数理解析研究所講究録
第535巻 1984年 290-304

ある種の$P_2(\mathbb{C})$の分岐被覆

東京都立大学　福井 敏純
(Toshisumi Fukui)

$P_2(\mathbb{C})$ を複素射影平面，$B \subset P_2(\mathbb{C})$ を平面被約曲線とする。

定義　正規曲面Xが Bで分岐する$P_2(\mathbb{C})$ の有限被覆であるとは，次が成り立つこと

(i) 全射有限正則写像 $\pi : X \to P_2(\mathbb{C})$ が存在して，

(ii) $X_0 = \pi^{-1}(P_2(\mathbb{C}) - B)$ とおくとき，制限写像 $\pi|_{X_0} : X_0 \to P_2(\mathbb{C})$ が 不分岐被覆

このとき $\pi : X \to P_2(\mathbb{C})$ を 被覆写像 とよぶ。

定義　$\pi : X \to P_2(\mathbb{C})$ を 被覆写像 とする。

$\forall x \in X$ に対して 分岐指数 $b(x)$ を次で定義する。Vを $f(x)$ の十分小さい近傍，Uをxを含む $f^{-1}(V)$ の連結成分とするとき，

$$b(x) := \#(\{\pi^{-1}(y) \mid y \in V - B\} \cap U)$$

このとき，直ちに次が従う．

$$b(x) > 1 \quad \Longrightarrow \quad f(x) \in B$$

以後 $\pi|_{X_0} : X_0 \to P_2(\mathbb{C})$ の被覆変換群 G が，X に複素同型群として，次の可換図式をみたすように作用していると仮定する。

$$\begin{array}{ccc} G \times X_0 & \longrightarrow & X_0 \\ \downarrow{\scriptstyle id_G \times \iota} & \circlearrowleft & \downarrow{\scriptstyle \iota} \\ G \times X & \longrightarrow & X \end{array}$$

被覆変換

（$\iota : X_0 \to X$ は包含写像）

このとき次のような問題を考えよう。

" $P_2(\mathbb{C})$ の B で分岐する有限被覆 X の特異点解消 $\tilde{X}$ の曲面としての構造（小平次元，コホモロジー群等）と曲線 B の構造（既約成分の個数，その次数，種数，及び特異点）の間の関係を見つけること．"

本稿では，ある特別な場合にこの問題の答えを出すことを目的とする．

少し記号を準備する。

$\pi: X \to P_2(\mathbb{C})$ を有限分岐被覆

$B \subset P_2(\mathbb{C})$ を π の分岐軌跡

$\rho: \tilde{X} \to X$ を最小特異点解消

$R = (\pi\circ\rho)^{-1}(B)_{red}$ とする

$B = B_1 + \cdots + B_s$ を既約分解

$\mathrm{Sing}\, B = \{p_1, \cdots, p_\ell\}$

$E_i = (\pi\circ\rho)^{-1}(p_i)_{red}$ $(i = 1, \cdots, \ell)$

$E_i = E_{i,1} + \cdots + E_{i,\tau_i}$ を既約分解

$\overline{R - E_1 - \cdots - E_\ell}$ と $(\pi\circ\rho)^{-1}(B_j)_{red}$ の共通成分を

R_j, $R_j = R_{j,1} + \cdots + R_{j,\sigma_j}$ をその既約分解とする。

このとき

$$R = R_1 + \cdots + R_s + E_1 + \cdots + E_\ell$$
$$= R_{1,1} + \cdots + R_{1,\sigma_1} + \cdots + R_{s,1} + \cdots + R_{s,\sigma_s} + E_{1,1} + \cdots + E_{1,\tau_1} + \cdots + E_{\ell,1} + \cdots + E_{\ell,\tau_\ell} \quad \text{(既約分解)}$$

$x \in X$ の等方部分群 $G_x = \{g \in G \mid g\cdot x = x\}$ とするとき X の因子 D に対して generic な $x \in D$ に対しては G_x は同型だからその群を G_D と書くことにする。

命題A　X への群 G の作用は $\tilde{X}$ へ拡張できる。

証　次の可換図式をみたす群 G の曲面 $\tilde{X}$ への作用が存在する。

$$\begin{array}{ccc} G\times\tilde{X} & \longrightarrow & \tilde{X} \\ \downarrow{\scriptstyle id\times\rho} & & \downarrow{\scriptstyle \rho} \\ G\times X & \rightarrow & X \end{array}$$

証明．$\forall g \in G$ に対して合成写像

$\tilde{X} \xrightarrow{\rho} X \xrightarrow{g} X$　　を考える．

$\tilde{X}$は非特異で　$g\circ\rho$ は固有写像だから．

$g\circ\rho : \tilde{X} \longrightarrow X$　は．Xの特異点解消である。

$\tilde{X}$は正規曲面Xの最小特異点解消だから．

$\exists \tilde{g} : \tilde{X} \longrightarrow \tilde{X}$　　s.t. $\rho\circ\tilde{g} = g\circ\rho$.

