数理解析研究所講究録
第426巻 1981年 1-14

有界等質領域上の正則関数からなるヒルベルト空間とその上への直交射影

山口大 理　井上 透

D を $\mathbb{C}^n$ の単位開球 i.e. $D=\{z\in\mathbb{C}^n;\ |z|<1\}$, ν を $\nu(D)=1$ なる Lebesgue 測度, ν に関する D の L^p 空間を $L^p(D,\nu)$, D 上の正則関数全体を $H(D)$, $H^p(D,\nu)=L^p(D,\nu)\cap H(D)$ とする。

Forelli-Rudin [2] は各 $s=x+iy\in\mathbb{C}$ に対し核関数 $G_s(z,w)=(1-|w|^2)^s(1-w^*z)^{-(n+1+s)}$ (z,w は列ベクトルで $w^*={}^t\overline{w}$ とする) を対応させ

$$(T_sf)(z)=\binom{n+s}{n}\int_D G_s(z,w)f(w)\,d\nu(w)$$

で定義される作用素 T_s を考察し、次のことを示している。

(a) $1\le p<\infty$ のとき

T_s が $L^p(D,\nu)$ の有界作用素 $\Longleftrightarrow$ $(1+x)p>1$.

(b) $(1+x)p>1$ のとき T_s は $L^p(D,\nu)$ の $H^p(D,\nu)$ 上への射影.

(c) $p=2$ のとき

T_s が $L^2(D,\nu)$ の $H^2(D,\nu)$ 上への直交射影 $\Longleftrightarrow$ $s=0$.

2

Kolaski [8] はD上の測度 $d\sigma_s(z) = (1-|z|^2)^s d\nu(z)$ を考え、上のT_sを

$$(T_s f)(z) = \binom{n+s}{n} \int_D (1-w^*z)^{-(n+1+s)} f(w)\, d\sigma_s(w)$$

と $(1-w^*z)^{-(n+1+s)}$ を核とし測度σ_sに関する積分作用素とみなせば、$H^2(D,\sigma_s) = L^2(D,\sigma_s) \cap H(D)$ とおくとき

$$\begin{cases} s > -1 \ (s \in \mathbb{R}) \text{ なる任意の } s \text{ に対し } T_s \text{ は } L^2(D,\sigma_s) \text{ の} \\ H^2(D,\sigma_s) \text{ 上への直交射影である} \end{cases}$$

ことを示した。

ところで $K(z,w)$ をDの Bergman kernel i.e. $H^2(D,\nu)$ の再生核（ $K(z,w)$ は $K(\cdot,w) \in H^2(D,\nu)$ for $\forall w \in D$, $f(z) = \int_D K(z,w) f(w)\, d\nu(w)$ for $\forall f \in H^2(D,\nu)$ で特徴づけられ、$\mathbb{C}^n$の任意の有界領域に対し定義できる）とすると、今の場合 $K(z,w) = (1-w^*z)^{-(n+1)}$ で与えられる。そこで $t \in \mathbb{R}$ に対しD上の測度μ_tを

$$d\mu_t(z) = K(z,z)^{-t+1} d\nu(z)$$

で定義すれば、$t = \dfrac{n+1+s}{n+1}$ のとき

$$d\sigma_s(z) = d\mu_t(z), \qquad (1-w^*z)^{-(n+1+s)} = K(z,w)^t.$$

さらに恒等的に1の値をとる関数を$\mathbb{1}$とすれば、$s > -1$ のとき $\mathbb{1} \in H^2(D,\sigma_s)$、従って $T_s\mathbb{1} = \mathbb{1}$ より

$$\binom{n+s}{n} = \left(\int_D (1-w^*z)^{-(n+1+s)}\, d\sigma_s(w)\right)^{-1}.$$

これより上のT_sは

$$(P_t f)(z) = C_t \int_D K(z,w)^t f(w)\, d\mu_t(w)$$
$$\left(C_t = \left(\int_D K(z,w)^t d\mu_t(w)\right)^{-1} \right)$$

で定義されるP_tと同じものである。T_sをこの形に書けば、このP_tは単位球以外の領域に対しても定義できる場合があるが、このとき単位球に対するKolaskiの結果がそのような領域についても成立するかという疑問が生じる。

ここではDが有界等質領域（その正則同型群が推移的に作用するような$\mathbb{C}^n$の有界領域）のときはそれが成立すること、すなわち、$H^2(D,\mu_t) = L^2(D,\mu_t) \cap H(D)$とおけば

