数理解析研究所講究録
第477巻 1983年 229-244

楕円柱の自励回転

東　　大・工　井筒　直樹
お茶の水大・理　大島　裕子
(Izutsu Naoki, Oshima Yuko)

1. はじめに

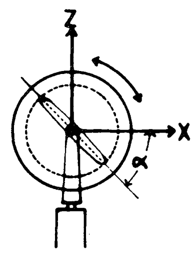
風にそよぐ木の葉やはためく旗などの流れによる自励振動は日常よく見られる現象である。また風車や風盃型風力計は一方向にのみ回転するように設計された機械であるが、特に回転するように設計されていない対称物体でもその対称軸の回りに安定した自励回転を起こすことがある。カードを落とすとくるくるとまわりながら斜めの方向にゆっくりと落ちていくのはその例である。このような対称物体の自励回転現象については古くから多くの研究者によって研究が行われてきたが、自励回転による風力エネルギーの採取、あるいはこれによる飛翔体の不安定運動に関連してこの問題が最近新しく注目されるようになった。ここでは二次元楕円柱が主流と直角に保持され、その中心母線を軸として回転する場合の流れ場の観測、測定を行うとともに、渦糸近似法による数値解析

を行った。

2. 実験装置

風洞　　宇宙科学研究所の測定部径1.6 mの変圧風洞を一様流速$U_0 = 7 \sim 42$ m/sで使用した。

模型　　コード長$C = 15$ cm、スパン45 cm、厚み比15%の木製楕円柱模型をその中心母線を軸としてボールベアリングを用いて自由に回転できるように支持台に、両側に端板としての直径20 cmのアクリル製円板とともにとりつけた。第1図のように模型の中心線を原点、一様流の方向をX軸、垂直上むきにZ軸の座標をとり回転角αはXZ面で水平状態を0として時計回り方向を正とした。流れは二次元でY方向の変化はないものとする。この模型を自励回転状態とそれと異なる種々の回転数でパルスモーターで駆動した強制回転状態での測定を行った。



第1図　座標

回転数　　レーザーとフォトトランジスタを模型の両側で組みあわせて、翼の回転によってさえぎられた光のパルスを周波数カウンタで測定した。

流れの可視化　　長さ40 cm、0.2 mmφの9本のニクロム線を模型の上流$X = -30$ cmのところにZ方向に5 cmおきにY軸と平行にはり、流動パラフィンを塗付、通電によって煙を発

生させる、スモークワイヤ法で流れ場を可視化し、回転数測定用のパルスと同期して発生させたストロボ光で写真撮影した。すなわち撮影された写真は、連続回転している楕円柱のある位相角度における流れ場の多重露光写真である。

熱線流速計　　I型及びX型熱線風速計により後流内の$X=16$ cmの断面をZ方向にトラバースし、平均流速及び流速変動を測定した。

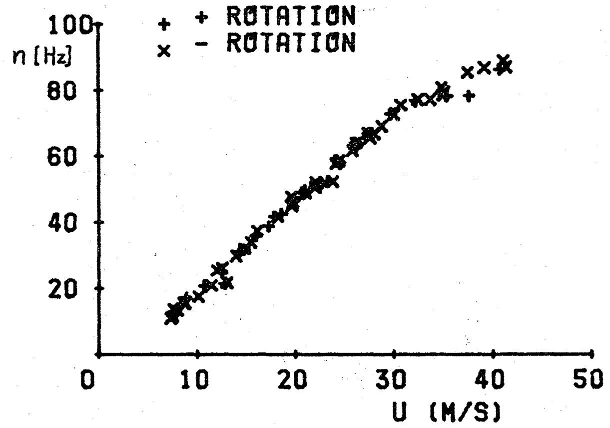
三分力バランス　　支持台を三分力バランスに接続し、揚力、抵抗、モーメントを測定した。

