

衝突による再呼現象の解析

電電公社 橋田 温 (On Hashida)

1. まえがき

1つの通信チャネルを用いて多数の端末・コンピュータなどの情報発生源が互いにメッセージの通信を行う場合、通信チャネルという資源に対し情報源間で競合が発生する。通信チャネルには、メッセージの通信中に他のメッセージの通信が開始されるとチャネル上で信号の衝突が発生し、メッセージの通信が途中で不成功となるものがある。衝突で通信不成功となったメッセージは、或時間を置いて再び通信を試みる(再送)ことになり、再呼現象として現われる。

衝突・通信不成功・再送がある通信システムは、無線パケットを用いたALOHAシステム、自動車電話方式における無線制御チャネルでのアクセス方式、LAN(ローカルエリアネットワーク)における分散制御形アクセス方式などに見られ、すでに多数のトラヒック解析が行われている。⁽¹⁾

しかし、その多くは時間的に離散なスロット式システムを対象としており、スロットのない (unslotted) システムについての解析例は少ない。^{(2)~(9)} また、これらの解析例でも再送を忠実にモデル化して解析するのが困難なため、離散モデルでは再送間隔を幾何分布に仮定したり、連続モデル (すなわち unslotted モデル) では再送の発生をポアソン過程に近似している。

本稿では、衝突・再送を繰り返す連続時間システムを対象に、再呼間隔を指数分布と仮定した再呼モデルを設定し解析する。結果として、安定条件、再呼待ち呼数の分布 (または平均)、衝突確率、スループットなどの評価尺度を与える。

2. モデルの記述

一般モデルとして以下の条件を仮定する：

- (i) 新しい呼の発生は、無限呼源の場合はパラメータ λ のポアソン過程、有源呼源の場合は発生間隔 (空き間隔) が平均 $1/\lambda$ の指数分布とする。
- (ii) サービス中に衝突された呼は、確率 α ($\equiv 1 - \alpha$) でそのままサービスが続行され、確率 α でサービスが中断される。
- (iii) 衝突した呼及びサービス中断された呼は、確率 β で途

- 中放棄し, 確率 $\bar{\beta}$ ($\triangleq 1 - \beta$) で再呼を行う。
- (iv) サービス不成功の瞬間から次の再呼までの再呼間隔は, 平均 $1/\nu$ の指数分布に従う。
- (v) 再呼のサービス時間は, 再呼の度に新たにサービス時間分布から再抽出される。

図1は一般モデルを概念的に表わしたものである。

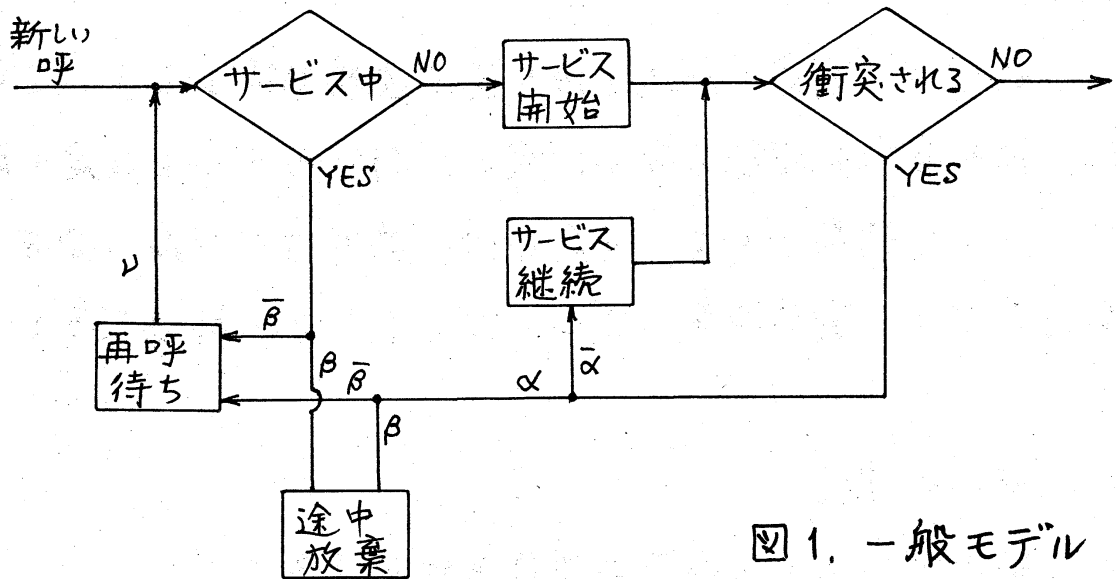


図1. 一般モデル

一般モデルをそのまま解析するのは困難なため, 特殊なモデルを解析する。それには以下のような組み合わせを考える。

呼源		サービス時間分布		途中放棄
$\left\{ \begin{array}{l} \text{無限} \\ \text{有限} \end{array} \right\}$	×	$\left\{ \begin{array}{l} \text{指数分布} \\ \text{一般分布} \end{array} \right\}$	×	$\left\{ \begin{array}{l} \text{あり} \\ \text{なし} \end{array} \right\}$
				$\left\{ \begin{array}{l} \text{あり} \\ \text{なし} \end{array} \right\}$

