数理解析研究所講究録
第 423 巻 1981 年 20-39

ブール方程式による併存到達可能性解析

富士通（株）　国際情報社会科学研究所
國藤 進，竹島 卓

1）　まえがき

最近，ISM・DEMATEL・PATTERN といった自然科学や社会科学の諸領域に出現する複雑なシステムの問題の構造を把握するモデリング法の研究が進んでいる。なかでもWarfield[1] によって開発されたISM(Interpretive Structural Modeling)は，北川[2]による汎関係圏の理論の研究，杉山ら[3]による多段グラフとしての視覚表現問題の研究といった，種々の注目すべき研究成果を産み出す引金となった。著者らも複合頂点間の併存到達可能性という別の種類のISMの一拡張であるEISM(Extended ISM)[4][5][6][7]を，1979年に提案したことがある。

本報告では，ISMにおける到達可能行列・等価節点の抽出・濃縮行列・骨格の抽出等の諸手続きを含む，EISM向きのより一般的な手続きを指摘すると同時に，複合頂点間の併存到達可能性に関する連言型・選言型・否定型といった各種の併

存到達可能性を形式的にブール方程式で処理する方法を提案し，その適用可能性を論じる。さて著者らは，ISMが推移的かつ反射的な二項関係に基づき，かつこの二項関係が単純頂点間において到達可能なパスとして可視的に表現されるのに注目し，複合頂点間において併存して到達可能なパスの本質を，擬似推移的かつ射影的な二項関係として抽象的に把握した。前者を到達可能関係，後者を併存到達可能関係と称した。また前者の実例は引用関係・先行関係・因果関係・生成関係・導出関係等であり，後者の実例は習得可能関係・理解可能関係・達成可能関係・要求満足関係・機能包含関係等であった。ここでは最初，併存到達可能関係のグラフ論的な解釈を与え，ついで併存到達可能関係の集合を，ブール方程式として形式的に取扱う方法を提案する。更にISMの各種手続きを含む擬似推移的縮約アルゴリズム，その応用，種々の併存到達可能性に関する諸考察結果について述べる。

2） 複合頂点間のパスと射影的有向グラフの閉包

複合頂点間のパスについて，インフォーマルな考察を行う。以下の諸定義においては，通常の集合演算および述語論理の表記法を用いる。

〔定義1〕（併存到達可能関係）　　与えられた有限集合

$V\ (\neq\phi, |V|=n)$ の部分集合X,Y,Z,U に対して，併存到達可能関係とは，次の１公理と１推論規則を満足する二項関係として定義される：

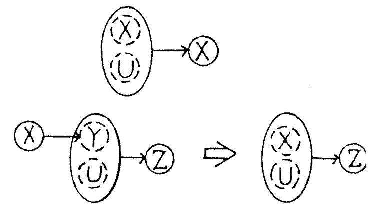


図１. 射影則と擬似推移則

(1) $X \cup U \rightarrow X$ （射影則 projectivity），

(2) $X \rightarrow Y,\ Y \cup U \rightarrow Z \Rightarrow X \cup U \rightarrow Z$

（擬似推移則 pseudo-transitivity）.

ここに"$X \rightarrow Y$"は"Xに併存到達可能ならば，Yに併存到達可能である"を，"$\Rightarrow$"は"併存到達可能関係に関して推論される"を表わす。

この二項関係は，特別な場合として$(U=\phi)$，反射則および推移則を含む。

さてVの巾集合2^Vを頂点集合，$E\ (\subset 2^V \times 2^V)$を辺集合とする有向グラフ$G=(2^V, E)$を考える.