$t \geq 1$のとき$H^2(D,\mu_t) \neq \{0\}$で上で定義されたP_tは$L^2(D,\mu_t)$の$H^2(D,\mu_t)$上への直交射影である

ことと、さらに

Dが有界対称領域（各$z \in D$に対しzを孤立不動点とするDの正則同型σ_zで$\sigma_z^2 = I$となるものが存在する）のときは、ベクトル値関数（核関数は作用素値）の場合に拡張される

ことの概略を示す（詳細は[7]参照）。後者の場合Dの正則同型群の正則離散系列に属する表現はD上のベクトル値正則関

数からなるあるヒルベルト空間上で実現できるが、その空間上への直交射影になっている。これらの結果は領域に正則同型として推移的に作用するLie群のあるユニタリ表現を構成することにより証明される。

§1. この§ではDは有界等質領域とする。Vinberg et al. [10]によりDはII型の等質Siegel領域と正則同型、従って特にDは単連結である。DのBergman kernelを$K(z,w)$とする（Dが有界対称領域のときは、Bergman kernelのexplicit formulaが知られている：cf. [5], [9], [6]）。Dは等質だから$\lim_{z\to\partial D} K(z,z) = \infty$となる（[1], P.40）。従ってある$C>0$が存在して

$$(1.1) \qquad K(z,z)^{-1} \leq C \quad \text{for } \forall z \in D.$$

Dの正則同型群はLie群になるが、その単位元を含む連結成分のuniversal covering groupをGとすると、Gも自然にDに推移的に作用する。$g\in G$, $z\in D$に対し正則写像$u \to g\cdot u$の点zでのcomplex Jacobianを$j(g,z)$とする。$G\times D$は単連結だから$t\in\mathbb{R}$に対し$j(g,z)^t$が$j(e,z)^t=1$（$\forall z\in D$, eはGの単位元）なるように定義できる。同様に$K(z,w)^t$を$K(z,z)^t>0$（$\forall z\in D$）なるように定義できる。このとき

(1.2) $j(g_1g_2, z)^t = j(g_1, g_2\cdot z)^t j(g_2, z)^t, \quad g_1, g_2 \in G,\ z \in D,$

(1.3) $K(g\cdot z, g\cdot w)^t = j(g, z)^{-t} K(z, w)^t \overline{j(g, w)^{-t}}, \quad g \in G,\ z, w \in D$

がなりたつ。

ν を D の Lebesgue 測度とし、$t \in \mathbb{R}$ に対し D 上の測度 μ_t を

$$d\mu_t(z) = K(z, z)^{-t+1} d\nu(z)$$

で定義する。

(1.4) 注意　μ_0 ($t=0$ のとき) は G の変換で不変な測度で、この μ_0 を用いれば $d\mu_t(z) = K(z, z)^{-t} d\mu_0(z)$.

μ_t に関する D の L^2 空間を $L^2(D, \mu_t)$、また D 上の正則関数全体を $H(D)$ とし $H^2(D, \mu_t) := L^2(D, \mu_t) \cap H(D)$ をおく。$L^2(D, \mu_t)$ は自然な内積によりヒルベルト空間になる。この内積に関する norm を $\| \ \|_t$ で表わすことにする。

(1.5) 補題　$t \in \mathbb{R}$ を固定するとき、D のコンパクト集合 X に対し $C_X \geq 0$ が存在し

$$|f(z)| \leq C_X \|f\|_t$$

が任意の $f \in H^2(D, \mu_t)$ と $z \in X$ についてなりたつ。

この補題と (1.1) より次の命題がいえる。

(1.6) 命題　$t \geq 1$ なら $H^2(D, \mu_t) \neq \{0\}$ で $H^2(D, \mu_t)$ は $L^2(D, \mu_t)$ の閉部分空間.

以下 $t \geq 1$ と仮定する。$f \in L^2(D, \mu_t)$ に対し

$$(P_t f)(z) = c_t \int_D K(z,w)^t f(w)\, d\mu_t(w)$$

で、この積分が存在するような $z \in D$ に対し、$P_t f$ を定義する。ただし $c_t = \left(\int_D K(z,w)^t d\mu_t(w)\right)^{-1}$（後で c_t は z によらないことがわかる）

(1.7) 定理　任意の $f \in$ [redacted] $L^2(D,\mu_t)$ と任意の $z \in D$ に対し $(P_t f)(z)$ を定義する積分は存在し、$P_t f$ は $H^2(D,\mu_t)$ に属する。さらに $P_t : L^2(D,\mu_t) \longrightarrow H^2(D,\mu_t)$ は $H^2(D,\mu_t)$ 上への直交射影である。