3. 解析

3. 1. モデル I (無限呼源 / 指数分布 / 途中放棄なし)

系の状態を (i, m) で表わす。ただし, i はサービス中のとき 1, 空きのとき 0 とする。また, m は再呼待ちの呼数である。このとき, 状態 $(0, m)$ と $(1, m)$ に関する状態推移は図 2 のように表わせる。ただし, 平均サービス時間を $1/\mu$ とする。

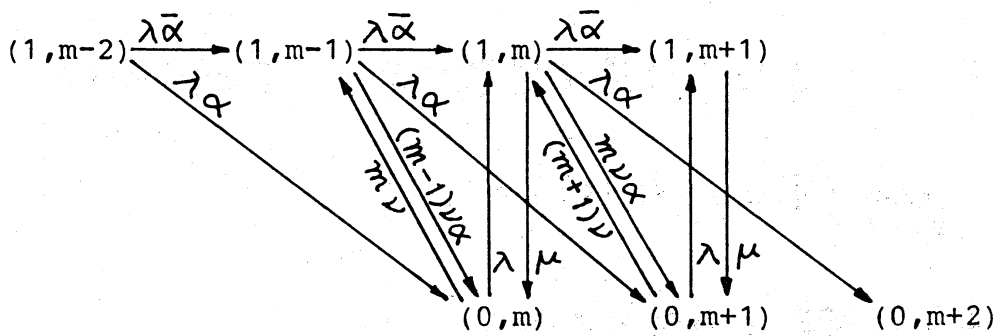


図 2 状態推移図

$p_i(m)$ を定常状態において系が状態 (i, m) にある確率とすれば, 以下の状態方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + m\nu)p_0(m) &= \lambda\alpha p_1(m-2) + (m-1)\nu\alpha p_1(m-1) + \mu p_1(m) \\ (\lambda + m\nu\alpha + \mu)p_1(m) &= \lambda\bar{\alpha} p_1(m-1) + \lambda p_0(m) + (m+1)\nu p_0(m+1) \end{aligned} \right\} (1)$$

ただし, $p_i(m) = 0$ if $m < 0$ とする。

母関数: $P_0(z) \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} p_0(m)z^m$, $P_1(z) \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} p_1(m)z^m$ を導入すると, 式(1)より次の微分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \nu z \frac{d}{dz}) P_0(z) &= (\lambda \alpha z^2 + \mu + \nu \alpha z^2 \frac{d}{dz}) P_1(z) \\ (\lambda + \nu \frac{d}{dz}) P_0(z) &= \{ \lambda (1 - \alpha z) + \mu + \nu \alpha z \frac{d}{dz} \} P_1(z) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

これを解くと次式を得る。

$$P_1(z) = C \cdot e^{-\frac{\alpha z}{s(1+\alpha)}} \cdot \left| \frac{r}{1+\alpha} - z \right|^{-\gamma} \quad (3)$$

ここで, $r \triangleq \mu/\lambda \triangleq 1/\rho$, $s \triangleq \nu/\lambda$,

$$\gamma \triangleq \frac{\alpha}{s(1+\alpha)} \left(\frac{r}{1+\alpha} + \frac{1+s}{\alpha} \right) \quad (4)$$

とおいた。また C は積分定数であり, 正規化条件:

$$\lim_{z \rightarrow 1} \{ P_0(z) + P_1(z) \} = 1$$

より定まり, 次式で与えられる。

$$C = \frac{1}{r} \cdot e^{\frac{\alpha}{s(1+\alpha)}} \cdot \left(\frac{r}{1+\alpha} - 1 \right)^{\gamma} \quad (5)$$

したがって次の結果を得る。

$$\left. \begin{aligned} P_1(z) &= \frac{1}{r} \cdot e^{\frac{\alpha(1-z)}{s(1+\alpha)}} \cdot \left(\frac{r/(1+\alpha) - 1}{r/(1+\alpha) - z} \right)^{\gamma} \\ P_0(z) &= \frac{r-z}{r} \cdot e^{\frac{\alpha(1-z)}{s(1+\alpha)}} \cdot \left(\frac{r/(1+\alpha) - 1}{r/(1+\alpha) - z} \right)^{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

定常状態が存在するための条件, すなわち安定条件は $P_0(0) > 0$ より次式で与えられる。

$$\frac{r}{1+\alpha} > 1 \quad \text{又は} \quad \rho < \frac{1}{1+\alpha} \quad (7)$$

