

MHD平衡テータベース・GAEA

原研核融合 竹田 辰興
(Tatsuoki TAKEDA)

1. はじめに

トカマクによるプラズマ閉込めの理論的課題は種々あるが、ここでは、現在原研において特に力をいれて研究を進めている、(1)線形MHD不安定性と限界ベータ値比別、(2)非線形MHD不安定性とディスラプション、等の解析に深い関係のあるMHD平衡について述べる。ベータ値はプラズマ圧力と閉込の磁場圧力の比であるが、実際の閉込の装置ではこの値を100%まで上げることは不可能でトカマクでは現在達成されている最高値は5%程度である。ベータ値をなるべく高くとることが経済的に有利であるので高ベータの安定な平衡を実現することは核融合研究の大きな課題として理論的にも実験的にも強かに研究が進められている。ディスラプションはトカマク・プラズマの全体あるいは一部について巨視的な破壊をもたらす非線形現象で場合によっては完全に平衡が崩壊しプラズマが消失する危険な不安定性である。この不安

定性の存在のためトカマク・フラスマの運転パラメータ領域に制限が課せられ経済的に有利な条件でのフラスマの維持が阻まれる。従ってデイスラフシヨンの条件を調べその機構を明らかにしてこれを克服する方法を考案することが重要でこのため多くの理論的研究が為されている。

これらの研究は、現在主としてMHDモデルを基本にして組み上げられたモデルに立脚して進められている。原研ではMHDモデルを基本にトカマク・フラスマの総合的理論解析を行うことを目指したTRITON計画を進めている。上に述べたような解析は、まずMHD平衡を求め、インターフェイス・モジュールを通して各種の平衡量を求め、安定性解析を行うという過程を持つ(図1)。この際、不安定性はその性質によって異った手法で解くことが現実的であるので、多種多様なモデル・手法・コードが開発されている。これらのコードを特徴づけるものは、(1)線形か非線形か?、(2)シリンドラ・フラスマかトーラス・フラスマか?、(3)理想的MHDか散逸性MHDか?、(4)モード数は多いか少ないか?、(5)自由境界か固定境界か?等々多岐にわたる(表1)。従来、これらの解析は日々別々に行われており、あるフラスマ平衡がこれら全ての不安定性に対して安定なのか不安定なのかについて定量的解析が行われることはなかった。現在で

は、大型の核融合装置での実験が行われ、次世代の更に大型の装置の設計が進められるようになり、上のような不安定性についての総合的理論解析の必要性が高まって来ている。また、近年における核融合プラズマについての知識の集積や計算機性能の向上もこのような総合的理論解析を可能にしている。この種の解析の基礎となるのがMHD平衡の計算である。

トカマク・プラズマのMHD安定性を調べるには極めて高い精度の平衡解析コードを必要としており、原研ではこのためのコード開発を鋭意すすめている。一方、膨大な数の平衡について多種多様な安定性解析を行うことから平衡計算結果のデータベース化が重要な課題となる。この報告では、平衡計算についての簡単な注意を記し、データベース化のための管理コードGAEAについて記す。

2. MHD平衡の数値計算と平衡コード

軸対称プラズマの平衡解析は次のグラド・シャフランコ方程式を解いて磁束関数 ψ を求めることに帰着される。

$$\Delta^* \psi \equiv \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -r j_\varphi,$$

$$j_\varphi = r \frac{dp}{d\psi} + \frac{1}{r} T \frac{dT}{d\psi},$$

$$\vec{B} = \frac{1}{r} T \vec{e}_\varphi - \frac{1}{r} \vec{e}_\varphi \times \vec{\nabla} \psi,$$

ここで、 $p(\psi)$, $T(\psi)$, および j_{ψ} はそれぞれプラズマ圧力関数, トロイダル磁場関数, および電流密度のトロイダル方向成分で, 座標系は図2に示すものを用いている。

トカマク・プラズマの安定性解析のための平衡コードは次のように分類して考えると都合よい。(1) 固定境界値コードか自由境界値コードか?, (2) 非線形固有値問題 (NEP) コードか磁束保存トカマク (FCM) 平衡コードか?, (3) 通常形平衡コードか逆平衡コードか? が1項とが2項について簡単に触れる。

固定境界コードと自由境界コードの違いは図3に示してある。固定境界コードはプラズマ表面が導電シエルで囲まれており $\psi = \text{一定}$ の境界条件を与えて解くコードである。これに対して自由境界コードはプラズマ表面の外側に真空領域が存在しこれらを含んで計算の境界 (Γ) が与えられている。この自由境界コードは実際の見地から図に示すように3つに分類できる。が1の型の問題は Γ において境界値が与えられておりプラズマ形状や位置については制約条件を課さずに問題を解く。が2の型の問題はこれとは逆に何点かの固定点をプラズマ表面が必ず通るような制約条件のもとに平衡を求めたものでこの制約条件を満すように外部多重極磁場成分の大きさを調整しながら解を収束させる。が3の型の問題は上記2

つの中間的な問題で境界 Γ 上の ψ はほとんど与えておくが、プラズマの位置や形はリミターによって制限されていゝとして例えは双極子磁場成分の大きさだけ調整して解を求める。与えられた外部磁場のもとで実験的にどのようなトカマク・プラズマの平衡が実現されるかを知る場合に対応するが数値解析的には前二者に比べて解き方に工夫を要する問題となっている。