［定義２］（複合頂点間のパス）

複合頂点$X\ (\in 2^V)$から複合頂点$Y\ (\in 2^V)$へのパスとは，$e_k = (Y_{k-1} \cup X_k, Y_k) \in E\ (k=1..l)$を満足する頂点の系列$Y_0 \cup X_1 (\equiv X), Y_1, \ldots, Y_{l-1} \cup X_l, Y_l (\equiv Y)$が存在する場合の辺の系列$e_1, \ldots, e_l$のことであり，このときパスの始点$X = Y_0 \cup \bigcup_{k=1}^{l} X_k$，終点$Y = Y_l$である。

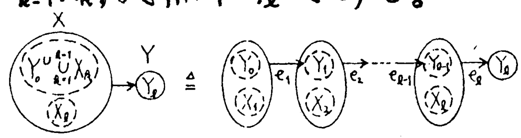


図２. 複合頂点間のパス

図２より明らかにパスとは，擬似推移的な辺の系列のことである。この定義は，特別な場合$(\forall k=1..l, X_k=\phi)$，通常のパスの定義

と一致する。

〔定義3〕（射影的有向グラフ）　　与有向グラフG=(2^V, E）の射影的有向グラフG^Pは，頂点集合が2^V，辺集合がE $\cup\bigcup_{Y\subset X}\{(X,Y)\}$ なる有向グラフとして定義される。■

G^Pにおける複合頂点間のパスは，射影則と擬似推移則を満足する。そこでG^Pにおける複合頂点間のパスを，併存到達可能関係の視覚表現とする。G^PにおいてXからYへのパスが存在することを，"$X \overset{*}{\Rightarrow} Y$"と表記する。

〔定義4〕（閉包グラフ）　　与有向グラフG=(2^V, E)の閉包グラフG^*は，頂点集合が2^V，辺(X,Y)がG^*の辺集合E^*の中に存在することと$X \overset{*}{\Rightarrow} Y$とが同値となるような有向グラフとして定義される。■

定義3，4で与えられたグラフを視覚表現したのが，図3

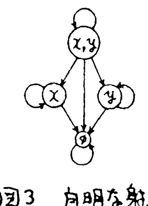


図3．自明な射影的有向グラフ

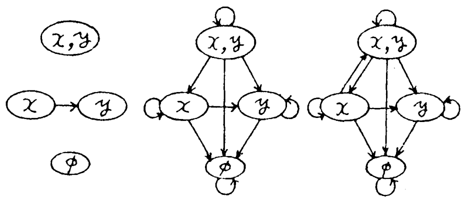


図4．有向グラフ，射影的有向グラフ，閉包グラフ

～図6である。図3は$E=\phi$なる場合の$G^P=G^*$を，図4は$E=\{\{x\}\to\{y\}\}$なる場合のG，G^P，G^*を示す。図5は$E=\{\{x,y\}\to\{z\},$

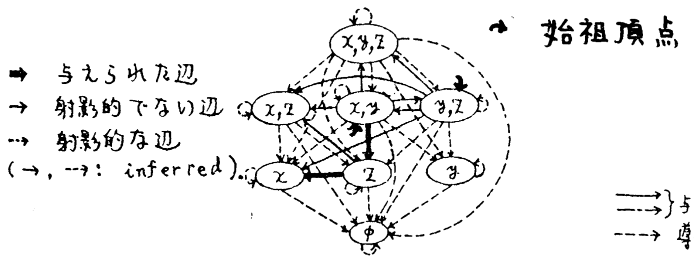


図5．　閉包グラフ

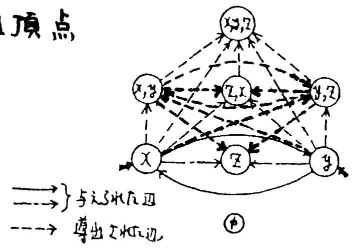


図6　自明な辺を明示しない閉包グラフ

$\{z\}\to\{x\}\}$ なる場合のG^*を，図６は$E=\{\{x\}\to\{y\},\{y\}\to\{x\},\{x\}\to\{z\},\{y\}\to\{z\}\}$ なる場合の自明な射影的な辺のみ明示しないG^*を示す。図５，６で注目すべきは，集合$\{x,y,z\}$に到達可能なパスをもつ複合頂点である。後述するごとく，これらを始祖頂点という。

このように閉包グラフの図表示は，射影的有向グラフのパス解析に現われる諸概念を分析するのに極めて有効である。しかしながら定義１あるいは２の帰納的適用による閉包表示ということになれば極めて繁雑であるので，閉包グラフのパスをブール方程式で取扱う方法を，次節で提示する。