これは再呼間隔 (平均 $1/\nu$) に依存しないことに注意したい。
 また、 $\alpha = 1$ とすれば $\rho < 1/2$ となり, Gaver and Lehoczky⁽⁹⁾ が拡散近似で求めた安定条件と一致する。
 (物理的解釈は流体近似で与えられる)

式 (6) で与えられる母関数より以下のような評価尺度が求められる。

(a) 再呼待ち呼数分布: $p_0(m), p_1(m)$

式 (6) を z で展開するときの z^m の係数として求められる (省略)。

(b) 平均再呼待ち呼数: $\bar{m}_0, \bar{m}_1, \bar{m}$

サーバー空きの場合を \bar{m}_0 , サービス中の場合を \bar{m}_1 , 総合した場合を \bar{m} ($\cong \bar{m}_0 + \bar{m}_1$) とする。

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_0 &= \left. \frac{dP_0}{dz} \right|_{z \rightarrow 1} = \frac{(r-1)(\alpha+1) + \alpha s}{sr(r-1-\alpha)} \\ \bar{m}_1 &= \left. \frac{dP_1}{dz} \right|_{z \rightarrow 1} = \frac{\alpha + 1 + s}{sr(r-1-\alpha)} \\ \bar{m} &= \frac{(\alpha+1)(r+s)}{sr(r-1-\alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(c) 衝突確率 : p_{if}, p_{ir}, p_i

新しい呼, 再呼が発呼したときサービス中に遭遇して衝突する確率をそれぞれ p_{if}, p_{ir} とし, 総合した場合を p_i とする。

$$\left. \begin{aligned} p_{if} &= \frac{\sum \lambda p_i(m)}{\sum \lambda \{p_0(m) + p_i(m)\}} = \rho \\ p_{ir} &= \frac{\sum m \nu p_i(m)}{\sum m \nu \{p_0(m) + p_i(m)\}} = \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}} \\ p_i &= \frac{\sum (\lambda + m \nu) p_i(m)}{\sum (\lambda + m \nu) \{p_0(m) + p_i(m)\}} = \frac{\rho + s \bar{m}_1}{1 + s \bar{m}} \end{aligned} \right\} (9)$$

こゝで \sum は m について和をとる。

(d) サービス中に衝突で中断される確率 : p_d

$$p_d = \frac{\sum (\lambda \alpha + m \nu \alpha) p_i(m)}{\sum (\lambda + m \nu + \mu) p_i(m)} = \alpha \cdot \frac{\rho + s \bar{m}_1}{1 + \rho + s \bar{m}_1} \quad (10)$$

3. 2. モデル II [無限呼源 / 一般分布 $F(x)$ / 途中放棄なし]

$(0, m)$ でサーバーが空きかつ再呼待ち呼数が m の状態を, $(1, m, x)$ でサービス中, 経過サービス時間が x かつ再呼数が m の状態を表わす。このとき状態推移は図3のようになる。ただし, $\eta(x) dx \triangleq dF / F^c(x)$, $F^c(x) \triangleq 1 - F(x)$ であり, 経過サービス時間 x の呼のサービスが x と $x + dx$ の間に終了する確率を表わしている。(図3は17頁に示す)

$p_m(x)$ で状態 $(1, m, x)$ の定常状態確率を, e_m で状態 $(0, m)$ の定常状態確率を表わすと次の方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_m(x)}{dx} + \{\lambda + \nu\alpha m + \eta(x)\} p_m(x) &= \lambda \bar{\alpha} p_{m-1}(x) \\ p_m(0) &= \lambda e_m + (m+1)\nu e_{m+1} \\ (\lambda + m\nu) e_m &= \lambda \alpha \int_0^{\infty} p_{m-2}(x) dx + (m-1)\nu \alpha \int_0^{\infty} p_{m-1}(x) dx \\ &\quad + \int_0^{\infty} p_m(x) \eta(x) dx \end{aligned} \right\} (11)$$

母関数: $P(\bar{z}, x) \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} p_m(x) \bar{z}^m$, $E(\bar{z}) \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} e_m \bar{z}^m$ を導入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P(\bar{z}, x)}{\partial x} + \nu \alpha \bar{z} \frac{\partial P(\bar{z}, x)}{\partial \bar{z}} + \{\lambda(1 - \bar{\alpha} \bar{z}) + \eta(x)\} P(\bar{z}, x) &= 0 \\ P(\bar{z}, 0) &= \lambda E(\bar{z}) + \nu \frac{dE(\bar{z})}{d\bar{z}} \\ \lambda E(\bar{z}) + \nu \bar{z} \frac{dE(\bar{z})}{d\bar{z}} &= \bar{z} P(\bar{z}, 0) - \lambda \bar{z} (1 - \bar{z}) \int_0^{\infty} P(\bar{z}, x) dx \\ &\quad + (1 - \bar{z}) \int_0^{\infty} P(\bar{z}, x) \eta(x) dx \\ \text{又は } \lambda E(\bar{z}) &= -\lambda \bar{z} \int_0^{\infty} P(\bar{z}, x) dx + \int_0^{\infty} P(\bar{z}, x) \eta(x) dx \end{aligned} \right\} (12)$$