以下この定理の証明のあらすじ、および G のユニタリ表現との関係について述べる。

$f \in L^2(D,\mu_t)$, $g \in G$ に対し

$$(U_t(g)f)(z) = j(g^{-1},z)^t f(g^{-1}\cdot z)$$

とおけば (1.2), (1.3), (1.4) より次の命題がいえる。

(1.8) 命題　$U_t : g \to U_t(g)$ は G の $L^2(D,\mu_t)$ 上でのユニタリ表現である。

明らかに $H^2(D,\mu_t)$ は表現 U_t の不変部分空間であるが、次の命題は $H^2(D,\mu_t)$ の表現論的意味を与える。

(1.9) 命題　G の $H^2(D,\mu_t)$ 上での表現 $(U_t, H^2(D,\mu_t))$ は既約。

補題(1.5)より各 $z \in D$ に対し $f \to f(z)$ は $H^2(D,\mu_t)$ から $\mathbb{C}$ への連続な線型写像である。従って $H^2(D,\mu_t)$ は再生核をもつ。次の (1,10a) ~ (1,10c) をみたす $K_t : D \times D \longrightarrow \mathbb{C}$ が存在する。
すなわち

(1.10a) $K_t(\cdot, w) \in H^2(D, \mu_t)$ for $\forall w \in D$,

(1.10b) $K_t(w, z) = \overline{K_t(z, w)}$,

(1.10c) $f(z) = \int_D K_t(z, w) f(w)\, d\mu_t(w)$ for $\forall f \in H^2(D, \mu_t)$.

$(U_t, L^2(D, \mu_t))$がユニタリ表現ということからこの再生核K_tは次の性質をもつことがいえる。

(1.11) 補題 任意の $g \in G$, $z, w \in D$に対し

$$K_t(g\cdot z, g\cdot w) = j(g, z)^{-t} K_t(z, w) \overline{j(g, w)^{-t}}$$

ところで関数 $M : D \times D \to \mathbb{C}$ が

(a) $M(z, w)$はzについて正則で $M(w, z) = \overline{M(z, w)}$

(b) $M(g\cdot z, g\cdot w) = j(g, z)^{-t} M(z, w) \overline{j(g, w)^{-t}}$, $g \in G$, $z, w \in D$

をみたせばDは等質だからMは定数倍を除いて一意に定まる。従って(1.3)と補題(1.11)より次の補題がいえる。

(1.12) 補題

$$K_t(z, w) = c_t\, K(z, w)^t$$

ここで $c_t = \left(\int_D K(z, w)^t d\mu_t(w)\right)^{-1}$ で c_tはzによらない。

定理(1.7)の証明

$f \in L^2(D, \mu_t)$とし $f = f_1 + f_2$, $f_1 \in H^2(D, \mu_t)$, $f_2 \perp H^2(D, \mu_t)$と分解すると、(1.10c)と補題(1.12)より $P_t f_1 = f_1$. 一方

$$\begin{aligned}(P_t f_2)(z) &= \int_D K_t(z, w) f(w)\, d\mu_t(w) \\ &= \int_D f(w) \overline{K_t(w, z)}\, d\mu_t(w) = 0 \quad ((1.10ab)より)\end{aligned}$$

$$\therefore \quad P_t f = f_1$$

§2. この§ではDは有界対称領域とする。DはHarish-Chandra realizationによりcircular starlike領域と正則同型であることが知られている。以下ではHarish-Chandra realizationが本質的なのでその復習から始める(詳細は[4]参照)

まずDは正則同型として作用する線型半単純Lie群Gとその極大コンパクト部分群Kにより$D=G/K$とかける。$\mathfrak{g},\mathfrak{k}$を$G,K$のLie環とし、$\mathfrak{g}=\mathfrak{k}+\mathfrak{p}$をCartan分解とする。$\mathfrak{g},\mathfrak{k},\mathfrak{p}$の複素化を$\mathfrak{g}_c,\mathfrak{k}_c,\mathfrak{p}_c$とすればDの複素構造により

$$\mathfrak{p}_c=\mathfrak{p}^+ + \mathfrak{p}^-,\quad \mathfrak{g}_c=\mathfrak{k}_c+\mathfrak{p}^+ + \mathfrak{p}^-$$

