数理解析研究所講究録
第494巻 1983年 194-202

多オートマトン系の進化
Evolution of Polyautomata

西尾英之助，斉藤隆（京大理学部）
H. Nishio, T. Saito (Kyoto Univ.)

I まえがき

神経系（脳）は多オートマトン（あるいは多素子系）とみなすことが出来る。神経系は素子であるニューロンから成るが，これを例えばMcCulloch-Pitts のニューロンと考えるよりも，一般に有限オートマトンと考える方が現実をより反映している。というのはニューロンの中でも下等動物のそれは多様な働きをしているからである。

他方神経系は単純な生物のそれから進化して現在の複雑かつ高度なものに到達した。複雑な系を直接研究することは困難であり，より単純な系から進化してくる過程を研究する必要がある。また個体発生の過程も重要であるが，ここでは系統発生のみを取扱かう。このように発生（生成）の過程を問題にするのは言語の生成理論と軌を一にしている。

冒頭に述べたように，ここでは多オートマトン系を考えて

いるので，問題は，複雑で高度な情報処理をする多オートマトン系がどのようにして単純な系から進化してくるかということである。　この問に答えるモデルを提案し，多オートマトン系および神経進化の研究に寄与したい。

ここで参考までに実際の神経系の進化の時間スケールを書いておく。

年代	事象	最初の例
30億年前	生命の誕生	DNA，バクテリア
6億年前	神経系を持つ生物	腔腸動物（ヒドラ）
5億年前	脊椎動物	ナメクジウオ，サメ
1億年前	哺乳類	ハリネズミ
300万年前	人	オーストラロピテクス

進化の元は遺伝であり，それはDNA（デオキシリボ核酸）が司さどる。　DNAはまた個体発生の不可欠な要素である。これらのことを図に示す。

$$
\begin{tikzcd}
\text{DNA} \arrow[r, "\text{発生}"] \arrow[d, "\text{遺伝}"] & \text{生体（神経系）} \arrow[r] & \text{行動，機能} & & \\
\text{突然変異} \arrow[d] & & & & \\
\text{DNA} \arrow[r] \arrow[d] & \text{生体} \arrow[r] & \text{行動} \arrow[r] & \text{選択適応} \arrow[r] \arrow[lll, bend left] & \text{消滅} \\
{} & & & &
\end{tikzcd}
$$

進化の過程は遺伝によって同一の生体をつくると同時に突然変異によって少し異なった生体をつくり，環境に適応したものが選択されて残り，より高等なものや異種のものをつくりだす。この時生体の構造の全情報はDNAすなわち4記号のアルファベット上の一次元記号列によって表わされる。神経系を符号化している部分やその仕方など，現在のところ殆んど解っていないが，DNAの上に何らかの形で符号化されていると考えられる。

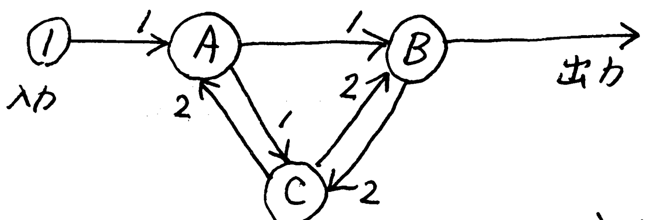
我々は多オートマトン系の進化を考えるに際して，それはDNAのように記号列として符号化されているものとしよう。

2 記号列と多オートマトン系の構造

まず例をあげる。

$\omega = \#01101001.1,010*10010110,11,01\#11110000,110,11$

多オートマトン系　$M=\varphi(\omega)$



素子オートマトン

x_2	x_1	Q	Q': A	B	C
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0

Q：内部状態、
x_1：第1入力
x_2：第2入力
Q'：次状態

記号列が多オートマトン系を表現するための構文

以下素子は2状態であると仮定する。

(i) $\Sigma = \{0, 1, \#, *, ,, \cdot, (,)\}$ として $\omega \in \Sigma^+$

(ii) $\omega ::= \langle \#[\mathrm{or}\ *]\alpha, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_k \rangle \mid \omega \langle \#[\mathrm{or}\ *]\alpha, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_{k'} \rangle$

ただし $\alpha \in \{0,1\}^+$, $\beta_i \in \{0,1\}^+$, k, k'は自然数。

，は・でもよい

また $\omega = x, n(y)z$ は $x\overbrace{yy\cdots y}^{\bar{n}\text{個}}z$ と同一視する。$n \in \{0,1\}^+$, $\bar{n}$ はnを2進数とみたときの対応する数。