パルスモーター　　楕円柱を任意の一定回転数で強制的に回転させるために軸をトルク変換器を通してパルスモーターに接続してその際のトルクを測定した。

マイクロコンピューターシステム　　各測定のコントロール及びデータの収集、処理にはマイクロコンピューターAppleⅡを中心としたシステムを用いた。

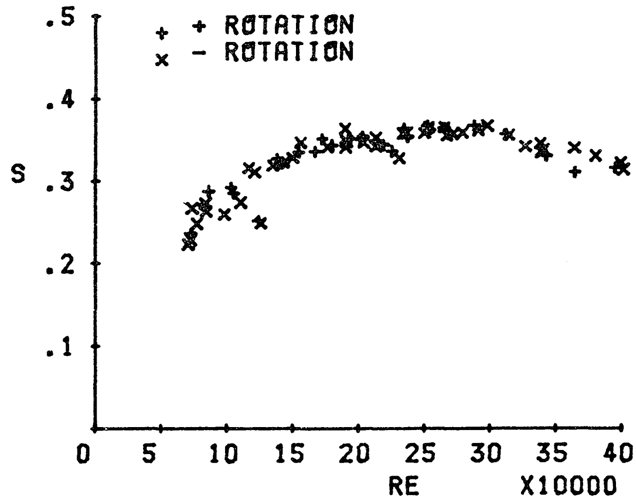
3、実験結果

自励回転数　　模型を一様流中におくと流れに直角な位置で静止するが、わずかに回転を与えると自励回転を継続する。一様流の



第2図　回転数～一様流速

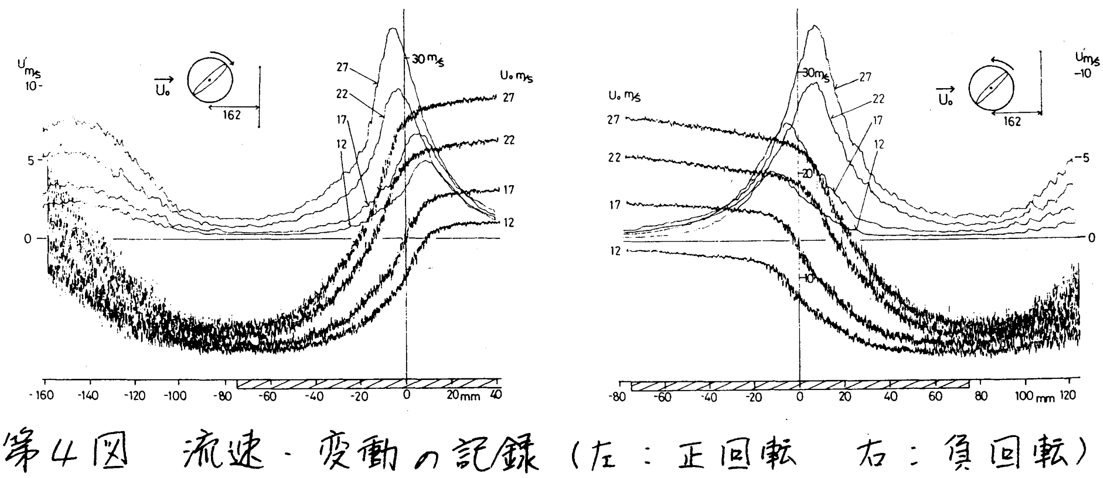
速度に対する自励回転数の変化を第2図に示す。一様流速の増加とともに自励回転数nも増加し、その値は回転方向にはよらない。これを無次元回転数 $S=nC/U_0$ とレイノルズ数 $Re=U_0C/\nu$ で表したのが第3図である。



第3図　無次元回転数～Re

レイノルズ数 1.5×10^5 以上で S はほぼ一定値0.36を示すが流速の低いところでは S も小さくなる傾向があり $U_0=10\,m/s$ で $S=0.29$ となる。

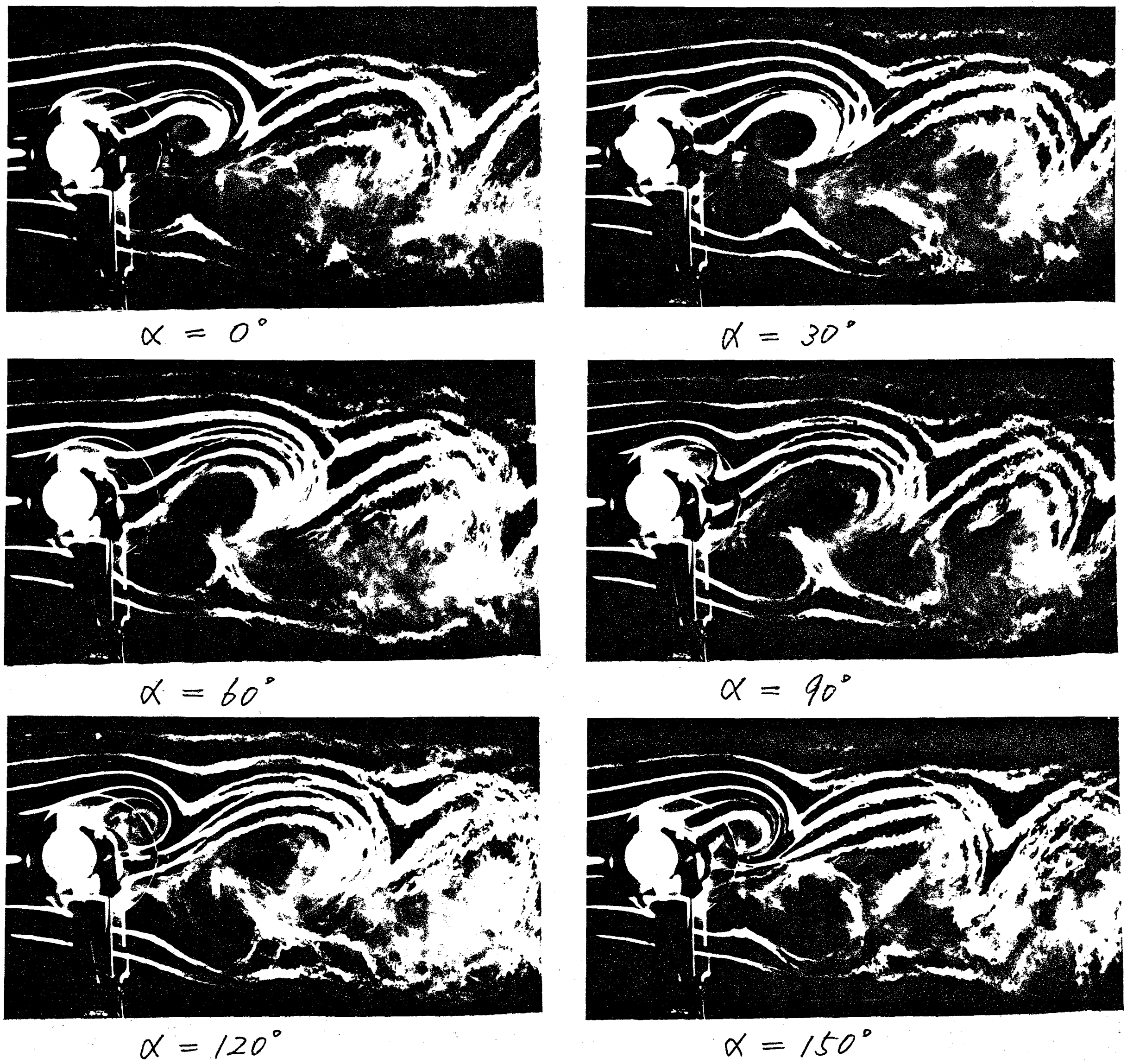
流速測定　　時計方向回転の場合、楕円柱の上側つまり翼端が後退する側では流れが加速され、下側つまり翼端が前進する側では減速され、したがって後流は下側に偏る。このことは第4図に示した熱線流速計による平均流速分布より明