境界条件の与え方をきめても、グラド・シャフラノフ方程式を解いてMHD平衡を求める時に電流や磁束に課する制約条件によって数値解を求めるためのアルゴリズムが異なる。まず、 $p(\psi)$ および $T(\psi)$ について ψ の変域を例えは $-1 \leq \psi \leq 0$ とした上で実数形を定めて実際の圧力やトロイダル磁場の大きさが λp , λT となるようにグラド・シャフラノフ方程式を非線形固有値問題として扱うことができる。即ち、

$$\Delta^* \psi = \lambda f(\psi)。$$

このようにして求めた ψ について、因子 σ で次のような尺度変換をすることにより、電流値や表面の安全係数等を指定の値にした平衡を求めることができる。

$$\hat{\psi} = \sigma \psi$$

$$\hat{p} = \sigma^2 p$$

$$\hat{T}^2 = T_a^2 + \sigma^2 (T^2 - T_a^2) \quad \text{他}$$

このような制約条件のかわりに ψ の変域と安全係数 $q(\psi)$ の形を与えて解くこともできる。この場合には、 $\psi(\psi)$ と $T(\psi)$ に対応して次のような $\mu(\psi)$, $q(\psi)$ の関数形を与えて解くことになる。

$$q(\psi) = \frac{T}{2\pi} \oint \frac{dl}{r^2 B_p}$$

$$\mu(\psi) = p \left(\frac{dV}{d\psi} \right)^\sigma$$

ここで積分は磁気面に沿う周回積分、 V は磁気面を囲まれた体積である。グラド・シャフラノフ方程式を解くには $T(\psi)$ が必要であるが、これは次の常微分方程式を解くことにより求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\dot{I}}{T} \left[2K \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle + \sigma \mu \left(\frac{1}{2\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right)^\sigma T^{\sigma-2} + \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right] \\ = -2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \dot{K} - \left(\frac{1}{2\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right)^\sigma \dot{\mu} T^{\sigma-2}, \end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{T} \langle B_p^2 \rangle, \quad \nu = \frac{1}{4\pi^2} q,$$

ここで、ドットは ψ 微分を意味しており、また $\langle \rangle$ や積分は磁気面量であるが、これらは偏微分方程式であるグラド・シャフラノフ方程式を解いて求めることができる。この方法はグラドによる一般化微分方程式 (GDE)

$$\Delta^* \psi = -r^2 \left[\frac{d\mu}{dV} \left(\frac{d\psi}{dV} \right)^\sigma + \sigma \left(\frac{d\psi}{dV} \right)^{\sigma-1} \frac{d^2\psi}{dV^2} \right] - 16\pi^4 \frac{q}{A} \frac{d}{dV} \left(\frac{q}{A} \frac{d\psi}{dV} \right),$$

の具体的な解法の一つを与えている。

3. MHD平衡データベース GAEA

TRITON計画で計算するMHD平衡は最終的には種々のコードを使った安定性解析のための入力データとして用いることが目的であり、このための膨大な量の高精度の平衡計算出力を得てそれを何度も利用するという特徴がある(図4)。これらのデータは通常磁気テープに保管されて必要に応じてディスク上に再現して使うわけであるが、このような作業を能率的に行い多量のパラメータ・サーベイによって信頼できる安定性解析をおこなうために、大量の計算出力データの収集・保管・検索・利用を容易にするソフトウェアGAEAの開発を行った。

GAEAは上のような目的を持った計算データのためのデータベース管理コードであるが、実際にはTRITONシステムの各種支援コードEOS, ARGUS, PLUTO, HARMONIAと一体となって総合的計算データ管理システムを構成する(図5)。GAEAは、データ収集(図6)、データ転送(図7)、およびデータ利用(図8)の3つのプロセスから構成されている。データ収集のプロセスは、オートラン文法に特殊入出力文を追加したGAEA文法に従って書かれたプログラムによってディスク上にデータ収集を行う。特殊入出力文を実行することによりファイル情報やプロ

プログラム実行時の一般的情報(実行日時, JCL内容等)について利用者は意識することなく自動的に記録がなされ, 計算データは変数名と共に保存される(図9)。GAEA文は, CG文とも呼ばれ, 1~2カラムにCGと記されており, フォロセッサを通さない時はフォートラン・コンパイラでは無視される。G2のフォセスは, ディスク上のデータを磁気テープに登録(STORE)し, また検索の結果必要となったデータを磁気テープからディスク上に再現する(FETCH)フォセスである。FETCHされたデータはGAEAによって管理されており, ディスク上で直ちに利用可能なデータが何であるかは簡単に調べることができる(図10)。G3のフォセスは, ジェネラル・エディターを使って登録されているデータを利用するフォセスである。上に述べたSTORE, FETCHや検索もこのジェネラル・エディターを用いて端末から行える。磁気テープやディスク上に保管されているデータのフォーマットはシステム設計の際に具体的にきまっているのだから, GAEAシステムの管理のもとに実行する限り他のプログラムとのインターフェイスは簡単にとることができる。例えば, TSS版ARGUSを用いることにより, 複雑な図形表示もプログラムを作ることなくコマンド入力のみで実行することが可能である。GAEAを用いて登録されている

平衡データについて、作表(表2)と作図(図11)を行つた例を示す。

現在、標準的には $256 \times 128 \times$ ツシュ (256 kB のデータ) で 300 程度の平衡を計算して 1 シリーズとして種々の観点から安定性解析を進めてゐる。安定性の基礎的性質を調べプラズマ・ベータ値限界や対応の比例則を確立するためには $10^2 - 10^3$ シリーズの平衡データを収集することになる。また実験データとの直接比較を行うようになればこの数は一層増大するものと考えられ GAEA の有効性が発揮されるであらう。

