数理解析研究所講究録
第 442 巻 1981 年 98-111

KNOT SURGERY DESCRIPTIONS OF SOME CLOSED ORIENTABLE 3-MANIFOLDS

津田塾大学　　円山憲子

本稿の目的は、homology 3-球面内の knot の exterior を二つ張り合せて得られる closed orientable 3-manifolds の knot surgery 表現を求めることである。

§1 準備

1.1 定義. smooth oriented category で議論を進める。Σ を homology 3球面, K を Σ 内の oriented knot とする。$N(K)$ を K の 0-framed tubular neighborhood とする。即ち、$N(K) \cong S^1 \times D^2$, $S^1 \times \{*\} \sim 0$ in $\Sigma - \mathring{N}(K)$, $* \in \partial D^2$ となっている。$X = \Sigma - \mathring{N}(K)$ と置いたものを K の exterior という。X の向きは、Σ と K のそれから自然に決まるものである。∂X はいつでも $S^1 \times \partial D^2$ と同一視され, 座標は (θ, φ), $0 \leq \theta, \varphi < 2\pi$ で入れる。$\ell = S^1 \times \{*\}$ $(* \in \partial D^2)$, $m = \{*\} \times \partial D^2$ $(* \in S^1)$ なる ∂X 上の loops を各々 K の longitude, meridian という。$\lambda = [\ell]$,

$\mu=[m]$ は $H_1(\partial X)\cong\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}$ の生成元である。

1.2 $\underline{M(K_1, K_2 : A)}$: K_i を homology 3 球面 Σ_i 内の oriented knot, X_i を K_i の exterior とする $(i=1,2)$。$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL(2,\mathbb{Z})$ s.t. $\det A=-1$ に対して,

$$h(\theta_1, \varphi_1)=(a\theta_1+b\varphi_2,\ c\theta_1+d\varphi_2)$$

により、向き逆転の同相写像 $h: \partial X_1 \to \partial X_2$ が決まる。よって $h_*: H_1(\partial X_1)\to H_1(\partial X_2)$ は,

$$h_*\langle\lambda_1, \mu_1\rangle = \langle\lambda_2, \mu_2\rangle\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

となることがわかる。この h で X_1 と X_2 を張り合せて得られる 3-manifold $X_1\cup_h X_2$ は, h が向き逆転であるから X_1 と X_2 のそれから決まる自然な向きを持っている。この closed orientable 3-manifold を $M(K_1, K_2 : A)\ (=X_1\cup_h X_2)$ と表わす。

$M(K_1, K_2 : A)$ の性質を上げておく:

(1) $M(K_1, K_2 : A)=X_1\cup_h X_2\cong X_2\cup_{h^{-1}}X_1=M(K_2, K_1 : A)$。

(2) $M(O, K ; A)\cong \chi_\Sigma(K : c/a)$,

ただし, O は S^3 内の trivial knot, K は homology 3-球面 Σ 内の knot で, $\chi_\Sigma(K : c/a)$ は Σ を K に沿って type a/c の Dehn surgery を施して得られる closed orientable 3-manifold。

(3) $M(K_1, K_2 : A)$ は.

$$H_1(M(K_1, K_2 : A))\cong \mathbb{Z}/|c|\mathbb{Z}。$$

(2)は、$N(K) \cong S^1 \times D^2$ と $X(0) \cong D^2 \times S^1 \cong S^3 - \mathring{N}(0)$ との同相写像(向き逆転)が $(x, y) \mapsto (y, x)$ で与えられることと、Dehn 構成して得られるものの topological type が $N(K)$ の meridian の行き先で決まることからわかることを注意しておく。

1.3 <u>*Surgery on solid torus*</u>. J を solid torus $S^1 \times D^2$ 内部の simple closed curve (s.c.c) で、$J \not\subset B^3$ in $S^1 \times D^2$ かつ $J \neq$ core of $S^1 \times D^2$ を満たすようなものとする。