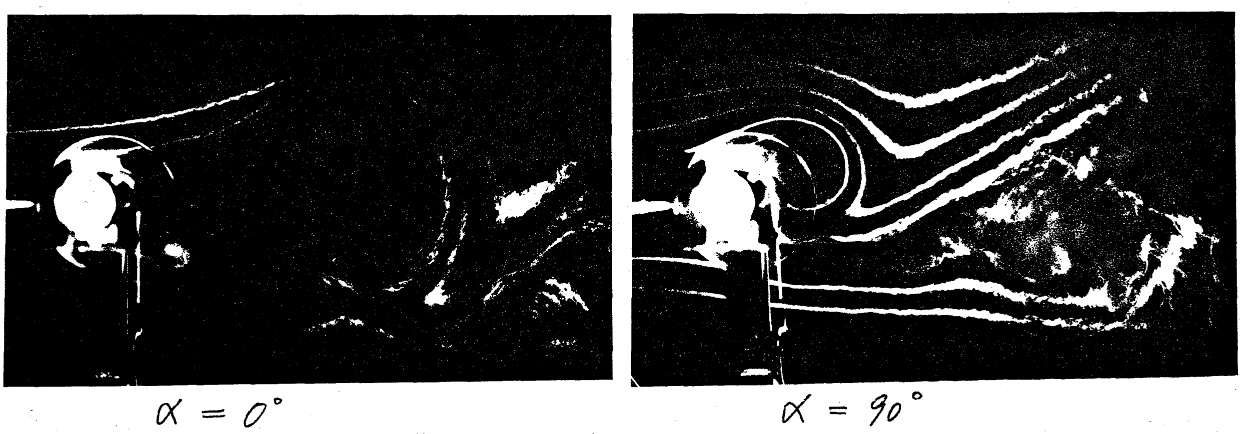
第4図　流速・変動の記録（左：正回転　右：負回転）

らかである。これは自励回転している楕円柱の下流 $X=16\,cm$ の断面での、流速の回転による周期的変化の時間平均とその平均自乗偏差すなわち流速変動を示したもので、正負の回転の方向によってX軸に対して上下対称な分布をしていることから、回転の方向による差異はないことがわかる。流速変動は平均流速が急に減る肩の部分で大きいが、正回転では上側、負回転では下側、すなわち翼端が後退する側で流速変動が大きく、反対側では乱れが大きいことがわかる。

流れの可視化　　第5図はスモークワイヤ法によって流れ場を可視化した写真で一様流速 $U_0=10\,m/s$、水平位置より $30°$ おきの状態を示してある。なおこの場合、軸に負荷をとりつけてあるため、第3図で示した自励回転数 $S=0.29$ よりは回転が遅く $S=0.23$ であった。α が増すにつれ上側では回転と同じ正方向の渦を後方に放出するのに対して下側でも回転と逆向きの渦をつくる。そして1回転につき正負各2個ずつの渦が交互に後流に放出される。回転方向と同じ向きの渦が強いが、これは熱線流速計において流速変動の大きい側と対応する。これらの写真は $X=-30\,cm$ の線上の9点を通る流脈のある位相位置における像を表すものであるが、線が2本見られるのは、ストロボ照明を1回転につき2回行っていることによる。すなわち回転角 α と $\alpha+180°$ の場合では流れ場

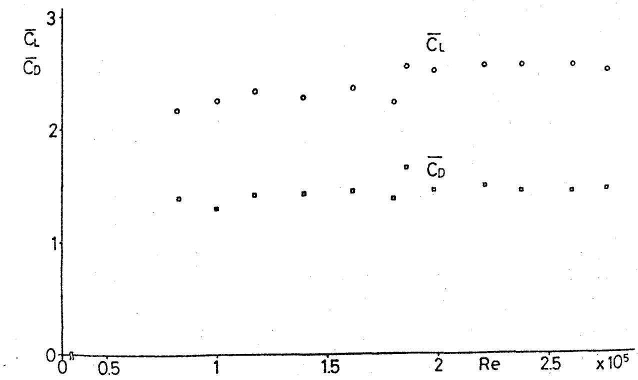


第5図　可視化写真　$U_0 = 10\,m/s$，時計方向回転



第6図　可視化写真　$U_0 = 10\,m/s$，$S = 0.075$で強制回転

は異ることを意味し、流れ場は回転に対して biharmonic な構造をもつ。第6図は楕円柱をモーターで $S=0.075$ の回転数で回転させた場合の写真で回転方向は同じく時計方向である。回転が遅いため、正の大きな渦と負の小さな渦がいくつか発生している。回転方向が逆の場合にも全く対称な写真が得られた。