図説明

- 図1 トカマク・プラズマの安定性解析
- 図2 平衡計算の座標系
- 図3 平衡計算の境界条件, P: プラズマ, V: 真空
- 図4 GA EA データベースの利用
- 図5 総合的計算データ管理システム
- 図6 GA EA —データの収集—
- 図7 GA EA —データの転送—
- 図8 GA EA —データの利用—
- 図9 GA EA によって記録された変数リストの例
- 図10 FETCH 命令でディスク上に再現されたデータ表
- 図11 GA EA で登録されたデータの作図例

表説明

- 表1 TRITON システムの安定性コード
- 表2 GA EA で登録されたデータの作表例

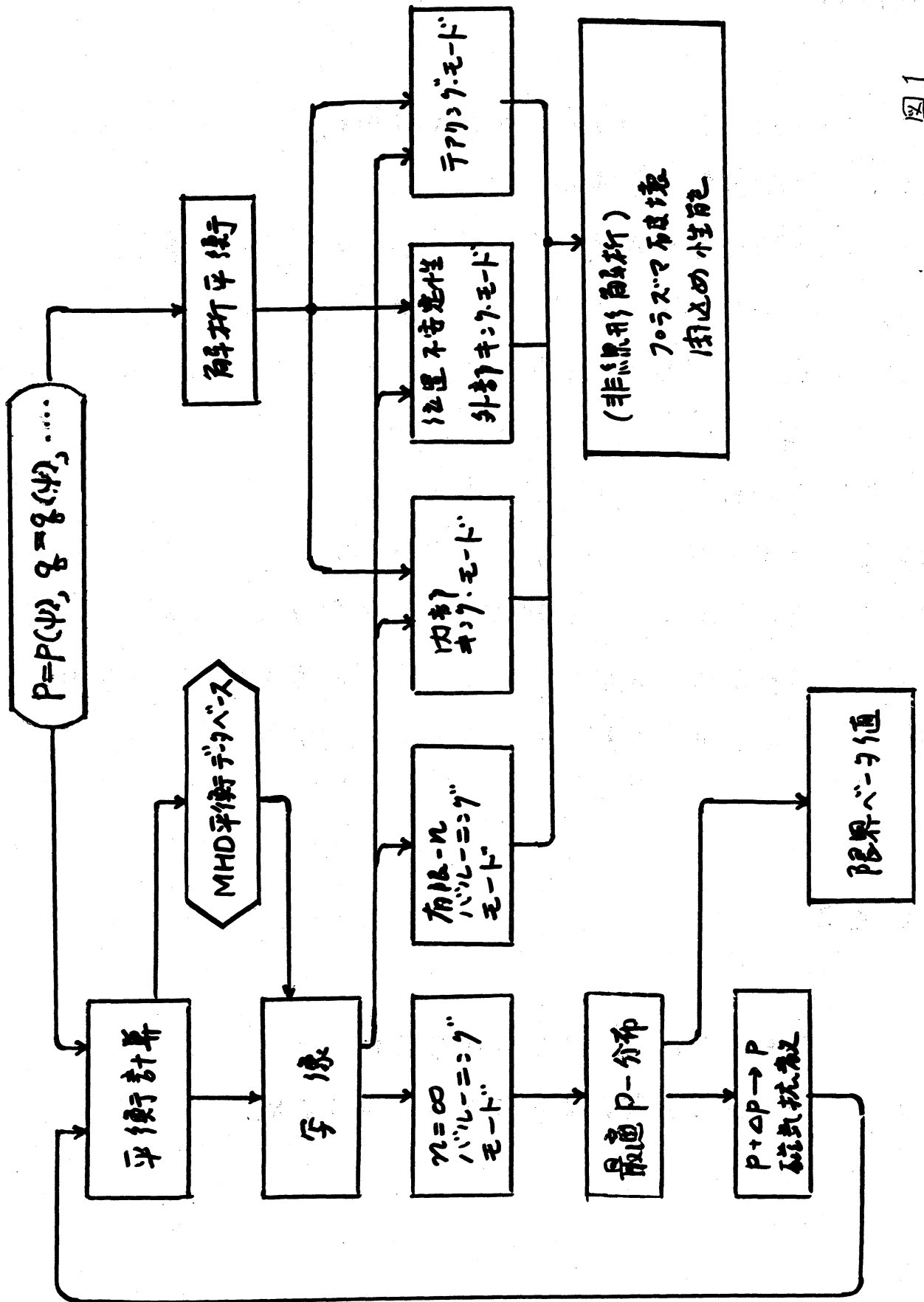


図1

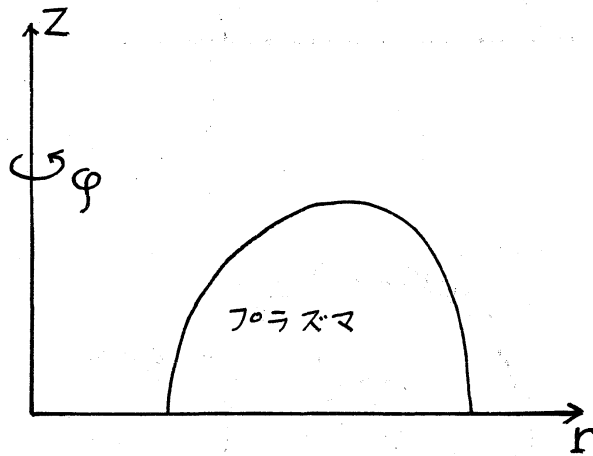
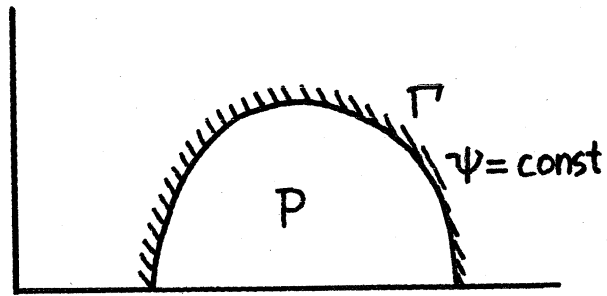
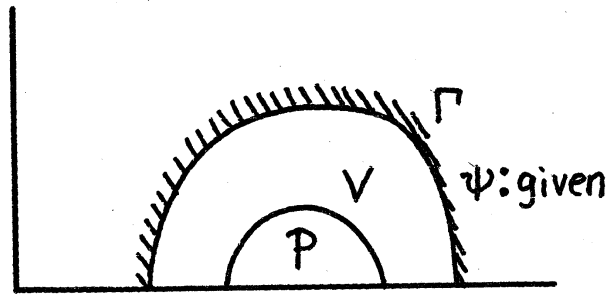