３）　公理論的アプローチによるブール方程式変換

併存到達可能関係の定義１のみから出発し，公理論的アプローチにより，それらをブール代数上でフォーマルに取扱う方法を示す。証明は文献〔７〕で与えたので，その筋道のみ示す。

〔補題１〕（加法則）　射影則と擬似推移則が成立すれば，次式で示される加法則が成立する：

(3)　$X\to Y,\ X\to Z \Rightarrow X\to Y\cup Z.$ ▌

〔補題２〕（変形された加法則）　任意の$X, Z\ (\in 2^V)$に対して，次式(4)と(5)が等価となる：

(4)　$Z \to X$,

(5)　$\bigwedge_{x \in X} (Z \to \{x\})$.　▮

〔補題3〕　任意の X，Y，Z（$\in 2^{\nabla}$）に対して，次式(6)と(7)が等価となる：

(6)　$X \to Y$,

(7)　$\forall Z\ (Z \to X \supset Z \to Y)$.　▮

補題2，3を用いれば，次の定理1が証明できる。

〔定理1〕　所与の I（$\subset 2^{\nabla} \times 2^{\nabla}$）に対して，次の2命題(8)と(9)が等価となる：

(8)　$\bigwedge_{(X,Y) \in I} (X \to Y)$,

(9)　$\forall Z \bigwedge_{(X,Y) \in I} (\bigwedge_{x \in X} P_x(Z) \supset \bigwedge_{y \in Y} P_y(Z))$，ここに $u \in \nabla$ に対して　$P_u(Z) \triangleq (Z \to \{u\})$.　▮

そこで $2^{2^{\nabla}}$ 上のブール代数を考える。すなわち 2^{∇}，ϕ，$\cup$，$\cap$，$-$ のそれぞれに最大元1，最小元0，ブール和+，ブール積・，補元′を対応させる。また繰返しブール和と繰返しブール積を，それぞれ Σ と Π で表記する。

〔定理2〕　指標集合 $p_u \triangleq \{Z \mid P_u(Z)\}$ を導入すれば，前述の命題(9)は次のブール方程式(10)と等価となる：

(10)　$\sum_{(X,Y) \in I} \{(\prod_{x \in X} p_x) \cdot (\prod_{y \in Y} p_y)'\} = 0$.　▮

ブール方程式(10)は，n 個の指標集合 $p_{x_1}, \cdots, p_{x_n}$ のみからなる. そこで次の定理を得る。

〔定理３〕　ブール方程式(10)の左辺を $\varphi_{I}(p_{X_1},\cdots,p_{X_n})$（$V=\{X_1,\cdots,X_n\}$）とすれば，命題(8)と次式(11)は等価となる：

(11)　$\varphi_{I}(p_{X_1},\cdots,p_{X_n})=0$． ■

本定理により併存到達可能関係に関する推論は，ブール方程式“$\varphi_{I}=0$”からの推論に帰着される。

4）　射影的有向グラフのパス解析

射影的有向グラフG^pのパスは併存到達可能関係の定義１を満足するので，前節の結果が適用できる。文献〔8〕〔9〕の諸定理および補題１を考慮すれば，前述のブール方程式上の推論は，射影則と擬似推移則のみからなる公理系によって証明可能である。そこで併存到達可能関係“→”とG^pのパス“$\overset{*}{\Rightarrow}$”とが同一視できる。

〔アルゴリズム１〕（パス検定）　射影的有向グラフ$G^p=(2^V,E^p)$において，パス$X\overset{*}{\Rightarrow}Y$が存在するかという問題は，$\varphi_{E^p}(p_{X_1},\cdots,p_{X_n})=0$から$(\prod_{x\in X}p_x)\cdot(\prod_{y\in Y}p_y)'=0$が推論されるかというブール方程式上の推論問題に帰着される。その結果，次のアルゴリズムを得る：　$\varphi_{E^p}(p_{X_1},\cdots,p_{X_n})+\{(\prod_{x\in X}p_x)\cdot(\prod_{y\in Y}p_y)'\}\oplus v=0$ というブール方程式の左辺において，スラック変数v以外の全ての変数を消去したresultant〔8〕〔9〕を０と置いた式よ