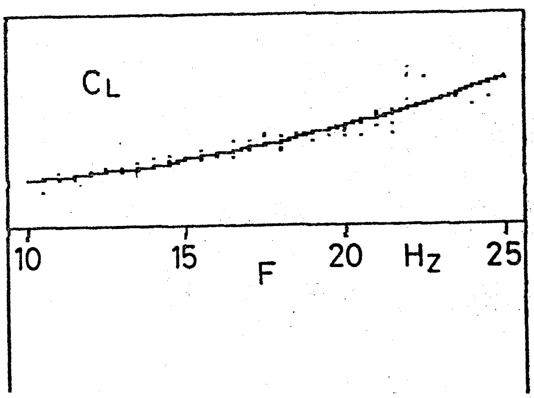


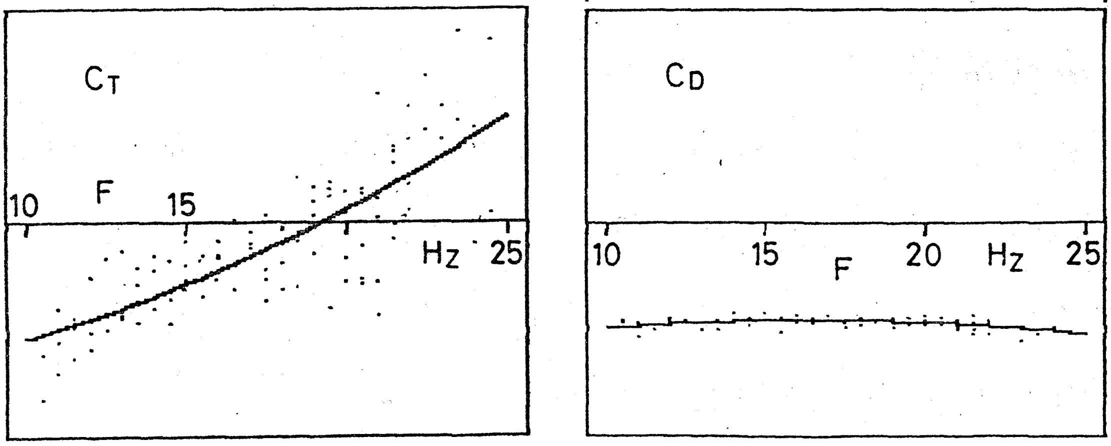
第7図　揚力・抵抗係数

力の測定

自励回転している楕円柱に働く揚力、抵抗を第7図に示す。揚力係数、抵抗係数ともほぼ一定でそれぞれ $C_L=2.6$　$C_D=1.4$ であり揚抗比は1.5となる。

一様流速 $U_0=10\ m/s$ の場合





第8図　トルク・揚力・抵抗係数と回転数の関係

に楕円柱をモーターで強制的に定速回転させた場合の回転数に対するトルク、揚力、抵抗の変化を示したのが第8図である。トルクは回転方向と逆向きを正にとってあるから、C_Tが負では回転を助けるトルクが働き、C_Tが正の部分では回転をさまたげる方向に力が働く。したがって自励回転は$C_T=0$でかつC_Tが回転数に対して正のこう配をもつ点において起こる。第8図では19Hzがこの点にあたり、これは$S=0.285$となり第3図で示した$S=0.29$と一致する。また回転数を増すと揚力は増すが、抵抗係数は回転数に無関係である。

角速度の変化　　自励回転をしている楕円柱が一回転の間、一定の角速度で回転しているかどうかを調べるために、等間隔のスリットを切った端板をとりつけレーザーを用いて各位相における回転角速度を測定した。しかし角速度の回転角位相による変化は検出されず、常に一定角速度で回転しているとみなすことができた。

4. 数値解析

解析方法　　一様流速U_0中で流れと直角な固定軸の回りに回転する二次元楕円柱を考える。楕円柱に働く空気力の反時計方向のモーメントをM、慣性回転モーメントをIとすると、楕円柱の運動方程式は、

$$I\frac{d\omega(t)}{dt}=-M(t),\quad \omega=\frac{d\alpha(t)}{dt} \tag{1}$$

となる。各時刻での空気力のモーメントMがわかれば、この式を積分することによって$\alpha(t)$, $\omega(t)$が求まるが、(1)をαについて積分し、ωの周期平均値を$\bar{\omega}$, $\omega=\bar{\omega}$となる回転角を$\bar{\alpha}$とすると、

$$\omega^2 = \bar{\omega}^2 - \frac{2}{I}\int_{\bar{\alpha}}^{\alpha} M\,d\alpha' \tag{2}$$

となる。つまり慣性モーメントIが十分大きければ、$\omega=\bar{\omega}$となり、一定角速度で回転する。したがって逆に楕円柱を一定角速度で回転させて、そのときの平均回転モーメントを求めると第8図のような関係が得られるであろう。そのとき平均回転モーメントが0で回転数に対して正のこう配をもつ点で自励回転が起こることになる。

計算方法　　物体表面での渦層の発生とはく離の過程を渦系近似法で扱う。コード長c、厚み比εの楕円は写像関数

$$z = e^{-i\alpha}\left(A\zeta + \frac{B}{\zeta}\right) = G(\zeta, t) \tag{3}$$

$$A = (1+\varepsilon)c/4, \quad B = (1-\varepsilon)c/4$$

によってζ平面の単位円に写像される。タイムステップNでの流れ場を表す複素ポテンシャルは、

$$f^{(N)} = U_0 A\left(e^{-i\alpha}\zeta + \frac{e^{i\alpha}}{\zeta}\right) + iAB\omega\frac{1}{\zeta^2} + i\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=1}^{M} K_{nm}\left[\log(\zeta - \zeta_{nm}^{(N)}) - \log\left(\zeta - \frac{1}{\bar{\zeta}_{nm}^{(N)}}\right)\right] \tag{4}$$