という直和分解が定まる。ここで$\mathfrak{p}^\pm$は可換な部分環で$\mathfrak{k}_c$でnormalizeされる。

G_cをGの複素化とし、K_c, $P^\pm$を$\mathfrak{k}_c,\mathfrak{p}^\pm$に対応する$G_c$の連結な部分群とする。$\Omega=P^+K_cP^-$とおけば$\Omega$は$G_c$の稠密な開集合でGを含んでいる。また$(X,k,Y)\to \exp X\cdot k\cdot \exp Y$で定義される$\mathfrak{p}^+\times K_c\times\mathfrak{p}^-$から$\Omega$への写像は正則同型である。従って$g\in\Omega$は

(2.1) $$g=\pi_+(g)\cdot\pi_0(g)\cdot\pi_-(g),\qquad \pi_\pm(g)\in P^\pm,\ \pi_0(g)\in K_c$$

と一意的に表わされる。そこで$\zeta:\Omega\to\mathfrak{p}^+$を$\zeta(g)=\log\pi_+(g)$で定義すれば、$\zeta$は$D=G/K$から$\zeta(G)\subset\mathfrak{p}^+$への正則同型を引き起こし$\zeta(G)$は$\mathfrak{p}^+$の有界領域となる。以下$D=G/K=\zeta(G)\subset\mathfrak{p}^+$とする。このときGのD上での作用は$g\cdot z=\zeta(g\cdot\exp z)$で与

えられる。

$\mathfrak{t}$ を $\mathfrak{k}$ の極大可換部分環とすれば、$\mathfrak{t}$ の複素化 $\mathfrak{t}_c$ は $\mathfrak{g}_c$ の Cartan 部分環である。Φ を $\mathfrak{g}_c$ の $\mathfrak{t}_c$ に関するルート系とし、Φ_c, Φ_n をそれぞれコンパクト，非コンパクトルートの全体とする。従って

$$\mathfrak{k}_c = \mathfrak{t}_c + \sum_{\alpha\in\Phi_c} \mathfrak{g}_c^\alpha, \qquad \mathfrak{p}_c = \sum_{\alpha\in\Phi_n} \mathfrak{g}_c^\alpha$$

となっている（$\mathfrak{g}_c^\alpha$ はルート α に対する固有空間）。$\sqrt{-1}\mathfrak{t}$ の双対上の線型順序を，対応する正ルートをそれぞれ Φ^+, Φ_c^+, Φ_n^+ としたとき、$\mathfrak{p}^+ = \sum_{\alpha\in\Phi_n^+} \mathfrak{g}_c^\alpha$ となるように入れることができる。

λ を $\mathfrak{t}_c$ 上の整形式で Φ_c^+ に関し dominant とする。すなわち、e^λ が $\mathfrak{t}_c$ に対応する部分群 T_c 上 well defined とし、$\langle\lambda,\alpha\rangle \geq 0$ $(\forall\alpha\in\Phi_c^+)$ とする。τ_λ を λ を最高ウエイトとする K_c の正則表現、E_λ をその表現空間とし $J_\lambda : G\times D \to GL(E_\lambda)$ と $K_\lambda : D\times D \to GL(E_\lambda)$ を

$$J_\lambda(g,z) = \tau_\lambda(\pi_0(g\exp z))$$
$$K_\lambda(z,w) = \tau_\lambda(\pi_0(\exp(-\bar{w})\exp z))^{-1}$$

で定義する（π_0 は (2.1) で定義したもの。また $w \to \bar{w}$ は $\mathfrak{g}_c$ の $\mathfrak{g}$ に関する conjugation とする）。E_λ に $\tau_\lambda(K)$ 不変な内積を入れておき、$J_\lambda(g,z)$, $K_\lambda(z,w)$ の adjoint を $J_\lambda(g,z)^*$, $K_\lambda(z,w)^*$ とすれば、J_λ と K_λ は次の性質をもっている。

(2.2a) $J_\lambda(g,z)$ は $g\in G$ に関し C^∞ で $z\in D$ に関し正則

(2.2b) $J_\lambda(g_1g_2,z)=J_\lambda(g_1,g_2\cdot z)J_\lambda(g_2,z)$,

(2.3a) $K_\lambda(w,z)=K_\lambda(z,w)^*$,

(2.3b) $K_\lambda(g\cdot z,g\cdot w)=J_\lambda(g,z)K_\lambda(z,w)J_\lambda(g,w)^*$.