り，$\psi=0$ が導出されるか。 ∎

次に3節で論じた始祖頂点に関連する諸概念の定義と，それらを導くブール代数上のアルゴリズムを与える

〔定義5〕（非冗長先祖頂点集合）　　与G^pに対して，複合頂点$U(\in 2^V)$の先祖頂点集合を，$A_U \triangleq \{Z \mid Z \overset{*}{\Rightarrow} U\}(Z\in 2^V)$で定める。このとき，$U$の非冗長先祖頂点集合$O_U(G^p)$は，次の2条件によって定義される：

(12)　$\forall Y[Y\in A_U \supset \exists X\{(X\in O_U(G^p))\wedge(X \overset{*}{\Rightarrow} Y)\}]$,

(13)　$\sim[\forall Y[Y\in A_U \supset \exists X\{(X\in O_U^{\#})\wedge(X \overset{*}{\Rightarrow} Y)\}]]$,　　ここに

$\forall O_U^{\#}\,(O_U^{\#} \subsetneqq O_U(G^p))$. ∎

〔定義6〕（始祖頂点集合）　　G^pの始祖頂点集合$O(G^p)$は，次の2条件を満足する複合頂点集合として定義される：

(14)　$\forall Y[Y\in 2^V \supset \exists X\{(X\in O(G^p))\wedge(X \overset{*}{\Rightarrow} Y)\}]$,

(15)　$\sim[\forall Y[Y\in 2^V \supset \exists X\{(X\in O^{\#})\wedge(X \overset{*}{\Rightarrow} Y)\}]]$,　　ここに

$\forall O^{\#}\,(O^{\#} \subsetneqq O(G^p))$. ∎

〔アルゴリズム2〕　　$O_{\{u\}}(G^p)$ $(u\in V)$ は，ブール関数φ_{EP}に$p_u=0$を代入した式の素項展開形における全ての正の積項に対応する複合頂点集合である。 ∎

〔アルゴリズム3〕　　$O_U(G^p)$ $(U\in 2^V)$ は，ブール関数φ_{EP}の素項展開形を各p_uに関して解き，それらの式を代入したブール関数$\prod_{u\in U} p_u$の積和標準形を1とするために，1と置

く必要のあるブール変数達の集合である。 ■

5） 擬似推移的縮約グラフ

ISMの骨格グラフ[1]は，AHo ら[10]の与えた推移的縮約グラフにある種の制限をつけたものである。そこで著者らはEISMの骨格グラフに相当する概念を内包する擬似推移的縮約グラフなるものを導入し，その性質を調べる。

［定義7］（擬似推移的縮約グラフ） 有向グラフGの擬似推移的縮約グラフとは，その射影的有向グラフG^Pと共通の閉包グラフG^*をもつ射影的有向グラフの中で，射影的・加法的でない辺の数が最小のグラフのことである。 ■

閉包グラフG^*の射影的かつ加法的でない辺は，φ_{E^P}の素項に対応することより，次の補題を得る。

［補題4］ 有向グラフGの擬似推移的縮約グラフを求める問題は，ブール関数φ_{E^P}の素項による非冗長最小被覆を求める問題と等価である。 ■

これを求めるアルゴリズムは，文献[11]の定理3で与えたので省略する。一般にこの種の非冗長最小被覆問題の計算量はNP完全であり，かつその解はユニークでない。換言すると擬似推移的縮約グラフを求めることは，計算量からいっても取扱い上からいっても，得策でない。

ところでAho ら[10]により，非サイクル的有向グラフの推移的縮約グラフはユニークなことが証明されている。そこでパスを経由して互いに併存到達可能な複合頂点同志を等価な複合頂点とみなし，射影的有向グラフ上で濃縮し，非サイクル的有向グラフにすることが考えられる。これに対して単純頂点間の濃縮とそうでない複合頂点間の濃縮が存在するが，ここでは前者のみ実行することを提案する。その主たる理由は，複合頂点間のパスは，補題2により，複合頂点から単純頂点へのパスという,よりプリミティブなものの連言で本質的に構成されるということと，複合頂点間のパスを求める計算量の複雑さのためである。このとき次の定理が成立し，その結果の擬似推移的縮約グラフを，EISMの骨格グラフと呼ぶことにする。