ここでω：回転角速度、N：タイムステップ(0, 1, 2, ･･･)、

M：各タイムステップで楕円回りに発生させる渦糸の数、

κ_{nm}：タイムステップnで発生させたm番目の渦糸の強さ、

$\zeta_{nm}^{(N)}$：タイムステップnで発生させたm番目の渦糸のタイムステップNでの位置を表す。渦糸の強さは楕円表面にすべり無し条件を用いて決定した。物体表面での物体速度と流体速度の差の接線成分＝0より、

$$I_m\left(\zeta\frac{\partial f^{(N)}}{\partial\zeta}\right)=I_m\left(\zeta\frac{\partial G}{\partial\zeta}\frac{\partial\bar{G}}{\partial t}\right),\quad|\zeta|=1 \tag{5}$$

となる。各渦糸が代表する区間で積分して得られるM個の連立方程式、

$$\Phi^{(N)}_{\zeta=\hat{\zeta}_{m+1}}-\Phi^{(N)}_{\zeta=\hat{\zeta}_m}=-\int_{\arg(\hat{\zeta}_m)}^{\arg(\hat{\zeta}_{m+1})}I_m\left(\zeta\frac{\partial G}{\partial\zeta}\frac{\partial\bar{G}}{\partial t}\right)d\theta\quad;m=1,\cdots,M \tag{6}$$

$$\Phi^{(N)}=R_e\left(f^{(N)}\right)$$

$$\hat{\zeta}_m=\exp\left\{\frac{i}{2}\left[\arg(\zeta_{nm}^{(n)})+\arg(\zeta_{n,m+1}^{(n)})\right]\right\}$$

$$\arg(\hat{\zeta}_{m+1})=\arg(\hat{\zeta}_1)+2\pi$$

を解くことによりκ_{nm}を決定する。渦糸によって誘導される速度が大きくなり誤差を生じるのを避けるために、各渦糸がコアをもつと考え、渦糸によって誘導される速度を、

$$v_\theta=\begin{cases}\kappa\dfrac{1}{r} & (r\geq r^*)\\[2mm] \kappa\dfrac{r}{r^{*2}} & (r<r^*)\end{cases} \tag{7}$$

$$r^*=2.24\sqrt{\nu t}$$

とする。これは粘性による拡散の効果を定性的にとり入れた

とみなすことができる。渦糸のタイムステップ$N+1$での位置は、

$$\zeta_{nm}^{(N+1)} = \zeta_{nm}^{(N)} + \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)_{nm}^{(N)} \cdot \Delta t \tag{8}$$

で求める。楕円柱に働く力は、非定常のブラジウスの式、

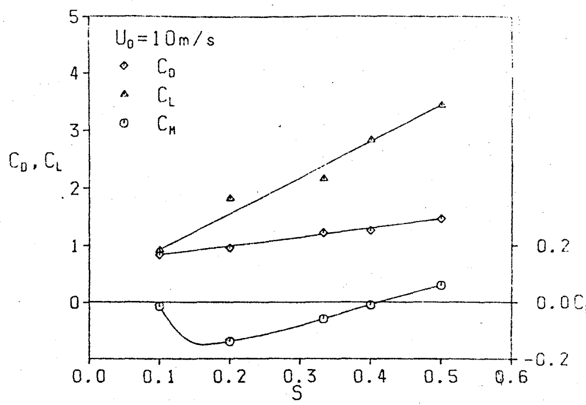
$$D - iL = \frac{1}{2} i\rho \int \left(\frac{df}{dz}\right)^2 dz - i\rho \frac{d}{dt} \int \bar{z}\, df \tag{9}$$

$$M = -\frac{1}{2} \rho Re \int \left(\frac{df}{dz}\right)^2 z\, dz + \frac{1}{2} \rho Re \frac{d}{dt} \int z \bar{z}\, df \tag{10}$$

より求める。計算は$M = 2$，$\zeta_{n1}^{(n)} = 1.1$，$\zeta_{n2}^{(n)} = -1.1$、$U_0 = 10\,m/s$，$c = 15\,cm$，$\varepsilon = 0.15$、$\nu = 0.15\,cm^2/s$，$\Delta t = T/60$（T：回転周期）として行った。