さて $\rho_n=\frac{1}{2}\sum_{\alpha\in\Phi_n^+}\alpha$ とおき、vol(D) を Lebesgue 測度 ν に関する D の volume とすれば、D の Bergman kernel K は

$$K(z,w)=\mathrm{vol}(D)^{-1}K_{-2\rho_n}(z,w)$$

で与えられる（[6], p.123）。μ を

$$d\mu(z)=K(z,z)\,d\nu(z)$$

で定義される D の G 不変な測度とし、

$$L^2(D,\lambda)=\left\{f:D\to E_\lambda\ ;\ \begin{array}{l} f \text{ は measurable} \\ \|f\|_\lambda^2=\int_D\langle K_\lambda(z,z)^{-1}f(z),f(z)\rangle\,d\mu(z)<\infty\end{array}\right\}$$

とおけば、$L^2(D,\lambda)$ は内積

$$\langle f_1,f_2\rangle=\int_D\langle K_\lambda(z,z)^{-1}f_1(z),f_2(z)\rangle\,d\mu(z)$$

によりヒルベルト空間になる。

$f\in L^2(D,\lambda)$, $g\in G$ に対し

$$(U_\lambda(g)f)(z)=J_\lambda(g^{-1},z)^{-1}f(g^{-1}\cdot z)$$

とおくと

(2.4) 命題 $U_\lambda: g\to U_\lambda(g)$ は G の $L^2(D,\lambda)$ 上でのユニタリ表現.

$$H_\lambda = \{ f \in L^2(D,\lambda)\ ;\ f \text{ は 正則} \}$$

とおけば、H_λ は $L^2(D,\lambda)$ の閉部分空間で表現 U_λ で不変であるが、次のことが知られている。

(2.5) 定理　(Harish-Chandra [3], Wallach [11])

$H_\lambda \neq \{0\}$ であるための必要十分条件は $\langle \lambda+\rho, \alpha \rangle < 0$ for $\forall \alpha \in \Phi_n^+$. ただし $\rho = \frac{1}{2}\sum_{\alpha \in \Phi^+} \alpha$. またこのとき表現 (U_λ, H_λ) は既約.

そこで以下 λ は $\langle \lambda+\rho, \alpha \rangle < 0$ $(\forall \alpha \in \Phi_n^+)$ をみたすと仮定する。

$$c(\lambda) = \frac{1}{\dim E_\lambda} \prod_{\alpha \in \Phi^+} \frac{\langle \lambda+\rho, \alpha \rangle}{\langle \rho, \alpha \rangle}$$

とおき、$f \in L^2(D,\lambda)$ に対し

$$(P_\lambda f)(z) = |c(\lambda)| \int_D K_\lambda(z,w) K_\lambda(w,w)^{-1} f(w)\, d\mu(w)$$

で $P_\lambda f$ を定義する。

(2.6) 定理　任意の $f \in L^2(D,\lambda)$ と $z \in D$ に対し $(P_\lambda f)(z)$ を定義する積分は存在し、$P_\lambda f \in H_\lambda$. しかも $P_\lambda : L^2(D,\lambda) \to H_\lambda$ は上への直交射影である.

この定理も定理(1.7)と同様 H_λ が再生核をもち、それが $|c(\lambda)| K_\lambda(z,w)$ で与えられることを示すことにより証明される。まず H_λ の再生核から始める。

$z \in D$ に対し $E_z : H_\lambda \to E_\lambda$ を $E_z(f) = f(z)$ で定義すると、E_z が E_λ 上への連続線型写像であることがいえ、従って E_z の

adjoint $E_z^*: E_\lambda \to H_\lambda$ が存在し,

(2.7a) $\quad \langle f(z), a\rangle_{E_\lambda} = \langle f, E_z^* a\rangle_{H_\lambda}, \quad f\in H_\lambda,\ a\in E_\lambda$

をみたす。そこで H_λ の再生核とよばれる関数 $R_\lambda: D\times D\to \mathrm{End}(E_\lambda)$ を

$$R_\lambda(z,w) = E_z E_w^*$$

で定義する。このとき (2.7a) は

(2.7b) $\quad \langle f(z), a\rangle_{E_\lambda} = \langle f(\cdot), R_\lambda(\cdot,z)a\rangle_{H_\lambda}$

とかける。

(U_λ, H_λ) がユニタリ表現ということから次の補題がいえる。

<u>(2.8) 補題</u>　<u>任意の $g\in G$, $z,w\in D$ に対し</u>

$$R_\lambda(g\cdot z, g\cdot w) = J_\lambda(g,z) K_\lambda(z,w) J_\lambda(g,w)^*$$