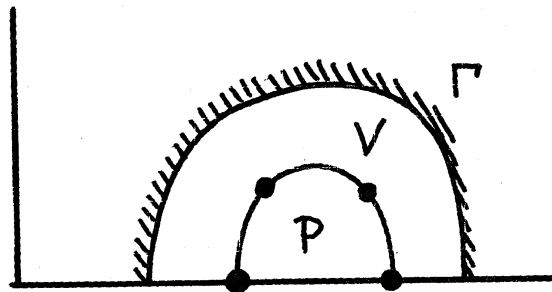
図2



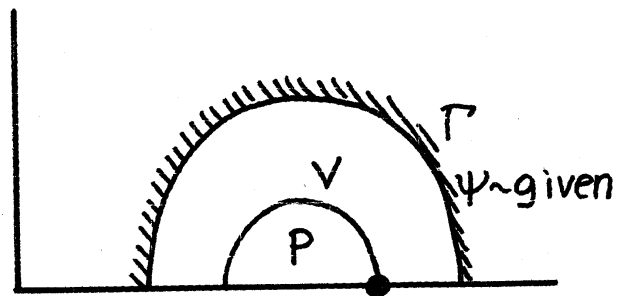
固定境界



自由境界1



自由境界2



自由境界3

图3

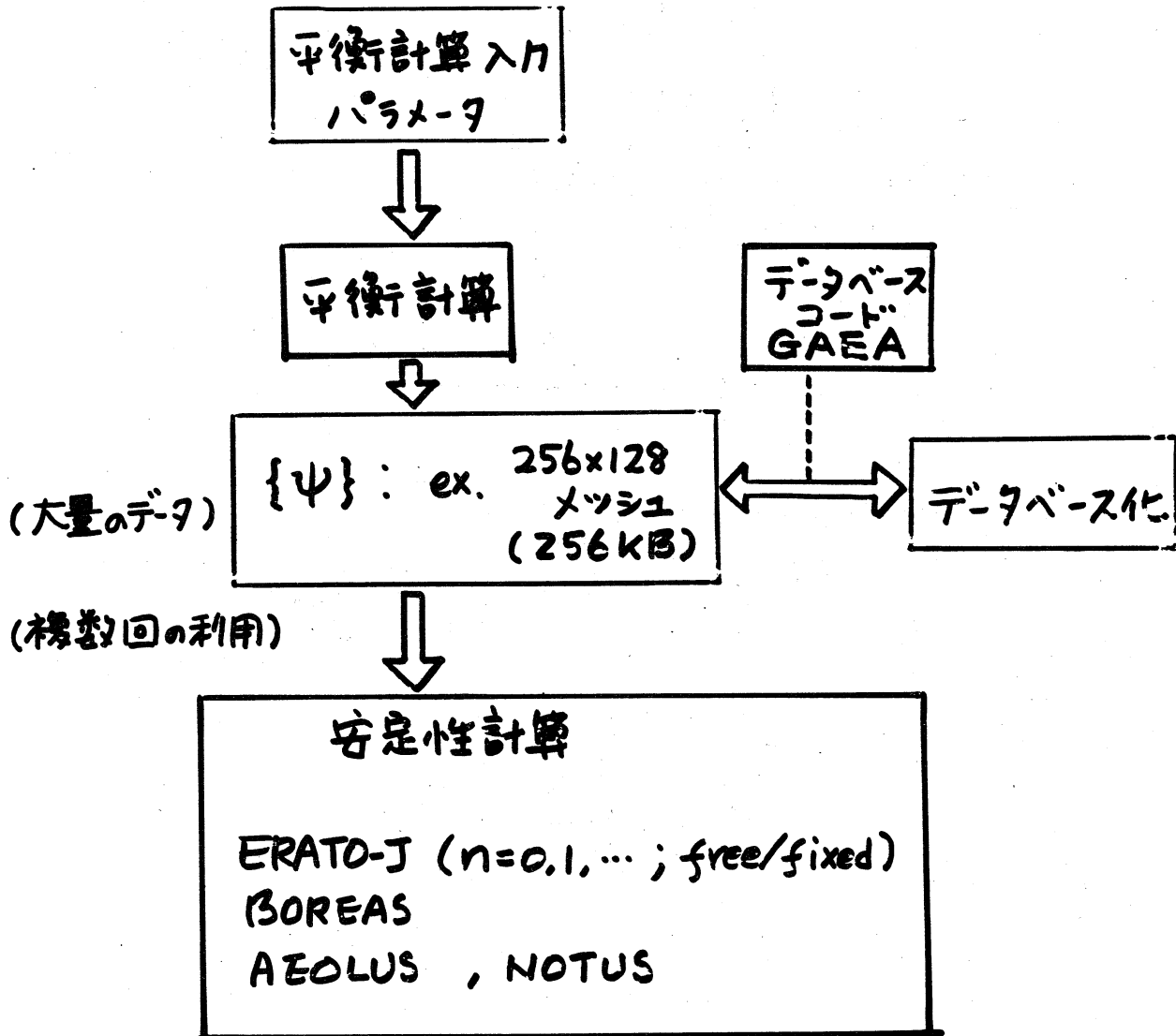


図4

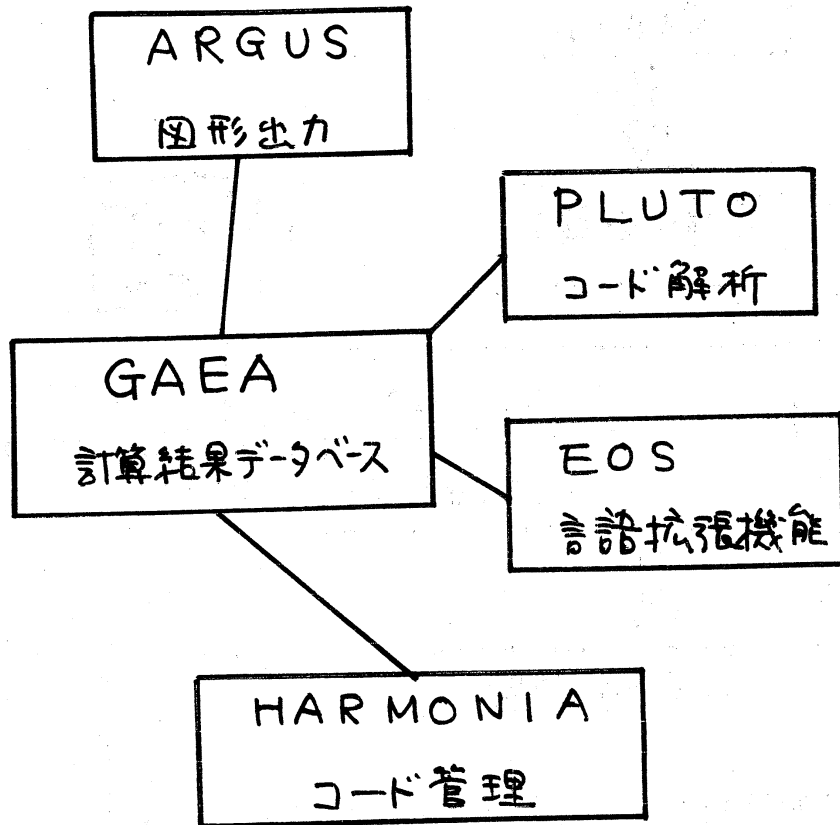


図5

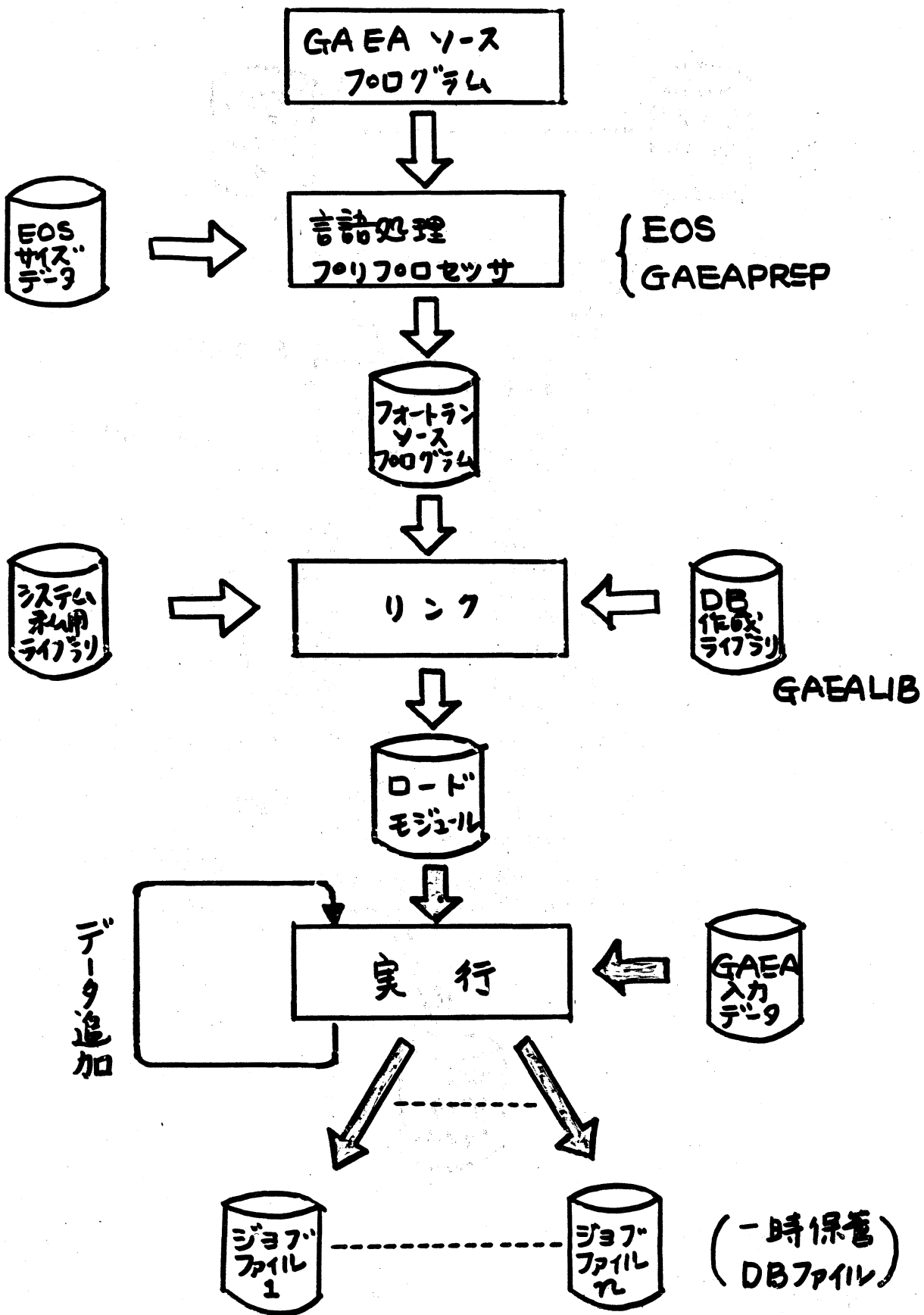