以下では, $\alpha = 0$ と $\alpha > 0$ の場合に別けて解析する。

(i) $\alpha = 0$ のとき

衝突されてもサービスが中断されない場合であり, 通信中かどうかを検出して通信中なら直ちに再送待ちになる

CSMA (Carrier Sense Multiple Access)方式に対応する。
この場合の母関数に対する方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P(z, x)}{\partial x} + \{\lambda(1-z) + \eta(x)\} P(z, x) &= 0 \\ P(z, 0) &= \lambda E(z) + \nu \frac{dE(z)}{dz} \\ \lambda E(z) &= -\lambda z \int_0^{\infty} P(z, x) dx + \int_0^{\infty} P(z, x) \eta(x) dx \end{aligned} \right\} (12')$$

式(12)'の第1式の解は次式で与えられる。

$$P(z, x) = \Phi(z) \cdot e^{-\lambda(1-z)x} \cdot F^c(x) \quad (13)$$

したがって,

$$P(z) \triangleq \int_0^{\infty} P(z, x) dx = \frac{\Phi(z)}{\lambda(1-z)} [1 - \varphi\{\lambda(1-z)\}] \quad (14)$$

$$\int_0^{\infty} P(z, x) \eta(x) dx = \Phi(z) \cdot \varphi\{\lambda(1-z)\} \quad (15)$$

より,

$$E(z) = \frac{\Phi(z)}{\lambda} \cdot \frac{\varphi\{\lambda(1-z)\} - z}{1-z} \quad (16)$$

を得る。ここで、 $\varphi(s)$ は $F(x)$ の LST を表わす。

$\Phi(z)$ は、(12)'の第2式と正規化条件より求まり、次式で与えられる。ただし、 φ は $\varphi\{\lambda(1-z)\}$ を意味する。

$$\Phi(z) = \lambda(1-\rho) \cdot \frac{1-z}{\varphi-z} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\nu}(1-z) + \frac{\lambda}{\nu} \int_z^1 \frac{1-z}{\varphi-z} dz} \quad (17)$$

安定条件は $e_0 = E(0) > 0$ より $\rho < 1$ である。

評価尺度は以下のように与えられる。

(a) 平均再呼待ち呼数: $\bar{m}_0, \bar{m}_1, \bar{m}$

$$\left. \begin{aligned} \bar{m}_0 &= \lambda\rho/\nu \\ \bar{m}_1 &= \frac{\lambda^2 h^{(2)}}{2(1-\rho)} + \frac{\lambda}{\nu} \cdot \frac{\rho^2}{1-\rho} \\ \bar{m} &= \frac{\lambda^2 h^{(2)}}{2(1-\rho)} + \frac{\lambda}{\nu} \cdot \frac{1}{1-\rho} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここで、 $h^{(2)}$ はサービス時間の2次積率である。

(b) サーバ使用率と空き率: p_{busy}, p_{idle}

$$\left. \begin{aligned} p_{busy} &= P(z) \Big|_{z \rightarrow 1} = \rho \\ p_{idle} &= E(z) \Big|_{z \rightarrow 1} = 1-\rho \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(c) 衝突確率: p_{if}, p_{ir}, p_i

$$\left. \begin{aligned} p_{if} &= \rho \\ p_{ir} &= \bar{m}_1 / \bar{m} \\ p_i &= (\rho + s\bar{m}_1) / (1 + s\bar{m}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(ii) $\alpha > 0$ のとき

方程式(12)の第1式の解は次式で与えられる。

$$P(z, x) = \Phi(z \cdot e^{-\nu\alpha x}) \cdot e^{\frac{\lambda\bar{\alpha}}{\nu\alpha} z} \cdot e^{-\lambda x} \cdot F^c(x) \quad (21)$$

未知関数 $\Phi(\cdot)$ は、式(12)の第2・3式で与えられる境界条件で定められべきであるが、このまゝでは解析不可能である。しかし、 $P(z, x)$ は $x \geq 0$ に対し z に関する確率母関数である。したがって、 $\Phi(t)$ は t で展開可能であり $\Phi(t) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i t^i$ とおくと次の表現を得る。

$$P(z, x) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i z^i e^{\frac{\lambda\bar{\alpha}}{\nu\alpha} z} \cdot e^{-(\lambda+i\nu\alpha)x} \cdot F^c(x) \quad (22)$$