この補題と (2.3), D の等質性, および τ_λ の既約性より, $c>0$ が存在して, 任意の $z,w\in D$ に対し, $R_\lambda(z,w) = c K_\lambda(z,w)$ となることがいえる。この c が $|c(\lambda)|$ に等しいことは, a_λ を τ_λ の最高ウエイトベクトルとし, 定値関数 $\Phi_\lambda: z\to a_\lambda$ に (2.7b) を適用することにより示される。

<u>定理 (2.6) の証明</u>

$f\in L^2(D,\lambda)$ とし $f = f_1 + f_2$, $f_1\in H_\lambda$, $f_2\perp H_\lambda$ と分解すると, $R_\lambda(z,w) = |c(\lambda)| K_\lambda(z,w)$ より, $\forall a\in E_\lambda$, $\forall z\in D$ に対し,

$$\begin{aligned}\langle (P_\lambda f)(z), a\rangle &= \int_D \langle K_\lambda(w,w)^{-1} f(w), R_\lambda(w,z)a\rangle\, d\mu(w)\\ &= \langle f_1(\cdot), R_\lambda(\cdot,z)a\rangle + \langle f_2(\cdot), R_\lambda(\cdot,z)a\rangle\end{aligned}$$

$$= \langle f_1(z), a \rangle \quad \left((2.7b) \text{ と } R_\lambda(\cdot, z)a = E_z^* a \in H_\lambda \text{ より} \right)$$

従って $P_\lambda f = f_1$.

最後にこの§の結果を $D = G/K$ が $\mathbb{C}^n$ の単位球で K の表現の次数が n である場合に適用すればどのようになるか示す.

例

$D = \{ z \in \mathbb{C}^n ; |z| < 1 \}$, ν を $\nu(D) = 1$ なる Lebesgue 測度.
$d\mu(z) = (1-|z|^2)^{-(n+1)} d\nu(z)$ とする。1_n を n 次単位行列とし、
$s \in \mathbb{R}$ に対し

$$L^2(D, s) := \left\{ f : D \to \mathbb{C}^n \; ; \; \begin{array}{l} f \text{ は measurable} \\ \int_D (1-|z|^2)^s \langle (1_n - zz^*)^{-1} f(z), f(z) \rangle \, d\mu(z) < \infty \end{array} \right\}$$

$$H_s := \{ f \in L^2(D, s) \; ; \; f \text{ は正則} \}$$

とおけば

$$H_s \neq \{0\} \iff s > n+1$$

でこのとき、$L^2(D, s)$ の H_s 上への直交射影 P_s は

$$(P_s f)(z) = |c(s)| \int_D \frac{(1 - w^* w)^s}{(1 - w^* z)^s} (1_n - z w^*)(1_n - w w^*)^{-1} f(w) \, d\mu(w)$$

$$\left(|c(s)| = \frac{\prod_{j=1}^{n+1} (s - j)}{(s-n) \cdot n!} \right)$$

で与えられる。

References

[1] W.L. Baily: Introductory lectures on automorphic forms, Iwanami, 1973.

[2] F. Forelli and W. Rudin: Projections on spaces of holomorphic functions in balls, Indiana Univ. Math. J. 24 (1974), 593-602.

[3] Harish-Chandra: Representations of semi-simple Lie groups VI, Amer. J. Math. 78 (1956), 564-628.

[4] S. Helgason: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces, Academic Press, New York, 1978.

[5] L.K. Hua: Harmonic analysis of functions of several complex variables in the classical domains, Trans. Math. Monographs, vol. 6, Amer. Math. Soc., 1963.

[6] T. Inoue: Unitary representations and kernel functions associated with boundaries of a bounded symmetric domain, Hiroshima Math. J. 10 (1980), 75-140.

[7] T. Inoue: Orthogonal projections onto spaces of holomorphic functions on bounded homogeneous domains (Preprint).

[8] C.J. Kolaski: A new look at a theorem of Forelli and Rudin, Indiana Univ. Math. J. 28 (1979), 495-499.

[9] A. Koranyi: The Poisson integral for generalized half-planes and bounded symmetric domains, Ann. of Math. 82 (1965), 332-350.

[10] E.B. Vinberg, S.G. Gindikin and I.I. Piatetski-Sapiro: On classification and canonical realization of complex homogeneous domains, Trans. Moscow Math. Soc. 12 (1963), 404-437.

[11] N.R. Wallach: The analytic continuation of the discrete series I, Trans. Amer. Math. Soc. 251 (1979), 1-17.