図6

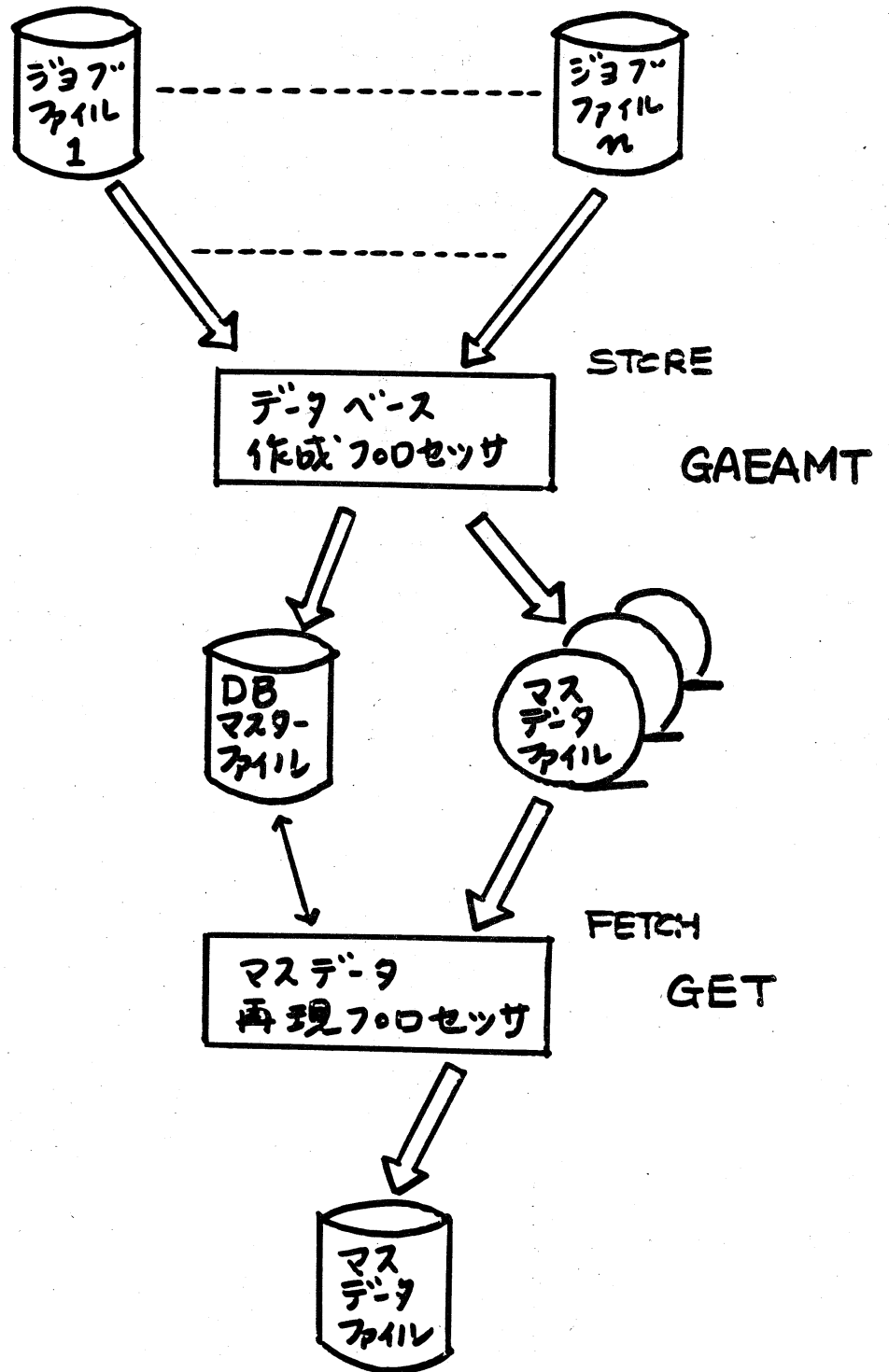


図 7

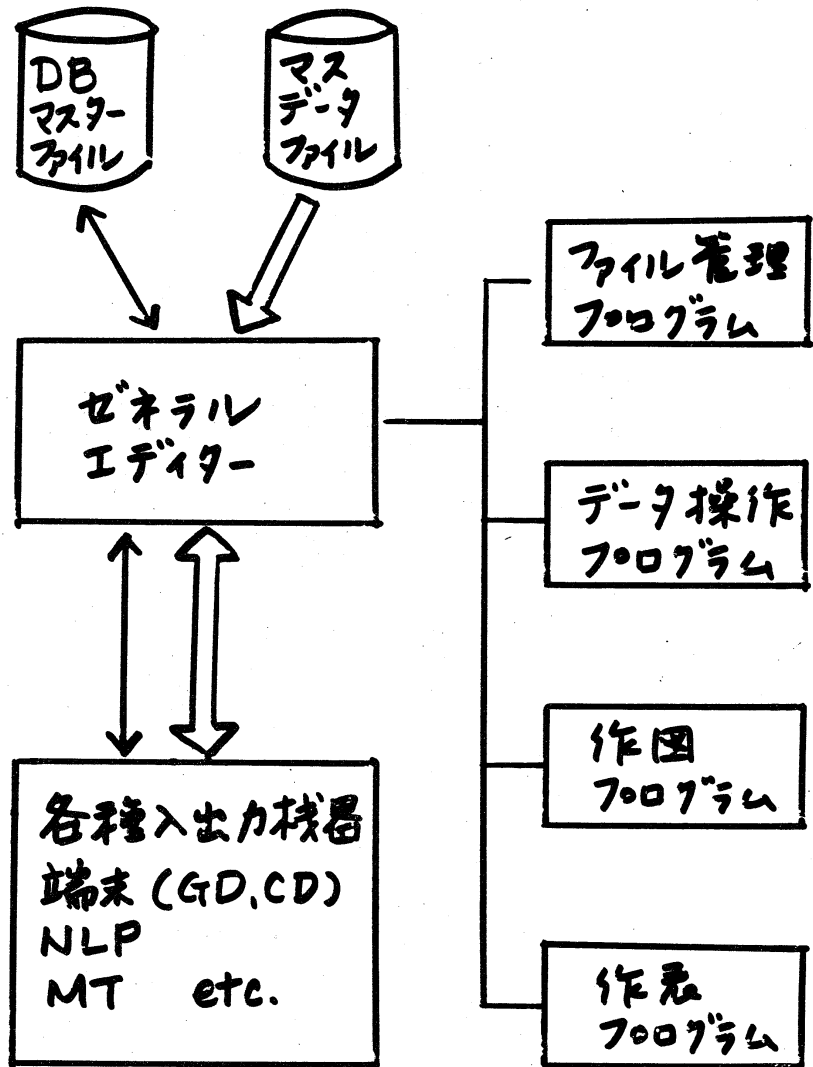


図 8

* RUN NAME - DISK FILE NAME *

```

RUN GROUP      ---- IAEA84
RUN NAME       ---- ELIMIT
RUN NUMBER     ---- 1