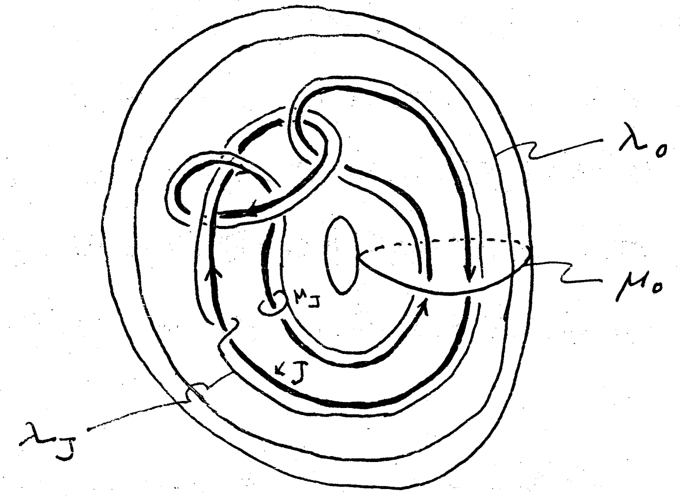

図1. $J \subset S^1 \times \mathring{D}^2$ $(w = 0)$

J の winding 数 w は、$\mathrm{Im}[H_1(J) \to H_1(S^1 \times D^2)] = w\mathbb{Z}$ によって決まる **non** negative integer である。$\lambda_0 = [S^1 \times *]$ $(* \in \partial D^2)$, $\mu_0 = [* \times \partial D^2]$ $(* \in S^1) \in H_1(S^1 \times \partial D^2)$ とする。$S^1 \times D^2$ 内での J の 0-framed tubular neighborhood $N(J)$ は、$g : S^1 \times D^2 \cong N(J)$

s.t. $g(S^1\times\{0\})=J$, $g(S^1\times\{*\})$ $(*\in\partial D^2)\sim w\lambda_0$ in $S^1\times D^2-N(\mathring{J})$ により与えられる。μ_J を $N(J)$ 内で null homotopic な loop の $H_1(\partial N(J))$ での class, $\lambda_J=[g_*(S^1\times *)]$ $(*\in\partial D^2)\in H_1(\partial N(J))$ とする。λ_J, μ_J が J の $S^1\times D^2$ における longitude と meridian である。$Y=S^1\times D^2-N(\mathring{J})$ を J の $S^1\times D^2$ における exterior という。$\partial Y=S^1\times\partial D^2\cup\partial N(J)$ であるが、以下 $\partial_0 Y=S^1\times\partial D^2$ と表わす。従って、$\partial Y=\partial_0 Y\cup\partial N(J)$. 以上のことから、$m/n\in\mathbb{Q}\cup\{\infty\}$ $(\infty=\frac{\pm1}{0})$ に対し、J に沿って solid torus に Dehn surgery を施すことができる。詳しく言えば、$h:\partial N(J)\cong\partial N(J)$ s.t. $h_*[\mu_J]=m\mu_J+n\lambda_J\in H_1(\partial N(J))$ なる同相写像で Y に $N(J)$ を張り直すことにより境界を持つ 3-manifold が得られる。それを $(J:m/n)=Y\cup_h N(J)$ と表わす。

$\partial(J:m/n)=\partial_0 Y$ である。

次の補題は [G, Lemma 3.3.] から得られる。

__補題 1.__ $(w,m)=1$ __のもとで__,

(1) $H_1((J:m/n))\cong\mathbb{Z}$.

(2) $\mathrm{Ker}[H_1(\partial(J:m/n))\to H_1(J:m/n)]$ $(\cong\mathbb{Z})$ __は__, μ_0 $(w=0)$ __又は__ $nw^2\lambda_0+m\mu_0$ $(w\neq0)$ __で生成される__。

1.4 __定義.__ $\varphi_k:S^1\times D^2\cong S^1\times D^2$ を

$$\varphi_k(\theta,(r,\varphi))=(\theta,(r,k\theta+\varphi))$$

で与えられる同相写像とする．φ_k を k-twist homeomorphism と呼ぶことにする。$(\varphi_k|\partial)_* : H_1(S^1\times\partial D^2) \to H_1(S^1\times\partial D^2)$ は，

$$(\varphi_k|\partial)_* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

となっている。

J を 1.3 のような $S^1\times\mathring{D}^2$ 内の s.c.c とする。$J_k = \varphi_k(J)$ と置く。K を homology 3-sphere 内の knot とし，$f : S^1\times D^2 \xrightarrow{\cong} N(K)$ を K の 0-framing とする。$J(K) = f(J)$ を K の satellite，$J_k(K) = f(J_k)$ を K の k-twisted satellite という。