[定理4]　あらゆる互いに併存到達可能な単純頂点の組に対して，同一のブール変数を割当てたブール方程式$\Phi_{E'}=0$ より得られるG'の擬似推移的縮約グラフ（骨格グラフ）は，ユニークとなる。 ∎

6)　EISMアルゴリズムとその応用例

EISMにおいて擬似推移的縮約（骨格）グラフを抽出するアルゴリズムをまとめれば，次のようになる:

(I) 有向グラフ $G=(2^V, E)$ の辺集合 E に対応するブール方程式 $\varphi_E=0$ を構成する。

(II) ブール関数 φ_E の各積項に対して，順次，ド・モルガン則，交換則および補元則を適用し，射影的な辺の全てを除去する。

(III) 各単純頂点 $u\,(\in V)$ の非冗長先祖頂点集合 $O_{\{u\}}(G^P)$ を，アルゴリズム2を用いて，それぞれ求める。

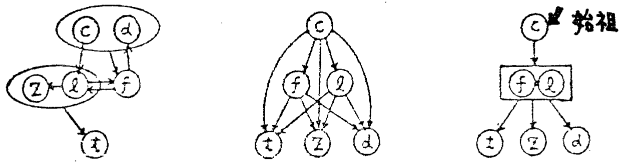
(IV) 単純頂点間の濃縮を，定理4に基づき実施する。そこで派生する非サイクル的有向グラフの濃度2以上の非冗長先祖頂点に対して，新たなブール変数を割当てる。これを濃縮されたブール関数と呼ぶ。

(V) 濃縮されたブール関数において素項間の生成関係を調べ，あらゆる推移的な辺を除去する。

具体的応用として，カリキュラム編成への適用例を示す。ここで取扱う二項関係“習得可能関係”は，「x_1と…とx_nをともに習得可能ならば，y_1と…とy_mも習得可能である」という射影的かつ擬似推移的な概念で，$\{x_1, \cdots, x_n\} \to \{y_1, \cdots, y_m\}$と表記される。

［例1］（制御工学入門コース）　この場合，複合頂点間の併存到達可能関係が相互に干渉しあって吸収され，単純

c: 複素関数論　　ℓ: ラプラス変換　　z: z-変換
d: 超関数の理論　　f: フーリエ変換　　t: 伝達関数の理論

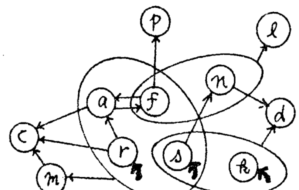


与併存到達図　　素項展開図　　擬似推移的縮約図

頂点間の到達可能関係の問題に帰着される。ここに与併存到達図，素項展開図，擬似推移的縮約図は，それぞれ（射影的かつ加法的な辺を明示しない）隣接行列，到達可能行列，骨格行列に対応する。▌

〔例２〕（計算機科学コース）

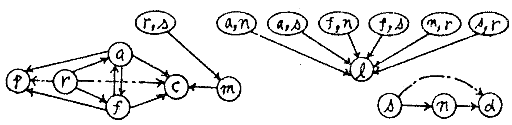
右図が与えられた併存到達図である。まず各単純頂点に対する非冗長先祖頂点集合を求める。例えば著者の１人[9]が，HLISP上に試作したブール代数処理系Syllogisterにおいて，$\varphi_{E'}(c:=0)$を計算し素項展開を求めると，下図に示されるように"$a+f+m+r+nd'+sd'+sn'$"となる。



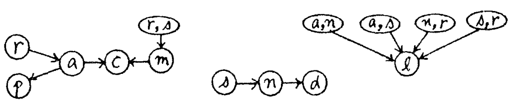
与併存到達図

$\varphi_{E'} = af'+fa'+ra'+ac'+rc'+afrsm'+mc'+fp'+skd'+sn'+nd'+nfl'$.