DISK FILE      ---- J3331.SLN4NEQ1.DATA
UNIT           ---- USER,TDS,MSS
GENERATED      ---- 84-02-07
COMPLETION FLAG TO TRANSFER ---- DONE
CONTENT        ---- MASS DATA
  
```

```

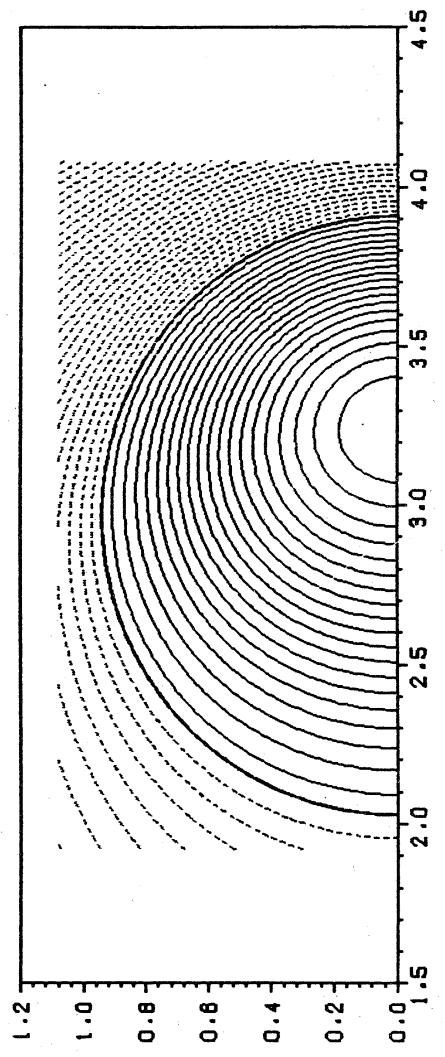
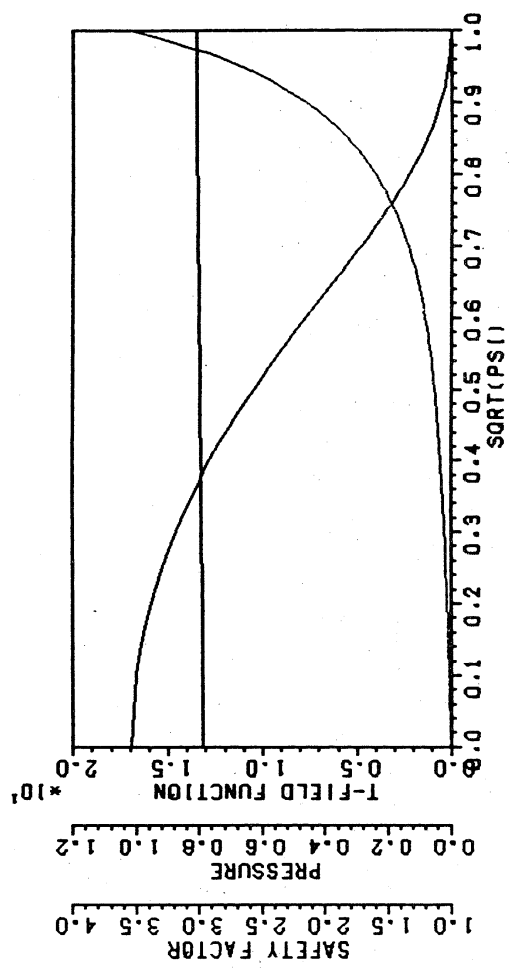
RUN GROUP      ---- IAEA84
RUN NAME       ---- ELIMIT
RUN NUMBER     ---- 2
DISK FILE      ---- J3331.SLN4NEQ2.DATA
UNIT           ---- USER,TDS,MSS
GENERATED      ---- 84-02-14
COMPLETION FLAG TO TRANSFER ---- DONE
CONTENT        ---- MASS DATA
  