5、計算結果

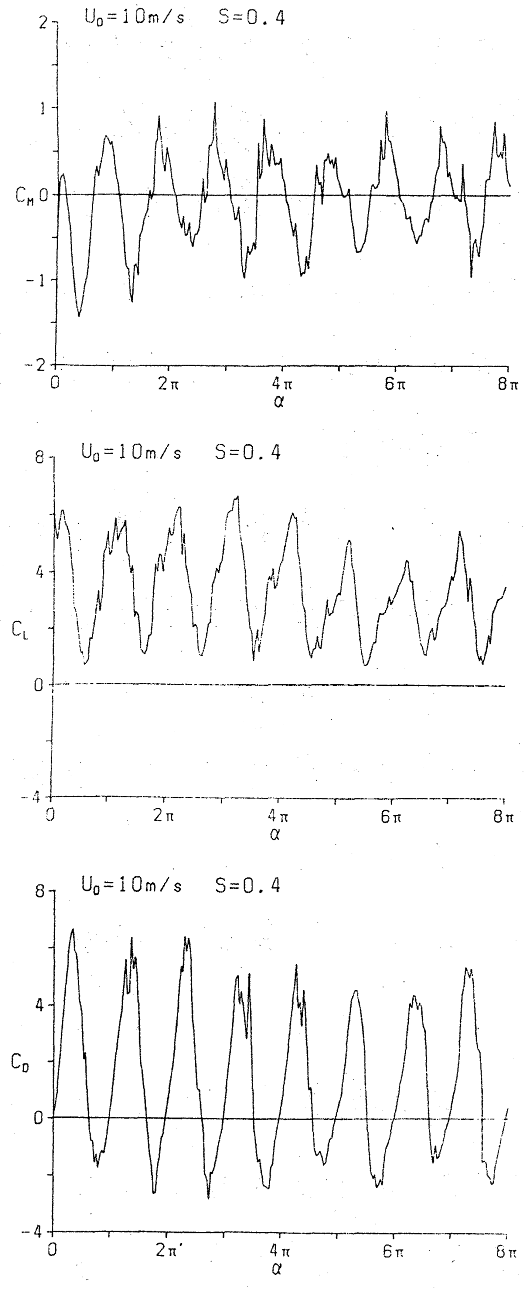
第9図は回転数Sを変えたときの平均の揚力、抵抗、モーメント係数の変化を示したものである。負荷がない場合、平均モーメントが0になりかつ傾きが正である点$S = 0.4$において自励回転が起こる。負荷がある場合には、負荷曲線との交点がC_Mが最小の$S = 0.15$より$S = 0.4$の間に存在するときその点での回転数で自励回転する。負荷がさらに大きくて交点が存在しないときには自励回転は起こらない。実験においては$S = 0.36$であったが、その差がベア



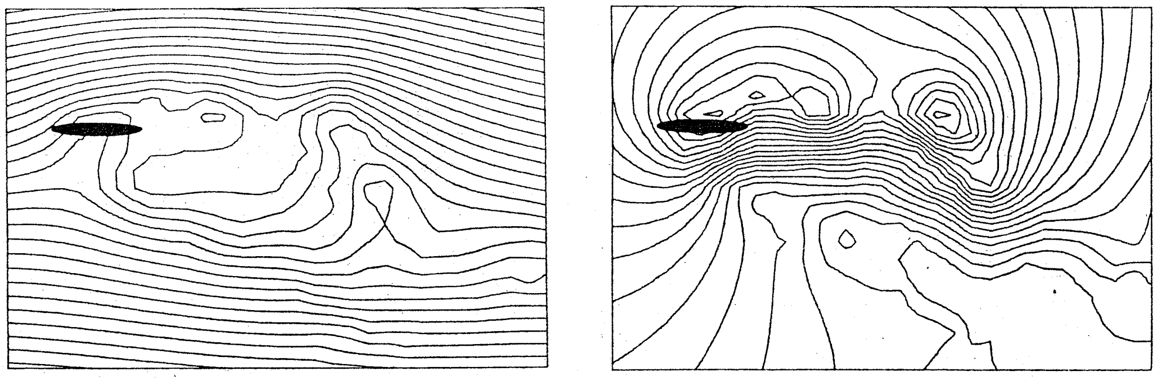
第9図　力の係数～回転数

リングの摩擦による負荷に相当すると考えられる。このときの抵抗係数$C_D = 1.3$、揚力係数$C_L = 2.8$で実験と一致する。自由な自励回転が起こる$S = 0.4$におけるモーメント、揚力、抵抗の時間変化を第10図に示す。揚力は常に正であり、抵抗は負の部分すなわち推力の生じる区間がある。

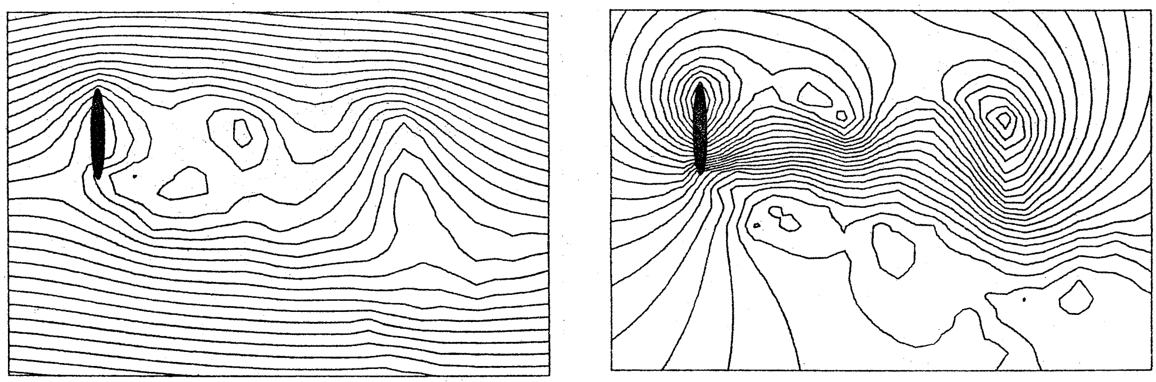
$S = 0.4$の場合の瞬間流線を第11図に示す。右側は一様流をさしひいて渦に着目するようにしたもので、計算開始後3回転目より15ステップごとに示してある。可視化写真と比較すると渦の配列や大小関係がよく一致している。また回転角αと$\alpha + 180°$の場合を比較すると流線は異っており、前に述べたbiharmonicな構造が計算においても認められる。第12図は回転が遅い$S = 0.1$の場合で第6図の可視化写真とよく一致している。