p: プログラミング言語論
ℓ: 自然言語の理論
n: 非古典論理学
s: 古典論理学
a: オートマトン論
f: 形式言語論
r: 帰納関数の理論
k: カテゴリー論
d: DBスキーマ設計論
c: 計算の理論
m: プログラムの理論



素項展開図



擬似推移的縮約図

```
SYLLOGISTER NIL                                   { オープン }
        I   SYLLOGISTER NIL
 ***
              SYLLOGISTER BEGIN...
A+R+M+F+R+F*P'+S*K*D'+S*N'+N*D'+N*F*L';       { 入力 }
        I   A+R+M+F+R+F*P'+S*K*D'+S*N'+N*D'+N*F*L';
        P    INPUT IS ...
            ¬L*F*N + ¬D*N + ¬N*S + ¬D*K*S + ¬P*F + R + F + M + R + A
        P    RESULT OF RE-ABSORPTION IS ...
            A + F + M +, R + ¬D*N + ¬D*S + ¬N*S          { 出力 }
```

そこで $O_{\{c\}}(G^p)=\{\{a\},\{f\},\{m\},\{r\}\}$ となる。同様の処理手続きを実行すると，前頁の素項展開図を得る。この図において互いに併存到達可能な単純頂点 s，f の濃縮を行い，あらゆる推移的な辺（$\dashrightarrow$）を除去したのが，前頁の擬似推移的縮約図である。最後に始祖頂点集合を求めると，$O(G^p)=\{\{r\},\{s\},\{cl\}\}$ となる。すなわち計算機科学の始祖頂点は，帰納関数の理論と古典論理学とカテゴリー論である。

7）　連言型・選言型・否定型の併存到達可能関係

前節までに確立された併存到達可能関係のブール方程式表現による定式化を土台に，併存到達可能関係に関するもろもろの主張を，ブール方程式で表現し解析する手法を提案する。本節で取扱うのは特に，連言型，選言型，および否定型の併存到達可能関係の形式的体系化である。そのために若干の準備が必要である〔12〕。

〔定義8〕（条件の解）　任意の集合 $\mathbb{B}$ に対して，写像 $\kappa:\mathbb{B}^n\to\{0,1\}$ を仮定する。もし $\kappa(X)=1$（$X\in\mathbb{B}^n$）ならば，X は条件 κ を満足する，あるいは X は条件 κ の解であると呼ぶ。

もし $\kappa_1,\cdots,\kappa_m:\mathbb{B}^n\to\{0,1\}$ が条件ならば，$\kappa_1,\cdots,\kappa_m$ の連言 $\kappa_1\wedge\cdots\wedge\kappa_m$ は，次式によって定義される：

(16) $(\kappa_1 \wedge \cdots \wedge \kappa_m)(X) = 1$ iff $\kappa_1(X)=1$ かつ…かつ $\kappa_m(X)=1$.

すなわち連言の解とは，条件 $\kappa_1, \cdots, \kappa_m$ の全てを満足する X ($X \in \mathbb{B}^n$) のことである。

同様に条件 $\kappa_1, \cdots, \kappa_m$ の選言 $\kappa_1 \vee \cdots \vee \kappa_m$ は，次式によって定義される：

(17) $(\kappa_1 \vee \cdots \vee \kappa_m)(X) = 1$ iff $\kappa_1(X)=1$ あるいは…あるいは $\kappa_m(X)=1$.

そこで選言の解とは，条件 $\kappa_1, \cdots, \kappa_m$ の少なくともひとつを満足する X ($X \in \mathbb{B}^n$) のことである。

同様に条件 κ の否定 $\sim\kappa$ は，次のようにして定義される：

(18) $(\sim\kappa)(X) = 1$ iff $\kappa(X) = 0$.