```

```

RUN GROUP      ---- IAEA84
RUN NAME       ---- ELIMIT
RUN NUMBER     ---- 3
DISK FILE      ---- J3331.SLN4NEQ3.DATA
UNIT           ---- TSSWK
GENERATED      ---- 84-02-17
COMPLETION FLAG TO TRANSFER ---- DONE
CONTENT        ---- MASS DATA
  
```

```

RUN GROUP      ---- IAEA84
RUN NAME       ---- ELIMIT
RUN NUMBER     ---- 4
DISK FILE      ---- J3331.SLN4NEQ4.DATA
UNIT           ---- TSSWK
GENERATED      ---- 84-02-17
COMPLETION FLAG TO TRANSFER ---- DONE
CONTENT        ---- MASS DATA
  
```



Models, Codes and Problems

	Linear analyses		Nonlinear analyses	
	Cylindrical plasma	Toroidal plasma	Cylindrical plasma	Toroidal plasma
Full set of ideal MHD equations	<p>THALIA</p> <ul style="list-style-type: none"> *m=2,3 ideal modes 	<p>ERATO-J, TERA</p> <ul style="list-style-type: none"> *internal kink mode *ballooning modes *positional inst. 	(AEOLUS-P)	Toroidal plasma
Full set of resistive MHD equations	<p>NOTUS-CI</p> <ul style="list-style-type: none"> *effects of compressibility 	<p>(NOTUS-CT)</p> <ul style="list-style-type: none"> *resistive ballooning modes 		
New reduced set of resistive MHD equations	<p>NOTUS-II</p> <ul style="list-style-type: none"> *m=1 resistive internal mode *transition of m=2,3 ideal-resistive modes 	<p>NOTUS-IT</p> <ul style="list-style-type: none"> *m=1 mode in whole β_p regimes *resistive ballooning modes 	<p>AEOLUS-II</p> <ul style="list-style-type: none"> *m=1 resistive internal mode *finite β effect on major disruption 	(AEOLUS-IT)
Reduced set of resistive MHD equations	<p>NOTUS-RI</p> <ul style="list-style-type: none"> *transition of m=2,3 ideal-resistive modes 	<p>NOTUS-RT</p> <ul style="list-style-type: none"> *$\theta(\epsilon)$ finite β effect on m=1 resistive internal mode *shape effects on m=2,3 modes 	<p>AEOLUS-R1</p> <ul style="list-style-type: none"> *sawtooth oscillation *effects of aspect ratio and β on major disruption 	<p>AEOLUS-RT</p> <ul style="list-style-type: none"> *$\theta(\epsilon)$ finite β effect on m=1 resistive internal modes *shape effects on m=2,3 modes
Reduced set of resistive MHD equations with diamagnetic effects	<p>NOTUS-DI</p> <ul style="list-style-type: none"> *m=1 mode *m=2 mode 	(NOTUS-DT)	<p>AEOLUS-DI</p> <ul style="list-style-type: none"> *nonlinear saturation of m=1 mode 	(AEOLUS-DT)

表 1

 * OUTPUT INFORMATION *

*** EQUILIBRIUM QUANTITIES ***		VAR.	VALUE	UNIT
EQUILIBRIUM NUMBER	KC		1	
MAGNETIC AXIS	RAXIS		3.124D+00	M
MAJOR RADIUS	RMAJ		3.000D+00	M
PLASMA RADIUS	RP		9.028D-01	M
ASPECT RATIO = RAXIS/RP	ASP		3.461D+00	
PSI-AXIS	SAXIS		-1.161D+00	
ELLIPTICITY	ELL		1.006D+00	
TRIANGULARITY	TRG		9.346D-03	
SAFETY FACTOR AT MAGNETIC AXIS	QQV(1)		1.002D+00	
SAFETY FACTOR AT PLASMA SURFACE	QQV(NV)		3.601D+00	
QJ = 2*S*BZO/(RMAJ*IP) (WHERE S = PAI*ELIP*RPLA**2)	QJ		3.000D+00	
QJJ = 2*S*BZO/(RMAJ*IP) (WHERE S = VOLUME/(2*PI*RMAJ))	QJ(OUT)		3.025D+00	
BETA VALUE	BETS		1.035D+00	%
	BETA		6.154D-01	%
	BETJ(IN)		6.000D-01	
	BETAJ		6.206D-01	
TOROIDAL CURRENT FROM LINE INTEGRAL	CPL		2.025D+03	KA
TOROIDAL CURRENT FROM VOLUME INTEGRAL	TCU		2.025D+03	KA
TOROIDAL FIELD FUNC. AT PLASMA SURFACE				
BTV	BTV		1.350D+01	
BTS	BTS		1.350D+01	
TPR	TPR		3.014D+00	
TOTAL VOLUME	VLV(NV)		4.837D+01	M**3
PARAMETERS TO DEFINE THE PROFILES OF D(P)/DPSI AND T*D(T)/DPSI	CP(1)		2.700D+00	
	CP(2)		4.000D+00	
	CP(3)		2.000D+00	
	CP(4)		1.000D+00	

表2