これを境界条件である式(12)の第2, 3式に代入すれば、 C_m, e_m に関する次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^m C_i \frac{\gamma^{m-i}}{(m-i)!} &= \lambda e_m + (m+1)\nu e_{m+1} \\ (\lambda+m\nu) e_m &= \sum_{i=0}^m C_i \frac{\gamma^{m-i}}{(m-i)!} \cdot \varphi(\lambda+i\nu\alpha) \\ &+ (m-1)\nu\alpha \sum_{i=0}^m C_i \frac{\gamma^{m-1-i}}{(m-1-i)!} \cdot \frac{1-\varphi(\lambda+i\nu\alpha)}{\lambda+i\nu\alpha} \\ &+ \lambda\alpha \sum_{i=0}^m C_i \frac{\gamma^{m-2-i}}{(m-2-i)!} \cdot \frac{1-\varphi(\lambda+i\nu\alpha)}{\lambda+i\nu\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

最初に e_0 を与えれば、順次 $C_0, e_1, C_1, e_2, C_2, \dots$ と値が求められ、 e_m と $p_m \triangleq \int_0^{\infty} p_m(x) dx = \sum_{i=0}^m C_i \frac{\gamma^{m-i}}{(m-i)!} \cdot \frac{1-\varphi(\lambda+i\nu\alpha)}{\lambda+i\nu\alpha}$ の和が充分小となる m_0 で打ち切り、正規化条件より e_0 を

を定めればよい。

各種評価尺度は, $\{e_m\}$, $\{p_m\}$ の値より求められるが, 安定条件は易に求められていない。

3.3. モデルⅢ [有限呼源 M / 一般分布 $F(x)$ / 途中放棄なし]

モデルⅡの状態推移において, $\lambda \rightarrow (M-m)\lambda_0$ とすればよい。したがって, 状態方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_m(x)}{dx} + \{(M-m-1)\lambda_0 + \nu\alpha m + \eta(x)\} P_m(x) &= (M-m)\lambda_0 \bar{\alpha} P_{m-1}(x) \\ P_m(0) &= (M-m)\lambda_0 e_m + (m+1)\nu e_{m+1} \\ \{(M-m)\lambda_0 + m\nu\} e_m &= (M-m+1)\lambda_0 \alpha \int_0^{\infty} P_{m-2}(x) dx \\ &\quad + (m-1)\nu \alpha \int_0^{\infty} P_{m-1}(x) dx + \int_0^{\infty} P_m(x) \eta(x) dx \end{aligned} \right\} (24)$$

ただし, e_m は $0 \leq m \leq M$ 以外のときは 0, $P_m(x)$ は $0 \leq m \leq M-1$ 以外のときは 0 とする。

(i) $\alpha = 1$ のとき

式(24)の第1式の解は次式で与えられる。

$$P_m(x) = C_m \cdot e^{-(M-m-1)\lambda_0 x - \nu m \alpha x} \cdot F^c(x) \quad (25)$$

これを式(24)の第2, 3式に代入して e_m , C_m に関する漸化式を得る。(省略)

(ii) $\alpha < 1$ のとき

離散変換: $u_m(x) \triangleq \sum_{j=m}^{M-1} \binom{j}{m} p_{M-j}(x)$ により解かれる。

3. 4. モデル I - β [無限呼源/指数分布/途中放棄あり]