つまり X が κ を満足しないならば，X は $\sim\kappa$ の解である。∎

〔定義 9〕　ブール代数 $\langle \mathbb{B}, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ とその上のブール関数 $f, g : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ を仮定する。このブール代数上のブール方程式（ブール不等式）とは，次のように定義された $\mathbb{B}^n$ に属する変数 X に対する条件 κ のことである：

(19) $\forall X \in \mathbb{B}^n, \kappa(X) = 1$ iff $f(X) = g(X)$ $(f(X) \leq g(X), f(X) < g(X))$.

そこでこのブール方程式（ブール不等式）の連言系（あるいは選言系）とは，次のようなブール方程式（ブール不等式）の連言（あるいは選言）のことである：

(20) $f_i(X)\, \delta_i\, g_i(X)$ $(i \in \{1, \cdots, m\};\ f_i, g_i : \mathbb{B}^n \to \mathbb{B};$
$\delta_i : =, \leq, <)$. ∎

ブール方程式（ブール不等式）の連言系のことを通常，連立ブール方程式系（連立ブール不等式系）と呼び，次の定理が成立する。

〔定理5〕　あらゆる連立のブール方程式とブール不等式からなる系は，不等号"<"の数 l と同数のスラック・ブール変数達 $s_1, \cdots, s_l$ $(\forall i \in \{1, \cdots, l\}, s_i > 0)$ を含む，単一のブール方程式 $f(X, s_1, \cdots, s_l) = 0$ と等価である。 ▌

本定理の証明には，文献〔8〕の resultant 定理を用いる。また定理5において連立ブール方程式系（$l=0$）のみを扱ったのが，3節定理2で与えた単一のブール方程式(11)であった。すなわち式(11)は，併存到達可能関係に関するブール方程式の連言系であった。そこでこれを連言型の併存到達可能関係のブール方程式化あるいはブール代数化と呼ぶことにする。

以上の準備の下に，選言型・否定型併存到達可能関係をブール方程式として形式化するのは易しい。

〔定義10〕（選言型併存到達可能関係）　複合頂点 X，Y，U を 2^V の元とする。同一の複合頂点 U に対して，" X → U "あるいは" Y → U "が成立する場合を，選言型併存到達可能関係と呼ぶ。 ▌

〔定理6〕　与えられた有向グラフ $G=(2^V, E)$ のブール方程式表現を $R_G = 0$ とする。ここに新たに選言型併存到達可

能関係“X→U”あるいは“Y→U”を追加すると，次のようなブール方程式の選言系と等価である：

(21) $\varphi_E + (\prod_{x \in X} p_x) \cdot (\prod_{u \in U} p_u)' = 0 \ \vee \ \varphi_E + (\prod_{y \in Y} p_y) \cdot (\prod_{u \in U} p_u)' = 0.$ ∎

〔定義11〕（否定型併存到達可能関係）　$X, Y \in 2^V$とする。“Xに併存到達可能であれば，Yに併存到達可能でない”という概念を否定型併存到達可能関係と呼び，“X↛Y”と表記する。∎

〔定理7〕　有向グラフGのブール方程式表現を$\varphi_E = 0$とする。ここに新たに否定型併存到達可能関係“X↛Y”を追加すると，次のような単一のブール方程式と等価である：

(22) $\varphi_E + s\{(\prod_{x \in X} p_x) \cdot (\prod_{y \in Y} p_y)'\}' = 0 \ , \ s > 0 .$ ∎

定理5～7より，連言型・選言型・否定型の全てを許容する併存到達可能関係の集合のブール代数表現は，スラック変数を含むブール方程式の選言系となることがわかる。

（注）　本研究発表に対する上林のコメントにより，上林〔13〕は全く独立にある事象集合の部分集合に対応する節点と複数種の枝をもつグラフの性質を，論理関数との関連で調べていることがわかった。著者らの見解によると，彼の取扱った問題は，本節で述べたブール方程式の連言系・選言系で記述できる。彼のアプローチの特長は，多項式アルゴリズムで解ける実用的な問題のクラスに焦点を絞ったことである。

8）　あとがき

本論文で得られた結果を要約する。

(i)　システムの構造モデリング法ISMは，単純頂点間において到達可能なパスとして視覚表現され解析されることがある。ここでは複合頂点間において併存到達可能なパスとして視覚表現・解析されるEISMというシステムの構造モデリング法を提案した。