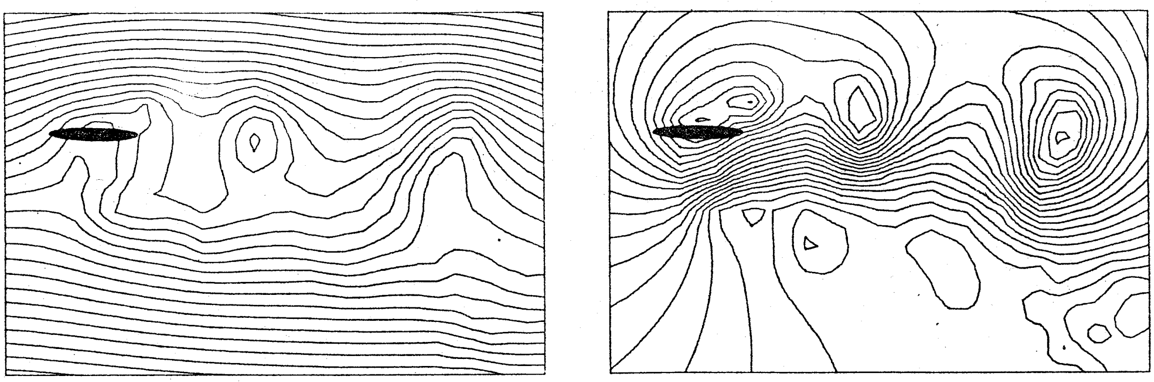
第10図　力の係数の時間変化



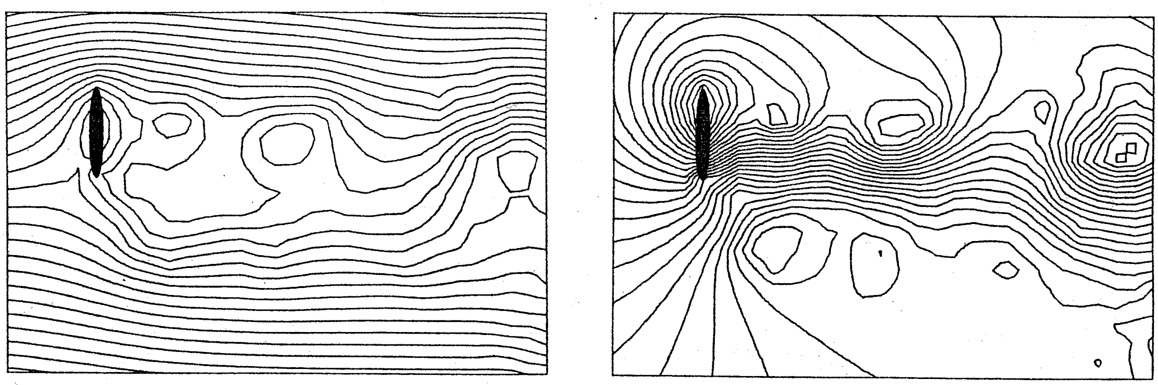
タイムステップ $n = 180$



$n = 195$

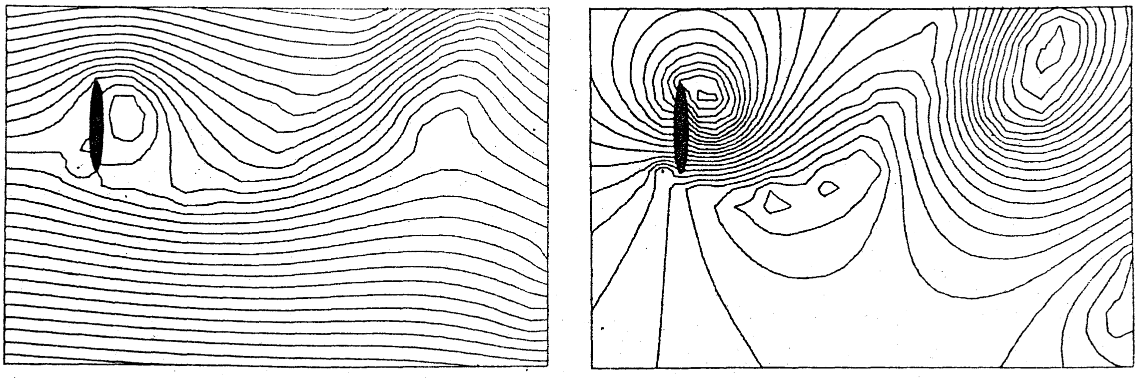


$n = 210$

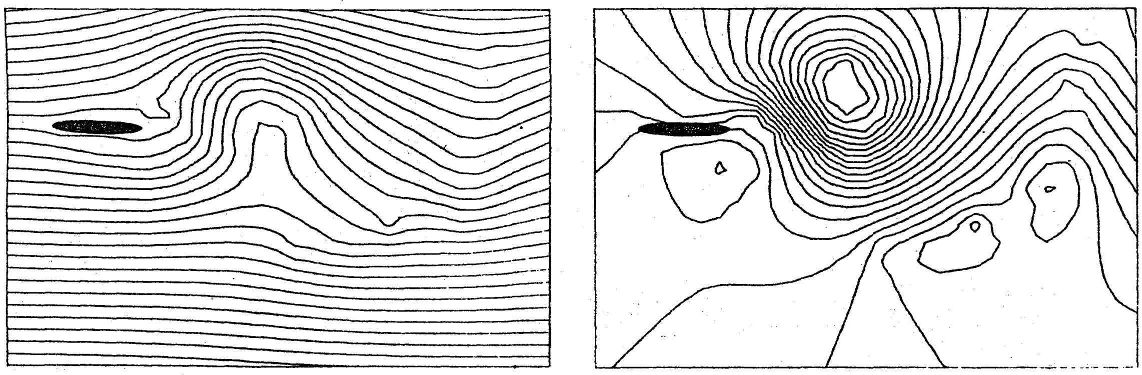


$n = 225$

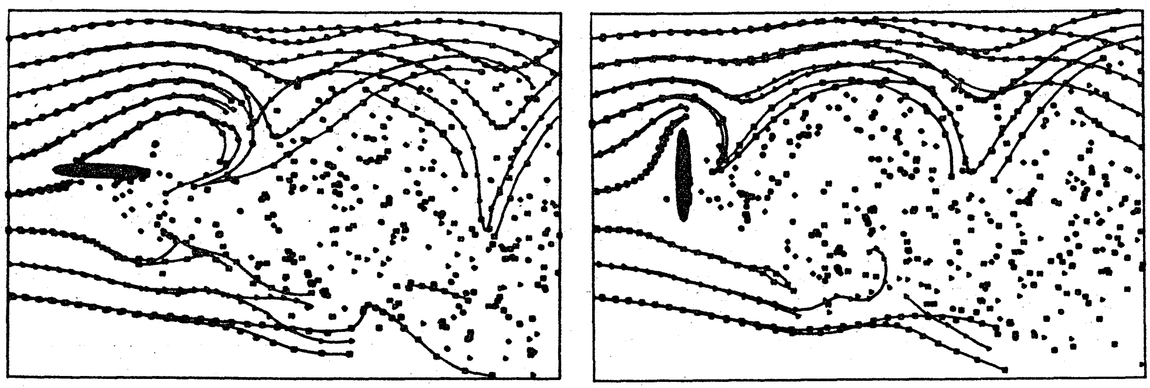
第11図 瞬間流線 $S = 0.4$



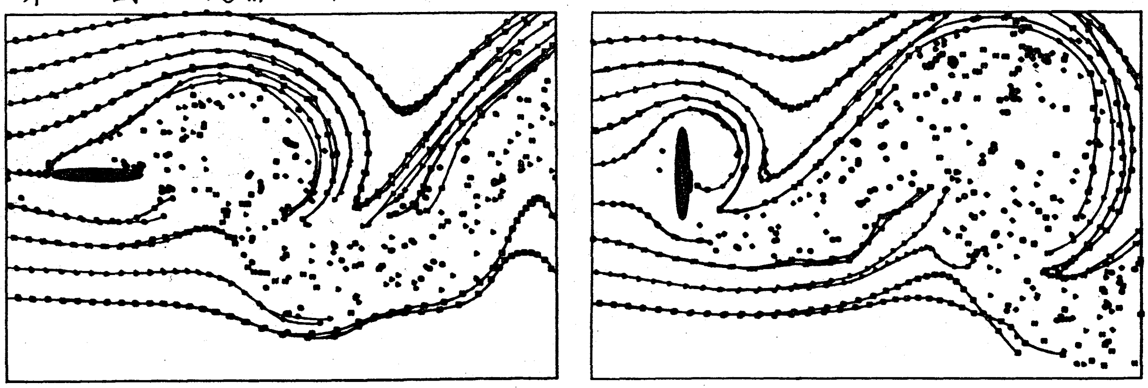
タイムステップ $n=135$



第12図　瞬間流線　$S=0.1$　$n=150$



第13図　流脈　$S=0.2$



第14図　流脈　$S=0.1$

第13、14図は可視化と同じ位置を通る流脈を計算したものでαと$\alpha+180°$の場合を同じ図に示してある。それぞれ$S=0.2$ $S=0.1$の場合で可視化写真第5，6図に対応する。写真で見られるのと同じ2本の線があり、したがってこのような流脈のdouble traceが生じるのは流れ場が第11図に示したようなbiharmonicな構造をもつためであると言える。

6．おわりに