(iii) #(or*) と次の #(or*) の間をブロックという。ωがnブロックから成り，β_{ij}が第iブロックに属すとき，$\beta_{ij} = 0\gamma_{ij}$ ($\gamma_{ij} \in \{0,1\}^+$) なら $\overline{\gamma_{ij}}$ は $n-i$ 以下で $\beta_{ij} = 1\gamma_{ij}$ なら $\overline{\gamma_{ij}}$ は $i-1$ 以下であること。

任意の $\omega \in \Sigma^+$ が上記の条件を満すとき，ωは多オートマトン系を表現しているといい，そのようなωの全体を$\mathbb{W}$と書く。

$\omega \in \mathbb{W}$ の持つ意味（多オートマトン系との対応）

ωは一般に $\omega = \#\alpha, \beta_1, \beta_2, \cdots \beta_k \#\alpha', \beta_1' \cdots *\alpha'', \cdots$

の形をしている。

(i) 1ブロックは1素子を表わす。従ってωがnブロックから

成るとき，系はn素子から成る。

(ii) #で始まるブロックは内部素子，*で始まるブロックは出力素子を示す。

(iii) αすなわち第1番目の0,1系列は素子の内容を示し，β_iは素子αの第i入力がいずれの素子から来るかを示す。kはαの入力線の本数である。 $\beta_i = 0\bar{\gamma}_i$ のとき第i入力はそのブロックの右方$\bar{\gamma}_i$番目のブロックが表現している素子から来る。 $\beta_i = 1\bar{\gamma}_i$ のときは左方$\bar{\gamma}_i$番目のブロックの素子から来る。すなわち各入力線の源は相対番地で示される。

(iv) 素子が下表の様に表わされるとき，記号列αは

$$\alpha = a_1 a_2 a_3 \cdots \qquad a_i \in \{0, 1\}$$

と書かれる。

$\cdots x_3$	x_2	x_1	Q	Q'
$\cdots 0$	0	0	0	a_1
$\cdots 0$	0	0	1	a_2
$\cdots 0$	0	1	0	a_3
	$\vdots$			$\vdots$

x_i は第i入力.
Q' は次状態

$|\alpha|$ をαの長さとすると，$|\alpha| \geq 2^{k+1}$ の時はαの長さ2^{k+1}のprefixのみを採用する。 $|\alpha| < 2^{k+1}$の時は2^{k+1}になるまで0を補う。

(v) 素子の出力は素子の状態と同一視する。

(vi) $\#\alpha, \beta_1, \cdots \bullet \beta_i, \cdots$ のとき$\bullet$に続くβ_iは外部入力線番

号を示す。例えば……10,…… なら外部入力2番から入って来る。

以上の構文と意味によって，記号列 $w \in \Sigma^+$ と多オートマトン系 M の対応（これを $M=\varphi(w)$ と書く）がつけられる。多オートマトン系（2状態素子の）の全体を $\mathbb{M}$ とすると φ は

$$\mathbb{W} \xrightarrow{\varphi} \mathbb{M}$$

なる多対1の onto 写像である。

多対1の例　冒頭に示した例に対して

$w' = \# \alpha_1 . 1, 01 \# \alpha_3, 11, 01 * \alpha_2, 110, 11$

（$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は素子 A, B, C を示す）

とすれば　$\varphi(w') = \varphi(w)$

3 記号列の変換（書換え）

進化の源はDNA上に起る突然変異である。これになろって記号列の書換えを考える。書換規則（または操作 rearrangement）は以下のものを採用する。$x, y, z, \cdots \in \Sigma^*$, $a, b \in \Sigma$.

(i) duplication D　　$xuyz \to xyuyvz$ or $xuyvyz$

(ii) deletion L　　$xyz \to xz$

(iii) substitution S　　$xay \to xby$

(iv) insertion I $\qquad xz \to xyz$

(v) translocation T $\qquad xyuz \to xuyz$

(vi) inversion V $\qquad xyz \to xy^Rz$

記号列wに上記操作を施すことを$D(w)$とか, $I(w)$とか一般に$f(w)$とかで表わす。

<u>命題1</u>　任意の$w \in \Sigma^+$からD, L, Sのみを繰返して施すことにより, 任意の$v \in \Sigma^*$に到達できる。　とくにI, T, VはD, L, Sの組合せでつくることが出来る。