モデル I と同様に状態 $(0, m)$ と $(1, m)$ に関する状態推移は図 4 のようになる。

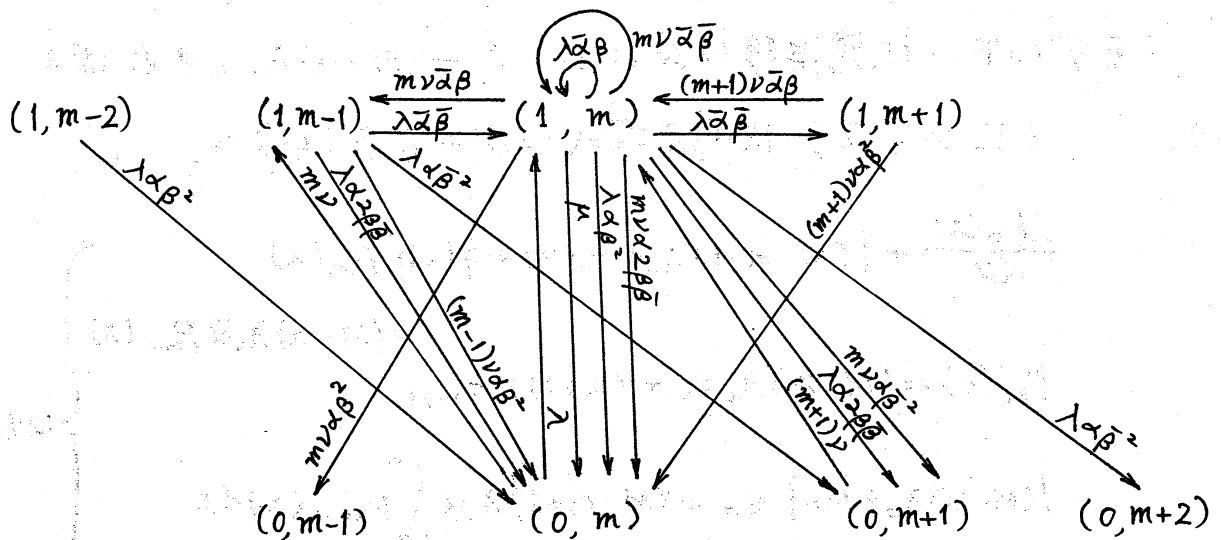


図 4 状態推移図

状態方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 (\lambda + m\nu) p_0(m) &= \lambda\alpha\bar{\beta}^2 p_1(m-2) + \{\lambda\alpha 2\beta\bar{\beta} + (m-1)\nu\alpha\bar{\beta}^2\} p_1(m-1) \\
 &\quad + \{\mu + \lambda\alpha\beta^2 + m\nu\alpha 2\beta\bar{\beta}\} p_1(m) + (m+1)\nu\alpha\beta^2 p_1(m+1) \\
 \{\lambda(1-\bar{\alpha}\beta) + m\nu(1-\bar{\alpha}\bar{\beta}) + \mu\} p_1(m) &= \lambda\bar{\alpha}\bar{\beta} p_1(m-1) + \lambda p_0(m) \\
 &\quad + (m+1)\nu p_0(m+1) + (m+1)\nu\bar{\alpha}\beta p_1(m+1)
 \end{aligned} \tag{26}$$

母関数: $P_0(z), P_1(z)$ を導入すると,

$$\begin{aligned}
 (\lambda + \nu z \frac{d}{dz}) P_0(z) &= [\lambda\alpha(\bar{\beta}z + \beta)^2 + \mu + \nu\alpha(\bar{\beta}z + \beta)^2 \frac{d}{dz}] P_1(z) \\
 (\lambda + \nu \frac{d}{dz}) P_0(z) &= [\lambda(1-\bar{\alpha}\beta - \bar{\alpha}\bar{\beta}z) + \mu + \nu\{(1-\bar{\alpha}\bar{\beta})z - \bar{\alpha}\beta\} \frac{d}{dz}] P_1(z)
 \end{aligned} \tag{27}$$

これを $P_1(z)$ に関して解くと次の2階微分方程式を得る。

$$s^2 \beta \{ (1 + \alpha \bar{\beta})z + \alpha \beta \} \frac{d^2 P_1}{dz^2} + s \{ -\bar{\beta}(\bar{\alpha} + 2\alpha \bar{\beta})z + r + s\beta(1 + \alpha \bar{\beta}) + \beta(2\alpha \beta + \bar{\alpha}) \} \frac{dP_1}{dz} - \bar{\beta} \{ \alpha \bar{\beta}z + 1 + \alpha \beta + s(1 - \alpha \beta) \} P_1 = 0 \quad (28)$$

これは変数変換を行えば Kummer の微分方程式に変換され、 $P_1(z)$ は合流形超幾何関数で表わされる。(省略)