§2. 主定理

定理 1.　K_i を homology 3 球面 Σ_i 内の knot，X_i を K_i の exterior とする $(i=1,2)$。winding 数 w のある simple closed curve $J \subset S^1\times\mathring{D}^2$ で，$J \not\subset B^3 \subset S^1\times\mathring{D}^2$ かつ J は $S^1\times D^2$ の core と異なるものが存在し．また $m/n \in \mathbb{Q}\cup\{\infty\}$ で $(m,n)=1$ を満たすものが存在して．$X_1 = (J : m/n)$ となり $f : \partial(J : m/n) \to \partial X_1$ が $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $(w=0)$ 又は $\begin{pmatrix} -s & t \\ m & -nw^2 \end{pmatrix}$ $(w\neq 0)$ $\det B = -1$ で与えられるとする。さらに $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ $(w=0)$ 又は $\begin{pmatrix} nw^2 & t \\ m+knw^2 & kt+s \end{pmatrix}$ $(w\neq 0)$，$k\in\mathbb{Z}$ とする。この時．$M(K_1, K_2 : A)$ は，Σ_2 を K_2 の k-twisted satellite $J_k(K_2)$ に沿って type $\frac{m}{n} + kw^2$ の Dehn surgery を施して得られる。

$$M(K_1, K_2; A) \cong \chi_{\Sigma_2}(J_k(K_2); \tfrac{m}{n} + kW^2)。$$

<u>証明</u>. 仮定より $g = h \circ f : \partial(J; \frac{m}{n}) = \partial_0 Y = S^1 \times \partial D^2 \xrightarrow{f} \partial X_1 \xrightarrow{h} \partial X_2$ は, $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$ で与えられる. よって, $g_* : H_1(S^1 \times \partial D^2) \to H_1(\partial X_2)$ は $g_* \langle \lambda_0, \mu_0 \rangle = \langle \lambda_2, \mu_2 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$ となっている. $M(K_1, K_2; A) = X_1 \cup_h X_2 \cong (J; m/n) \cup_g X_2$ であるが, $(J; m/n) = Y \cup_j N(J)$ (j は type m/n の surgery map) より, ひとまず J に沿った surgery を忘れて, $S^1 \times D^2$ を g で X_2 に張った後, J に対応するような $S^1 \times D^2 \cup_g X_2$ 内の s.c.c. に沿って適当な係数の surgery を施せば $M(K_1, K_2; A)$ と同相なものが得られる. g は上のことから solid torus の meridian μ_0 を K_2 の meridian μ_2 に対応させていることがわかり, $S^1 \times D^2 \cup_g X_2$ はちょうど K_2 に沿って Σ_2 に type $1/0\ (=\infty)$ の surgery を施したものである, i.e. $S^1 \times D^2 \cup_g X_2 = \chi_{\Sigma_2}(K_2; \frac{1}{0}) \cong \Sigma_2$。

一方, $\Sigma_2 = N(K_2) \cup X_2$, $\partial N(K_2) \to \partial X_2$ は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ で与えられているので, 上の同相は, $S^1 \times D^2 \cong N(K_2)$ なる同一視のもとで $\varphi_k \cup id$, $\varphi_k : S^1 \times D^2 \to S^1 \times D^2$ k-twist homeomorphism, $id : X_2 \to X_2$ で与えられていることがわかる。よって, J は $N(K_2)$ 内に $\varphi_k(J) = J_k$ で入っており, J から J_k への surgery の係数の変化は k-twist をうけて $m/n + kW^2$ となる. 従って $M(K_1, K_2; A)$ は Σ_2 内の knot K_2 の satellite $J_k(K_2)$ に

沿って type $\frac{m}{n}+kW^2$ の surgery を施して得られることが言えた。□

さて、どんな closed orientable 3-manifold も必らず S^3 内のある link に沿って S^3 を surgery して得られるということは、よく知られたことである。定理1の $M(K_1, K_2 : A)$ のそのような表現について考える：$\Sigma_2 \cong \chi_{S^3}(L : \Pi)$，ここに L は有限個の成分からなる S^3 内の link，Π を L の各成分に対応する surgery の係数の組（係数が ∞ となることはないとしてよい）とすれば，定理1の $M(K_1, K_2 : A)$ を表わすに必要な link は，Σ_2 に関する link $L \subset S^3$ に $J_k(K_2) \subset \Sigma_2$ に対応する knot をやはり $J_k(K_2)$ と名付けて加えたものである。$J_k(K_2)$ の S^3 に於ける surgery の係数は，$(L : \Pi)$ の linking matrix を Γ とし，$(L ; \Pi) \cup (J_k(K_2) : 0)$ の linking matrix $\Gamma(0)$ とした時 [Mt, corollary 2.1.1] より $(\frac{m}{n} - kW^2) - \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}$ となることが言える。まとめると，

