

直交表を用いる一部実施計画のわりつけと実施例

東大 工学部 計数工学科
奥野 忠一

農業や工業の実験において、水準数がいずれも 2 の因子を k 個採用すると、その水準のすべての組合せの数は 2^k となる。 k が 10 ならば 1024 通りの実験をしなければならなくなる。 2^k の実験は多因子要因計画 factorial design とよばれる。この実験からは k 個の主効果、 ${}_k C_2$ 個の 2 因子交互作用、 ${}_k C_3$ 個の 3 因子交互作用、---、1 個の k 因子交互作用、という $2^k - 1$ 個の要因効果 factorial effects を推定することができる。

しかし、実際家にとって技術的判断のできるのは、高々、主効果と 2 因子交互作用だけであり、3 因子以上の交互作用は実際には「誤差」のオーダーになり、「誤差」よりも大きいとしてもその解釈には種々の困難が伴なう。それゆえ、3 因子以上の交互作用を無視するとすると、もっと規模の小さい実験で必要な情報を得ることが出来る。 2^k の $1/2^m$ 実施とは、 2^{k-m} 個の実験で、このような必要な情報を得ようとするものであ

る。これを一部実施法 fractional factorial design という。この一部実施法を定義するには、 2^k-1 個の要因効果のなかから m 個の独立な定義対比 defining contrast を選ばねばならない。もしこれを A_1, A_2, \dots, A_m とすると、そのすべての組合せ(交互作用)である 2^m-1 個の要因効果(すべて異なる)がこの定義対比に加わることになる。

因子を A, B, C, D, \dots と表わすとき、定義対比を3因子交互作用にとると、 $I=ABC$ となるから、これから、 $A=BC, B=AC, C=AB$ という別名 alias 関係が成立つ。これは主効果に2因子交互作用が交絡することを意味する。わが国の工場実験では、このような計画も採用されている。また $I=ABCD$ にとると、 $A=BCD, \dots$ となり主効果は3因子交互作用と交絡し、後者を無視できれば、主効果は「推定可能」estimable となる。しかし、このときは $AB=CD, AC=BD, \dots$ となり、2因子交互作用同士は交絡して推定可能にはならない。これらの計画は Resolution III型, IV型とよばれている。Resolution V型を採用すると、 $I=ABCDE$ などとなり、3因子以上の交互作用の存在を無視すれば、すべての主効果と2因子交互作用を「推定可能」にすることができる。すべての2因子交互作用を推定可能にする必要がない場合には Resolution IV型で適当な計画をえらぶことができる。

Resolution IV, V型のわりつけは、外国では 2^k 個の組合せから 2^{k-m} 個より成るどのような部分集合を選ばよいかを数学的に求めることによつて得られる。しかし、わが国では 2^{k-m} 個の行より成る直交表を用いて最適なわりつけを得る方法が工夫されている。

本発表では、そのような計画を 2^{k-m} 直交表を用いて求める方式を示すとともに、水準数が3の場合の 3^{k-m} 直交表の使い方も示した。その上で、 L_{81} 直交表を用いて 3^5 の $1/3$ 実施の農業試験への適用例を示した。また、ブルガリアにおける 9^3 の $1/9$ 実施計画(ソビエトの数学者による)の改良案も示した。