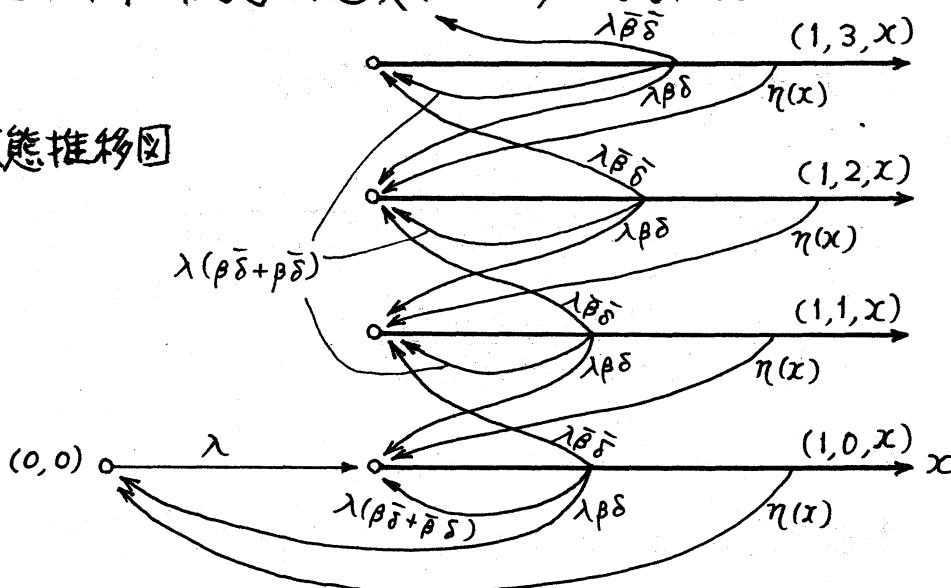
4. 非再呼モデル

衝突によりサービスが中断されそれまでのサービスが無効となる場合、無効サービス時間の影響が問題である。

サービス中に遭遇した呼は確率 δ で系外へ去り、確率 $\bar{\delta}$ で直ちに待ち行列に加わるモデルを考える。サービス中の呼は、確率 1 ($\alpha = 1$) でサービス中断され、確率 β で系外へ去り、確率 $\bar{\beta}$ で直ちにサービスが開始される。

モデル II と同じ状態を定義すると、状態推移は図 5 となる。

図 5. 状態推移図



(したがって, 状態方程式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_m(x)}{dx} + \{\lambda + \eta(x)\} P_m(x) &= 0 \\ P_m(0) &= \lambda \bar{\beta} \bar{\delta} \int_0^{\infty} P_{m-1}(x) dx + \int_0^{\infty} \lambda (\bar{\beta} \delta + \beta \bar{\delta}) P_m(x) dx \\ &\quad + \int_0^{\infty} \{\lambda \beta \delta + \eta(x)\} P_{m+1}(x) dx \\ \lambda e_0 &= \lambda \beta \delta \int_0^{\infty} P_0(x) dx + \int_0^{\infty} P_0(x) \eta(x) dx \end{aligned} \right\} (29)$$

母関数 $P(z, x)$ を導入すると,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} + \{\lambda + \eta(x)\} P(z, x) &= 0 \\ P(z, 0) &= \frac{\lambda}{z} (\bar{\beta} z + \beta) (\bar{\delta} z + \delta) \int_0^{\infty} P(z, x) dx \\ &\quad + \frac{1}{z} \int_0^{\infty} P(z, x) \eta(x) dx - \frac{\lambda e_0}{z} (1-z) \end{aligned} \right\} (30)$$

この方程式の解は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P(z, x) &= P(z, 0) e^{-\lambda x} \cdot F^c(x) \\ P(z, 0) &= \frac{\lambda e_0 (1-z)}{(1-\varphi_\lambda) (\bar{\beta} z + \beta) (\bar{\delta} z + \delta) - z} \\ e_0 &= \frac{1 - (1-\varphi_\lambda) (\bar{\beta} + \bar{\delta})}{\varphi_\lambda + (1-\varphi_\lambda) (\beta + \delta)} \end{aligned} \right\} (31)$$

ここで, $\varphi_\lambda \triangleq \varphi(\lambda)$ とおいた。

評価尺度は以下のように与えられる。

(a) 安定条件: $e_0 > 0$ より

$$\beta + \delta \geq 1 \quad \text{又は} \quad \beta + \delta < 1 \quad \text{なら} \quad 1 - \varphi_\lambda < \frac{1}{2 - \beta - \delta} \quad (32)$$

(b) サーバ-使用率: p_{busy}

$$p_{\text{busy}} = 1 - e_0 = \frac{1 - \varphi_\lambda}{\varphi_\lambda + (1 - \varphi_\lambda)(\beta + \delta)} \quad (33)$$

(c) スル-フット: S

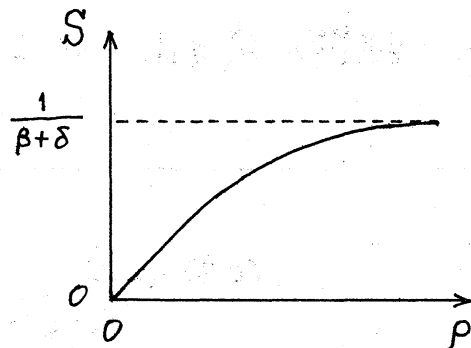
$$S = \lambda \cdot \left\{ 1 - \frac{(1 - \varphi_\lambda)(\beta + \delta)}{\varphi_\lambda + (1 - \varphi_\lambda)(\beta + \delta)} \right\} \quad (34)$$

例 1. 指数分布サービス時間 (平均 $1/\mu$)