<u>系 1.1.</u> <u>定理1の $M(K_1, K_2 : A)$ は次のようにして得られる</u>.

$$M(K_1, K_2 : A) \cong \chi_{S^3}(L \cup J_k(K_2) : \Pi, r),$$

$$r = \left(\frac{m}{n} - kW^2\right) - \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}\ 。$$

次に定理1の仮定を満たすような S^3 内の knots の族を考える。

1.4 に従って，T を $S^1 \times D^2$ 内部の s.c.c. で，O を trivial knot とした時，$T(O)$ が再び trivial knot となるようなものとする。$K_1 = T_n(O) \subset S^3$ とする。

補題2. $K_1 = T_n(O)$ に対し，solid torus 内に s.c.c J が決まり $X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$ で $f: \partial(J; -\frac{1}{n}) \to \partial X_1$ は $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$，$w$ は T の winding 数，で与えられる。

証明。$K_1 = T_n(O) \subset N(O) \subset S^3$ である。今，O の exterior の core を J' とし，J' に沿って type $-\frac{1}{n}$ の surgery を S^3 に施す。$\chi_{S^3}(J'; -\frac{1}{n}) \cong S^3$ である。J' に沿ってのこの surgery は，J' の exterior $\cong N(O)$ に $-n$ twist を加えることを意味する。K_1 は solid torus 内の s.c.c T に n twist を加えたのち，O の satellite としたものであるから，上の surgery で K_1 はほどけて trivial knot $T(O)$ となる。$T(O)$ の exterior $X \cong D^2 \times S^1$ 内に J' があり，X を J' に沿って $-\frac{1}{n}$ surgery したものが X_1 と同相である。この同相写像は境界で $(\partial X \xrightarrow{\cong} \partial X_1)$，$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix}$ で決まるものであることがわかる。さらに同相写像 $t: S^1 \times D^2 \to X$ を $t(\theta, (r, \varphi)) = (\varphi, (r, \theta))$ を考え，$J \subset S^1 \times \mathring{D}^2$ が $J' \subset \mathring{X}$ に対応するとすれば，J' に付した surgery 係数は，J について $-\frac{1}{n}$ の係数を定める。X_1 は solid torus $S^1 \times D^2$ を J に沿って $-\frac{1}{n}$ surgery したものに同相である，$X_1 \cong (J; -\frac{1}{n})$。また $t|\partial: S^1 \times \partial D^2 \xrightarrow{\cong} \partial X$ が $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ であることに注意すれば，$\partial(J; -\frac{1}{n}) \xrightarrow{\cong} \partial X_1$ は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ nw^2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & nw^2 \end{pmatrix}$ で決まることがわかる。□

補題2より $K_1 = T_n(0)$, $\Sigma_1 = S^3$, $m=1$, nには$-n$を代入, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & nw^2\end{pmatrix}$ に対して 定理1 及び 系1.1 を使えば, 次の定理を得る。

<u>定理2.</u> $K_1 = T_n(0) \subset S^3$, Tのwinding数$=w$, <u>また</u> $A=\begin{pmatrix}-nw^2 & 1\\ 1-knw^2 & k\end{pmatrix}$ $({}^\forall k \in \mathbb{Z})$ <u>とすれば, homology 3球面Σ_2内の任意のknot</u> K_2に対して,

$$M(K_1, K_2 ; A) \cong \chi_{\Sigma_2}(J_k(K_2) ; -\frac{1}{n} + kw^2).$$

<u>さらに</u> $\Sigma_2 = \chi_{S^3}(L ; \Gamma)$ <u>とすれば</u>,

$$M(K_1, K_2 ; A) \cong \chi_{S^3}(L \cup J_k(K_2) ; \Gamma, -\frac{1}{n} + kW^2 - \frac{\det \Gamma(0)}{\det \Gamma}).$$

次に定理2において $K_2 = O \subset S^3 = \Sigma_2$ とする。**1.2**の(1)と(2)により, $M(K_1 ; O ; A) \underset{(1)}{\cong} M(O, K_1 ; A^{-1}) \underset{(2)}{\cong} \chi_{S^3}(T_n(0) ; nw^2 - \frac{1}{k})$ となるから,

<u>系2.1.</u> $\chi_{S^3}(T_n(0) ; nw^2 - \frac{1}{k}) \cong \chi_{S^3}(J_k(0) : kw^2 - \frac{1}{n})$。

<u>系2.2.</u> ([B], Theorem 1). $K_i = T^i_{q_i}(0)$, w_i : T^i<u>のwinding数とする</u> $i=1, 2$。<u>3次元多様体で</u> K_2<u>のsatellite</u>に沿って $(1-N)/q_1$-<u>surgery</u>しても K_1<u>のsatelliteに沿って</u> $(1-N)/q_2$-<u>surgeryしても得られるものがある</u>。<u>ここに</u> $N = w_1^2 w_2^2 q_1 q_2$ <u>とする</u>。

§3. 応用.