(ii)　射影則・擬似推移則を満足する併存到達可能性という二項関係を，公理論的アプローチにより，ブール方程式として形式的に取扱う方法を示した。

(iii)　射影的有向グラフの複合頂点間のパス解析を，併存到達可能関係を表わす上記ブール方程式上の推論問題に帰着できることを示し，そのアルゴリズムも与えた。

(iv)　一般に擬似推移的縮約グラフはユニークでないが，互いに到達可能な単純頂点同志を等価な単純頂点とみなし濃縮すれば，ユニークな擬似推移的縮約グラフを得る。この事実を用い，EISMの骨格グラフを形成するEISMアルゴリズムを確立した。

(v)　連言型・選言型・否定型併存到達可能関係のブール代数上での統一的取扱いを確立し，それが複数のスラック変数を含むブール方程式の選言系となることを示した。

最後に今後の課題を述べる。

(i) ここで与えた各種のアルゴリズムの計算のオーダを押えておくこと。その際，計算量の理論からいってNP完全でなく多項式オーダで解ける問題のクラスから，実用的問題を発見すること。

(ii) 複数のViewごとに相異なる併存到達可能関係が与えられている場合がある。この問題は，Viewを内包論理のインデックスとするアプローチで解決するのが適切と思われる。

(iii) 連言型・選言型・否定型以外の併存到達可能関係を取扱う必要のある場合がある。この種の問題のある部分クラスは，それぞれに応じ適切な様相概念を設定し，その様相オペレータのもとでの併存到達可能性として解析しうる。

(iv) システムの構造モデリング法としてみると，各辺に何らかの評価値（重み，距離，信頼度等）や構造が入っている場合がある。この種の研究は，多種多様のもの［2］［3］が考察されているので，本報告では取上げられなかった。

〔謝辞〕

本研究を推論するに際して懇切丁寧なご指導を賜わりました北川敏男所長（国際研），有益なご助言をいただきました上林弥彦助教授（京大），大須賀節雄助教授（東大）に感謝

の意を表します。

〔参考文献〕

〔1〕Warfield, J.N.: Societal Systems, John Wiley, 1976.

〔2〕北川敏男：情報汎関係圏の理論，富士通・国際情報社会科学研究所研究報告第1号，Jan. 1981.

〔3〕杉山公造，田川正二郎，戸田光彦：構造情報の視覚表現に関する研究，富士通・国際情報社会科学研究所研究報告第2号，Feb. 1981.

〔4〕竹島卓，國藤進：ブール代数による有向グラフの構造解析(I)，情報処理学会第20回全国大会，July 1979.

〔5〕國藤進，竹島卓：ブール代数による有向グラフの構造解析(II)，同上.

〔6〕國藤進，竹島卓：併存到達可能性を考慮したISM拡張の一試み，第22回自動制御連合講演会，Oct. 1979.

〔7〕國藤進，竹島卓：複合頂点間の到達可能性解析，電子通信学会回路とシステム研究会，CAS79-110, Oct. 1979.

〔8〕竹島卓：関係データベース・スキーマにおける関数従属関係のブール方程式を用いる取り扱いについて，情報処理学会データベース管理システム研究会，6-2, 1978.

〔9〕竹島卓：ブール関数処理システムSyllogister，情報処理

学会記号処理研究会, 4-3, 1978.

〔10〕Aho, A.V., Garey, M.R., and Ullman, J.D.: The Transitive Reduction of a Directed Graph, SIAM J. Comput., Vol.1, No.2, June 1972.

〔11〕國藤進, 若木利子, 竹島卓: ユーザ・ヴューに基づくフィルタリング法について, 電子通信学会オートマトンと言語研究会, AL78-68, Dec. 1978.

〔12〕國藤進: Many-sorted Logic の知識表現言語としての一拡張について, 電子通信学会オートマトンと言語研究会, AL80-48, Dec. 1980.

〔13〕上林弥彦: 部分集合グラフとそのデータベースへの応用, 情報処理学会第22回全国大会, March 1981.