamma(P)$は半強クラスである．さらに，$V_\Gamma(P)$が束のときは，$\{D\}.V_\Gamma(P)$も束である．

(証明) $\{D\}$が束をなす半強クラスであることに注意する．したがって，[定理5]より，定理の後半はあきらかである．次に$D.A \geq D.B$なる$D.A, D.B \in \{D\}.V_\Gamma(P)$を考える．$^\forall C \in V_{\Sigma \cup \Gamma}(Au)$ $(D.A \geq C \geq D.B)$に対して，[補助定理3]より，$^\exists \bar{A}$ $(A \geq \bar{A} \geq B)$，$C = D.\bar{A}$がなりたつ．このとき，$V_\Gamma(P)$が半強クラスなることより，$\bar{A} \in V_\Gamma(P)$．すなわち，$C = D.\bar{A} \in \{D\}.V_\Gamma(P)$．このことは$\{D\}.V_\Gamma(P)$が半強クラスであることを意味している．□

4. 強クラスのデカルト合成

この節では，強クラスのデカルト合成が強クラスになるた

めの十分条件を与える.

$A=(S,\Sigma,M)$, $B=(T,\Gamma,N)$, $C=(U,\Sigma\cup\Gamma,L)$ を $\Sigma\cap\Gamma=\phi$ かつ $A.B \geq C$ なる強連結オートマトンとする. また, $\rho\in Hom(A.B\rightarrow C)$ とする. $s'\in S$, $t'\in T$ に対して S および T 上の関係 $\xleftrightarrow[t']{}$, $\xleftrightarrow[s']{}$ を次のように定義する: $s_1 \xleftrightarrow[t']{} s_2$ ($t_1 \xleftrightarrow[s']{} t_2$) は $\rho((s_1,t'))=\rho((s_2,t'))$ ($\rho((s',t_1))=\rho((s',t_2))$) がなりたつことを意味する.
このとき, これらの関係はそれぞれ S,T 上の同値関係になる. ここで, $[s_1]_{t'}=\{s_1' \mid s_1 \xleftrightarrow[t']{} s_1'\}$ $(s_1\in S)$, $[t_1]_{s'}=\{t_1' \mid t_1 \xleftrightarrow[s']{} t_1'\}$ $(t_1\in T)$ とおく. A,B の強連結性より, $^\forall s\in S$, $^\forall t\in T$ に対して $[s_1]_t=[s_1]_{t'}$, $[t_1]_s=[t_1]_{s'}$ がなりたつので, これらを簡単に $[s_1]$, $[t_1]$ と表わす. さらに, $\bar{S}=\{[s]\mid s\in S\}$, $\bar{M}([s],\sigma)=[M(s,\sigma)]$ $(s\in S,\sigma\in\Sigma)$, $\bar{T}=\{[t]\mid t\in T\}$, $\bar{N}([t],\gamma)=[N(t,\gamma)]$ $(t\in T,\gamma\in\Gamma)$ とおくとき, $\bar{M},\bar{N}$ はそれぞれ $\bar{S}\times\Sigma$ から $\bar{S}$ の中への, $\bar{T}\times\Gamma$ から $\bar{T}$ の中への写像となる. したがって, $\bar{A}=(\bar{S},\Sigma,\bar{M})$, $\bar{B}=(\bar{T},\Gamma,\bar{N})$ はオートマトンになる.

[補助定理 4] $A\geq\bar{A}$ および $B\geq\bar{B}$ がなりたつ.

(証明) $\xi(s)=[s]$, $\eta(t)=[t]$ とおくとき, $\xi\in Hom(A\rightarrow\bar{A})$, $\eta\in Hom(B\rightarrow\bar{B})$ がなりたつ. したがって, $A\geq\bar{A}$, $B\geq\bar{B}$. □

[補助定理 5] $\bar{A}.\bar{B}\geq C$ がなりたつ.

(証明) $\delta(([s],[t]))=\rho((s,t))$ $(s\in S,t\in T)$ とおく. まず, ρ が $\bar{S}\times\bar{T}$ から U の中への写像になることを示す. $([s],[t])=([s'],[t'])$ とお

く．$[s]=[s']$ より，$\rho((s,t))=\rho((s',t))$．一方，$[t]=[t']$ より，$\rho((s',t))=\rho((s',t'))$．したがって，$\rho((s,t))=\rho((s',t'))$．これより，$\delta$ は写像になる．また，δ が U の上への写像であることもあきらか．最後に，${}^{\forall}s\in S$, ${}^{\forall}t\in T$, ${}^{\forall}z\in(\Sigma\cup\Gamma)^*$ に対して $\delta(\bar{M}.\bar{N}(([s],[t]),z))=L(\delta(([s],[t])),z)$ なることも容易に証明される．これより，$\delta\in \mathrm{Hom}(\bar{A}.\bar{B}\to C)$，すなわち，$\bar{A}.\bar{B}\geq C$ がなりたつ．□