$w \in \mathbb{W}$ に対して一般に$f(w) \in \mathbb{W}$とは限らない。

$f(w) \in \mathbb{W}$ のとき

$$\begin{tikzcd}
\mathbb{W} \ni w \arrow[r, "\varphi"] \arrow[d, "f"] & \varphi(w) \in \mathbb{M} \\
\mathbb{W} \ni f(w) \arrow[r, "\varphi"] & \varphi(f(w)) \in \mathbb{M}
\end{tikzcd}$$

wに繰返し操作fを施すとき, $w \to f(w) \to f'f(w) \to f''f'f(w) \cdots$ と書く。途中のすべての記号列$f''f'f(w)$が$\mathbb{W}$に属すときを考える。

<u>命題2</u>　ある$w_0 \in \mathbb{W}$から任意の$w \in \mathbb{W}$へ, $\mathbb{W}$の中だけをたどりながら到着することが出来る。　またこのとき, D, L, Sのみを用いて到着できる。

上記の多操作が多オートマトン系の変形をもたらすが, ($\mathbb{W}$の外へ出てしまうことが多い) またその詳細はわかっていない。

例えば長さ1の部分列のDuplicationによって，多オートマトン系として，素子数の増加，接続の変更，素子の内容の変更などをもたらす。

命題1および2は我々の採用した書換規則の組が可能であることを示しているが，望ましい多オートマトン系を得るにはfを多数回施こす必要があり，この回数を考慮しないと意味がない。

4 多オートマトン系の機能，行動，性能と選択

突然変異によりDNAに変化が起ったとき，新らしい生物はその行動を通じて環境と関係し，それに適応するか否かがきまる。神経系に限れば新らしい系が生残れるか否かはその機能に依存する。我々は多オートマトン系を扱かっているから，その機能や性能が解る必要がある。状態遷移図はオートマトンの機能や性能を完全に表現しているが，素子数が多くなると把握不可能になる。しかしオートマトンの能力などは状態遷移の概念を用いれば表現し易い。

何らかの意味で良い神経系が生残ってきたように，“良い”多オートマトン系を考える。この“良い”という意味は見方によって異なるので，ここでは，一つの例として次のような選択の基準を考えた。

すなわち，「出力に影響を与える状態数が多いものほど良い

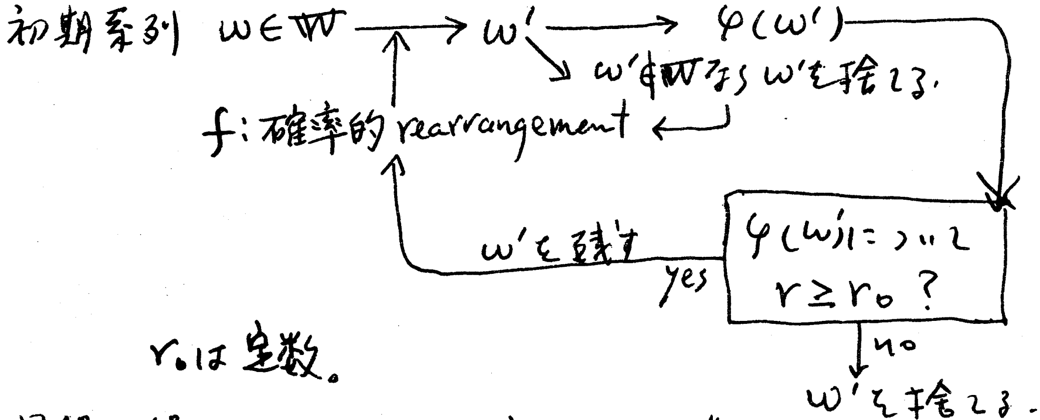
系であることとする。すなわち、出力に影響を与える状態の集合をKと書くと、

$s \in K \Leftrightarrow \{\exists s' \mid s$は初期状態から到達可能で、$s'$は$s$から到達可能で、かつ$s$の出力$\neq s'$の出力$\}$

系の素子数をNとすると、(2状態素子を仮定しているから)率 $r = |K|/2^N$ を良さの基準とする。 $0 \leq r \leq 1$

5 進化の過程

上で定義したrを使って、つぎの様な過程を考える。



r_0は定数。

この過程を繰返すことにより記号列の群が出来て、その中にrの大きいものが出て来る。

6 むすび

本論はまだ試みの段階であり、例えば次のような問題が残る。(1) 多オートマトン系の符号化の他の可能性。(2) 素子の進化と回路の進化の関係 (3) 多オートマトン系の機能として、状態遷移以外の概念に基づくもので神経系との関連で意義深いものを求めること。

以上