ここでは, 定理2の例として cable knot surgery 表現と, twisted double knot を含むある knot の class による surgery 表現について述べ, 定理1の仮定を満たす例について考える。

3.1 $T(nw\pm1, w)$ を $(nw\pm1, w)$-torus knot とする. T として solid torus 内に $(\pm1, w)$ torus knot を考えれば,

$$T(nw\pm1, w) = T_n(\pm1, w).$$

従って補題2を満たす。$J(p.q;K)$ を K の (p,q)-cable knot とすれば, 定理2より次を得る.

系2.3. $A=\begin{pmatrix} -nw^2 & 1 \\ 1-knw^2 & n \end{pmatrix}$ $({}^{\forall}k\in\mathbb{Z})$, K を homology 3球面 Σ 内の knot とする。

(1) $M(T(nw\pm1, w), K : A) \cong \chi_\Sigma(J(kw\pm1, w : K); kw^2 - \frac{1}{n})$

(2) $\chi_\Sigma(K : k\pm\frac{1}{4}) \cong \chi_\Sigma(J(2k\pm1, 2 : K); 4k\pm1)$.

証明. (1)は定理2よりただちにわかる. また(2)は, $T((\mp1)2\pm1, 2) = T(\mp1, 2)$ が再び trivial knot になること, $A=\begin{pmatrix} \pm4 & 1 \\ 1\pm4k & k \end{pmatrix}$ を用いて, (1)から出てくる。□

系2.3 の(2)は [FS, Theorem 2] を含む。

3.2 次に 2 bridge knot のある class $H(m,n)$ を扱う。

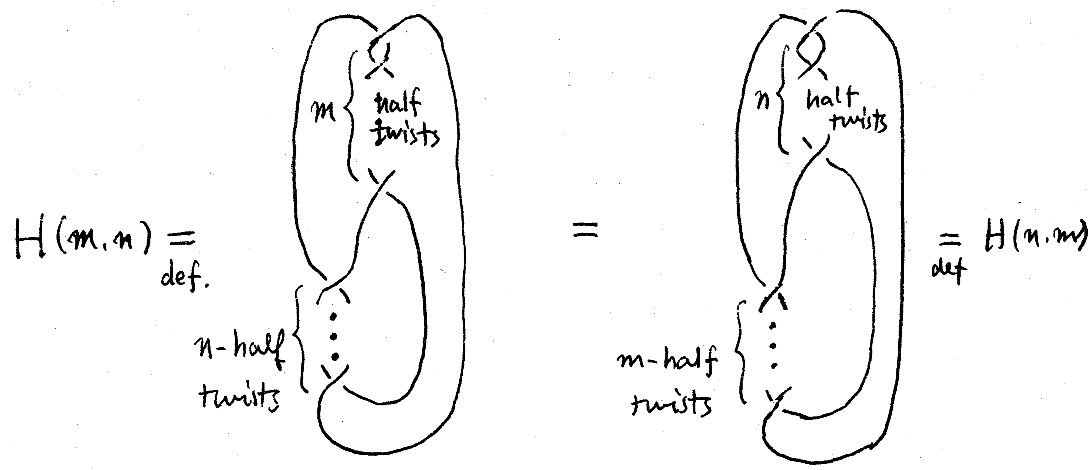

図 2.

knot であるために m, n ともに even, 一方が even 一方が odd でなければならない(図2からわかるように $H(m,n)=H(n,m)$ なので m が odd n が even と仮定して構わない)。従って $H(m,2n)$ を考えてゆく。$H(m,2n)$ は $H(m,0)$ を n-twist して得られる。m が odd の時 $W=2$ で $A_o=\begin{pmatrix} -4n & 1 \\ 1-4kn & k \end{pmatrix}$, m が even の時 $w=0$, $A_e=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ に対して定理2を使えば次が出る。

<u>系 2.4</u>　K は <u>homology 3-sphere Σ</u> <u>内の knot</u>, $k \in \mathbb{Z}$ とする。

(1)　$$M(H(m,2n:A_o)) = \chi_\Sigma(H(m,2k:K):4k-\frac{1}{n})$$

ここに m: odd で $H(m,2k:K)$ は $H(m,2k)$ から作る K の satellite.

