

数値解析とカオス

京大 理学部 山口 昌哉

最近のカオスの理論は 数値解析と極めて深い関係におかれている。このことは、次の 2 つの場面からうかがわれる。

1) 一階又は二階の簡単な自律系常微分方程式の離散化は、方程式が非線型の場合、カオスをおこすような *discrete dynamical system* を与えることが屢々あること。このことは、R. May, Yamaguti, Matano, Ushiki 等の研究で明らかになった。このことから、数値解析の研究では、メッシュ巾を一定にして、時間無限大にして見る安定性の研究が、非線型問題については始められる可能性を示している。特に、2 次非線型に限って、この関係を説明した。

2) 3 次元以上の一階自律的常微分方程式系 および 2 次元で外力の入った場合等は、*stochastic* (Y. Sinai) な挙動を解の軌道が示し得ることは、Poincaré 以来示されてきた。Hénon-Heiles や、Lorenz のモデルは、このことを数値計算により示したものであるが、数

学的に precise な証明は、困難であった。Y. Sinai は、数値計算を用いて軌道の Stochasticity の証明を提唱している。これは、今のところ Lorenz モデルに適用されているが、非線型性が 2 次であることと、詳しい誤差評価が遂行できることにより達成されている。ここでは、その前段階として a closed orbit の存在についての証明をあらまし説明した。

以上 2 つのことからは、微分方程式の数値解析の研究に新しい方向をもたらし得るものと思われる。