[補助定理 6]　A, B のすくなくともいずれかが共終オートマトンならば，$\bar{A}.\bar{B}=C$ がなりたつ．

(証明)　B が共終オートマトンであると仮定して一般性を失なわない．証明のためには，δ が一対一写像になることを示せばよい．$\rho((s,t))=\rho((s',t'))$ $(s,s'\in S,\ t,t'\in T)$ とする．B が共終オートマトンであることから，${}^{\exists}y\in\Gamma^*$, $N(t,y)=N(t',y)$ がなりたつ．ここで，$t''=N(t,y)=N(t',y)$ とおく．$\rho((s,t''))=\rho((s,N(t,y)))=\rho(M.N((s,t),y))=L(\rho((s,t)),y)=L(\rho((s',t')),y)=\rho(M.N((s',t'),y))=\rho((s',N(t',y)))=\rho((s',t''))$．これより，$[s]=[s']$ がなりたつ．次に，$[s]=[s']$ より，$\rho((s',t'))=\rho((s,t'))$．したがって，$\rho((s,t))=\rho((s,t'))$ がなりたつ．故に，$[t]=[t']$ がなりたつ．すなわち，$\delta(([s],[t]))=\rho((s,t))$ は一対一写像である．□

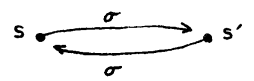
[補助定理 7]　A, B, C を $A.B\geq C$ なる強連結オートマトンとする．さらに，A, B のすくなくともいずれかは共終オートマトンであるとする．このとき，$A\geq\bar{A}$, $B\geq\bar{B}$, $C=\bar{A}.\bar{B}$ なるオートマト

ン $\bar{A}$, $\bar{B}$ が存在する．

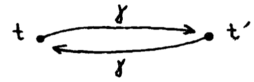
(証明) 一連の結果よりあきらか．□

[注2] 上記補助定理に於いて，A, B のいずれかが共終オートマトンであるという条件は必要である．たとえば，次のような状態遷移図をもつオートマトン A,B を考えてみよう：

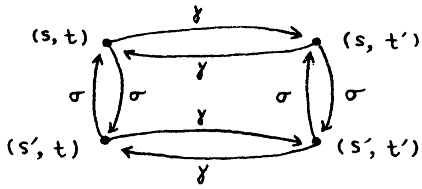
A:



B:

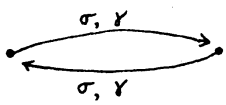


A.B:



下記のオートマトンCは $A.B \geq C$ をみたすが，自明でない二つのオートマトンのデカルト合成として表わすことはできない．

C:



[定理7] $V_\Sigma(P)$ を強連結オートマトンからなる強クラスとする．また，$V_\Gamma(Q)$ を $V_\Gamma(S_{cf})$ の部分強クラスとする．ただし，$\Sigma \cap \Gamma = \phi$ である．このとき，$V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ は強クラスである．さ

らに，$V_\Sigma(P)$, $V_\Gamma(Q)$ が束をなすならば，$V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ も束をなす．

（証明）［定理5］より，定理の後半はあきらかである．次に，$A.B \in V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ とする．また，$A.B \geq C$ なる $C \in V_{\Sigma\cup\Gamma}(A_u)$ を考える．このとき，［補助定理7］より，$^\exists\bar{A}, \bar{B}$, $C = \bar{A}.\bar{B}$, $A \geq \bar{A}$, $B \geq \bar{B}$ がなりたつ．$V_\Sigma(P)$ および $V_\Gamma(Q)$ が共に強クラスなることより，$\bar{A} \in V_\Sigma(P)$, $\bar{B} \in V_\Gamma(Q)$ がなりたつ．したがって，$C = \bar{A}.\bar{B} \in V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ がなりたつ．このことは，$V_\Sigma(P).V_\Gamma(Q)$ が強クラスになることを意味する．□

4．むすび

［定理6］，［定理7］より，次の結果がただちに得られる．

(i)　$D_i = (S_i, \Sigma_i, M_i)$ $(1 \leq i \leq n)$ を強連結オートマトン，$V_\Gamma(P)$ を連結オートマトンからなる半強クラスとする．ただし，$\Sigma_i \cap \Sigma_j = \phi$ $(i \neq j)$, $\Sigma_i \cap \Gamma = \phi$ $(1 \leq i \leq n)$ である．このとき，$\{D_1\}.\{D_2\}.\cdots.\{D_n\}.V_\Gamma(P)$ は半強クラスである．さらに，$V_\Gamma(P)$ が束のときは，$\{D_1\}.\{D_2\}.\cdots.\{D_n\}.V_\Gamma(P)$ も束である．

(ii)　$V_\Sigma(P)$ を強連結オートマトンからなる強クラスとする．また，$V_{\Gamma_i}(Q_i)$ $(1 \leq i \leq n)$ をそれぞれ $V_{\Gamma_i}(S_c f)$ の部分強クラスとする．ただし，$\Sigma \cap \Gamma_i = \phi$ $(1 \leq i \leq n)$, $\Gamma_i \cap \Gamma_j = \phi$ $(i \neq j)$ である．このとき，$V_\Sigma(P).V_{\Gamma_1}(Q_1).V_{\Gamma_2}(Q_2).\cdots.V_{\Gamma_n}(Q_n)$ は強クラスである．さらに，$V_\Sigma(P)$, $V_{\Gamma_i}(Q_i)$ $(1 \leq i \leq n)$ が束のときは，$V_\Sigma(P).V_{\Gamma_1}(Q_1).V_{\Gamma_2}(Q_2).\cdots.V_{\Gamma_n}(Q_n)$ も

束である.

文献

1. G. Birkhoff, Lattice Theory, Providences, RI : AMS, 1967.
2. W. Dörfler, The Cartesian Composition of Automata, Math. Systems Theory 11, 239 - 257 (1978).
3. 伊藤正美, オートマトンのつくる半順序集合について, 信学技報, AL80-16 (1980).
4. M. Ito, Some Classes of Automata as Partially Ordered Sets, 投稿中.