(2) $M(H(2m, 2n), K : Ae) \cong \chi_\Sigma(H(2m, 2k : K) : -\frac{1}{n})$

$\cong \chi_\Sigma(H(2n, 2k : K) : -\frac{1}{m})$

(3) $H(\pm 2, 2n) \underset{\text{def}}{=} D_n^{\pm 1}$, $D_n^{\pm 1}(K)$: K の n-twisted double とする.

$$\chi_\Sigma(D_K^{\pm 1}(K) : -\frac{1}{n}) \cong \chi_\Sigma(H(2n, k : K) : \mp 1)。$$

証明。(1)は定理2より明らか. (2)もそうであるが あとの二つの同相は $H(2m, 2n) = H(2n, 2m)$ から来るものである。(3)は(2)から。□

3.3. 定理1の仮定を満たすknotsの族は定理2で扱ったもの以外に, solid torus 内の torus knot を特に $J_{p,q}$ で表わすと, $(J_{p/q} : m/n)$ がある torus knot の exterior を表わすことがある。Gordon [G, Lemma 7.2] は次のように述べている。

補題3. (Gordon) $(p, q) = 1$, $q \geq 2$ とする.

$$(J_{p,q} : m/n) \cong \begin{cases} (1)\ S^1 \times D^2 \# L(q, p) & m/n = pq,\ n = 1. \\ (2)\ S^1 \times D^2 & |npq - m| = 1 \\ (3)\ \text{multiplicity } q,\ |npq - m| \text{ の singular fibres を持つ } D^2 \text{ 上の Seifert fibre space.} \end{cases}$$

補題3において，(2)から trivial knotのexteriorが得られるとみなせ，(3)のうち．$p\equiv m \pmod{q}$ かつ $p\equiv q \pmod{|m-npq|}$ となっている時，torus knot $T(m-npq,q)$ のexteriorが得られることが fibrationの ordinary fibreの追跡で言える。そこで定理1を使って，次の系を得る。

系1.2. Kはhomology 3-sphere Σ内のknot，

$A=\begin{pmatrix} nq^2 & t \\ m+knq^2 & kt+s \end{pmatrix}$，$\det A=-1$，$(p,q)=1$ とする．

(1) $$\chi_\Sigma\left(K ; \frac{m}{nq^2}+k\right) \cong \chi_\Sigma\left(J(kq+p,q;K) ; \frac{m}{n}+kq^2\right)$$

(2) $p\equiv m\ (|q|)$，$p\equiv q\ (|m-npq|)$ の時，

$$M(T(m-npq,q)', K ; A) \cong \chi_\Sigma\left(J((k-np)q+m,q:K) ; \frac{m}{n}+kq^2\right).$$

3.4. 注意．

(1) Brakes [B]は定理2と同様のアイデアで系2.2を示した。これは少くとも2つの異なるknotsから surgeryにより，ひとつの3-manifoldが作れるかどうかの答となっている。また，

系 2.1 からもそのような例を作ることができる。系 2.1 は結局 S^3 内の各成分 T, J が trivial で $lk(T, J) = w$ の link $L = T \cup J$ を考え、T には係数 $-\frac{1}{k}$、J には係数 $-\frac{1}{n}$ を付して得られる 3-manifold の knot による surgery 表現の間の変換を意味している。T と J が S^3 の isotopy で互いに移りあえ、$w \neq 0$, $k \neq n$ ならば、Alexander polynomial の計算により $T_n(0)$ と $J_k(0)$ が異なる knot type を持つことを示すことができる。

(2) 本稿の内容は、[Mr] を修正、一般化したものである。他方向への応用等についてはこれを参照されたい。

REFERENCES

[W] W. Brakes, Manifolds with multiple knot-surgery descriptions, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 87(1980), 443-448.

[FS] R. Fintushel and R. Stern, Constructing lens spaces by surgery on knots, Math. Zeit. 175(1980), 33-51.

[G] C.McA. Gordon, Dehn surgery and satellite knots, preprint.

[Mr] N. Maruyama, Knot surgery descriptions of some closed orientable 3-manifolds---preliminary notes, preprint.

[Mt] Y. Matsumoto, On the bounding genus of homology 3-spheres, preprint.