ここでは、流れ場のbiharmonicな構造について述べ、実験と計算の一致を示したが、回転数によっては、回転に対する2倍のモードだけに限らず、速い回転の場合はn倍のモードが、また非常に遅い回転の場合には逆に1/nのモードが存在すると思われる。実際第6図のように遅い回転の場合に負の渦が1回転で4つ発生しており1/2のモードが存在し、sub-harmonicな構造をもつと考えることができる。このような構造は、楕円柱近傍では回転に同期した渦が発生するが、後流ではある固有の周波数に近づくために生じるロックインの現象を示していると思われる。これを調べるためには、さらに下流に至るまでの広い領域での大規模な計算が必要であり、今後の課題である。

参考文献

D.P.Riabouchinsky: Thirty years of theoretical and experimental research in fluid mechanics, J.Roy.Aero.Soc., 35, 1935, pp282-348.

E.H.Smith: Autorotating wings: an experimental investigation, J.Fluid Mech., 50, 1971, pp513-534.

J.D.Iversen: Autorotating flat-plate wings: the effect of the moment of inertia, geometry and Reynolds number, J.Fluid Mech., 92, 1979, pp327-348.

H.J.Lugt: Autorotation of elliptic cylinder about an axis perpendicular to the flow, J.Fluid Mech., 99, 1980, pp817-840.