安定条件: $\beta + \delta \geq 1$ 又は $\beta + \delta < 1$ なら $\rho < 1/(1 - \beta - \delta)$

$$p_{\text{busy}} = \frac{\rho}{1 + (\beta + \delta)\rho}$$

$$S = \frac{\mu\rho}{1 + (\beta + \delta)\rho}$$

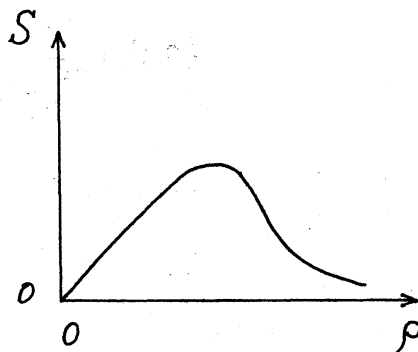


例 2. 一定サービス時間

安定条件: $\beta + \delta \geq 1$ 又は $\beta + \delta < 1$ なら $\rho < \ln\{1 + 1/(1 - \beta - \delta)\}$

$$p_{\text{busy}} = \frac{e^\rho - 1}{1 - (\beta + \delta) + (\beta + \delta)e^\rho}$$

$$S = \frac{\mu\rho}{1 - (\beta + \delta) + (\beta + \delta)e^\rho}$$



(注) 例1と例2の比較では, サービス中断確率 p_d は一定サービス時間の方が大きい。

5. むすび

通信チャネル上の衝突によって再送が行われるシステムを単純な再呼モデルとして解析し, 安定条件, 平均再呼待ち呼数, 衝突確率, などの評価尺度を得た。 これまでに述べたモデルで具体的に解かれていないもののほか, (i) サービス時間分布が新しい呼と再呼で異なるモデルの解析, (ii) サービス完了までの系内時間の平均, (iii) 再呼間隔分布が指数以外の場合, (iv) 臨界条件付近におけるダイナミック特性, などの課題が残されている。

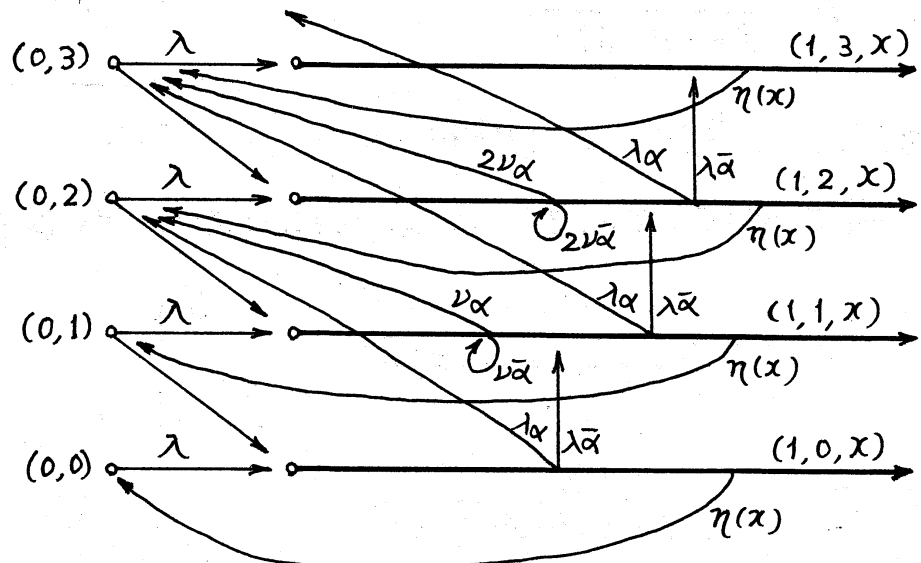


図3 状態推移図

文 献

- (1) 例えは", Kleinrock, L. and Lam, S.S.: " Packet switching in a multiaccess broadcast channel : Performance evaluation", IEEE Trans. Commun., COM-23, 4, p.410 (April 1975)
- (2) Abramson, N.: " The ALOHA system-another alternative for computer communications", AFIPS Conference Proceedings, 1970 FJCC, 37, p.281
- (3) Carleial, A.B. and Hellman, M.E.: " Bistable behavior of ALOHA-type systems", IEEE Trans., Commun., COM-23, 4, p.401 (April 1975)
- (4) Ferguson, M.J.: " An approximate analysis of delay for fixed and variable length packets in a unslotted ALOHA channel", IEEE Trans., Commun., COM-25, 7, p.644 (1977)
- (5) Kobayashi, H., Onozato, Y. and Huynh, D.: "An approximate method and analysis of an ALOHA system", IEEE Trans., Commun., COM-25, 1, p.148 (1977)
- (6) 椋本, 福田: "可変パケット長純アロハシステムの安定性と諸特性", 信学論誌(B), J62-B, 10, p.901 (Oct. 1979)
- (7) Bellini, S. and Borgonovo, F.: " On the throughput of an ALOHA channel with variable length packets", IEEE Trans., Commun., COM-28, 11, p.1932 (1980)
- (8) 本田, 中村, 佐藤: "パケット長可変のランダムアクセス方式のパケット衝突に関する一考察", 信学会交換研究会, CS80-88 (1980)
- (9) Gaver, D.P. and Lehoczky, J.P.: " A diffusion approximation model for a communication system allowing message interference", IEEE Trans., Commun., COM-27, 8, p.1190 (August 1979)