よって．群Gは．$\tilde{X}$上の作用に拡張される。　□

以後．曲面$\tilde{X}$に次の条件を仮定する．

① $H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) \neq 0$

② $\wedge^2 H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) = 0$

条件①②をみたす曲面の例

イ)　$\tilde{X}$が非有理線織曲面に双有理同値なとき

ロ)　$\tilde{X}$が超楕円曲面に双有理同値なとき．

条件①②をみたせば．Albanese 写像

$$\theta : \tilde{X} \longrightarrow \mathrm{Alb}(\tilde{X}) = H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}})^* / H_1(\tilde{X}, \mathbb{Z})$$

の像は．1次元である。

$\theta(\tilde{X})$ の正規化を Γ とおくと fibering

$$\theta : \tilde{X} \to \Gamma$$

が存在する。

$\theta(\tilde{X})$ が1次元であるから、$\tilde{X}$ 上の任意の1形式 ω を $\theta : \tilde{X} \to \Gamma$ の fibre F 上に制限すると恒等的に0に等しい。

命題B 群 G の曲面 $\tilde{X}$ への作用は fibering $\theta : \tilde{X} \to \Gamma$ を保つ。 即ち

$$\forall g \in G,\ \forall y \in \Gamma,\ \exists y' \in \Gamma \quad \text{s.t.} \quad g(\theta^{-1}(y)) = \theta^{-1}(y')$$

証明

固有写像定理より $g(\theta^{-1}(y))$ は1点又は Γ であるから $g(\theta^{-1}(y)) = \Gamma$ として矛盾を導く。

η を Γ 上の0でない1形式とする。すると $(\theta\circ g)^*\eta$ は $\tilde{X}$ 上の1形式で $\theta^{-1}(y)$ 上0でない。これは矛盾 □

従って群 G は曲線 Γ に作用している。

$$\begin{array}{ccc} G\times\tilde{X} & \to & \tilde{X} \\ \downarrow{\scriptstyle id\times\theta} & & \downarrow{\scriptstyle\theta} \\ G\times\Gamma & \to & \Gamma \end{array}$$

$N = \{ g \in G \mid g \cdot y = y \quad \forall y \in \Gamma \}$

とおくと，NはGの正規部分群である。

命題C　$G_{R_{ij}} \not\subset N \implies \exists y \in \Gamma$. s.t. $R_{ij} \subset \theta^{-1}(y)$

証明．Fを $\theta: \tilde{X} \to \Gamma$ の general fiber とする。

Fは generic だから　$R_{ij} \cdot F \geq 0$.

$R_{ij} \cdot F > 0$　と仮定する。

$\exists z \in R_{ij} \cap F$.

$G_{R_{ij}} \not\subset N$　より　$\exists g \in G_{R_{ij}}$, $g \notin N$.

$z \in R_{ij}$　より　$g(z) = z$

$g \notin N$　より　$g(z) \notin F$

これは　$z \in R_{ij} \cap F$　に矛盾　よって　$R_{ij} \cdot F = 0$.

R_{ij}　は既約だから　$\exists y \in \Gamma$. $R_{ij} \in \theta^{-1}(y)$　□

同様にして，$\theta: \tilde{X} \to \Gamma$　の fiber Fに対して，

命題D　$G_{R_{ij}} \subset N$　のとき

$$R_{ij} \cdot F = 0 \iff \exists y \in \Gamma, \text{ s.t. } R_{ij} \subset \theta^{-1}(y)$$

命題E $P_2(\mathbb{C})$ の曲線族 $\Lambda=\{\pi\circ\rho\circ\theta^{-1}(y) \mid y\in\Gamma\}$ は、線型束（linear pencil）をなす。

証明.

$P_2(\mathbb{C})$ 上の general line の $\pi\circ\rho$ による引き戻しを H とする。H の genericity より $\theta(H)=\Gamma$.

G の作用は H を保つから写像

$$H/G \to \Gamma/G$$

が定義される。$H/G\cong P_1(\mathbb{C})$ より $\Gamma/G\cong P_1(\mathbb{C})$

よって 曲線族 Λ は $P_1(\mathbb{C})$ で parametrize される。

因子 H は 写像 $\pi\circ\rho:\widetilde{X}\longrightarrow P_2(\mathbb{C})$ を定義するから

Λ の元は $a=H\cdot\theta^{-1}(y)$ 次の曲線である。

$Y=\widetilde{X}/G$ とおく。

$\bar{\theta}: Y\to\Gamma/G=P_1(\mathbb{C})$ は全射である。

$\phi:\widetilde{Y}\to Y$ を特異点解消

$\widetilde{Y}\xrightarrow{\phi} Y\xrightarrow{\bar{\theta}}\Gamma/G=P_1(\mathbb{C})$ の合成写像を $\gamma:\widetilde{Y}\to P_1(\mathbb{C})$

$\widetilde{Y}\xrightarrow{\phi} Y=\widetilde{X}/G\to X/G\cong P_2(\mathbb{C})$ の合成写像を

$\sigma:\widetilde{Y}\to P_2(\mathbb{C})$ とかく。

$\sigma:\widetilde{Y}\to P_2(\mathbb{C})$ は 双有理正則写像だから

$\sigma:\widetilde{Y}\to P_2(\mathbb{C})$ は 有限回の blow-up の合成でかける。

$\mathcal{E}$ を $\sigma:\widetilde{Y}\to P_2(\mathbb{C})$ の例外集合, $\mathcal{E}=\sum_{i=1}^{n}\mathcal{E}_i$ を

既約分解とするとき，整数 $e_1, \cdots, e_n$ が存在して，

$$\gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1) = \sigma^* \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a) \otimes \mathcal{O}_{\tilde{Y}}\left(\sum_{i=1}^{n} e_i E_i\right)$$

とかける。よって

$$\sigma_* \gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1) = \sigma_* \sigma^* \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a) \otimes \sigma_* \mathcal{O}_{\tilde{Y}}\left(\sum_{i=1}^{n} e_i E_i\right)$$

$$= \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a) \otimes \sigma_* \mathcal{O}_{\tilde{Y}}\left(\sum_{i=1}^{n} e_i E_i\right)$$

十分小さい $P_2(\mathbb{C})$ の開集合 U に対して，

$$\Gamma(U, \sigma_* \mathcal{O}_{\tilde{Y}}(\Sigma e_i E_i)) = \Gamma(\sigma^{-1}(U), \mathcal{O}_{\tilde{Y}}(\Sigma e_i E_i))$$

$$\hookrightarrow \Gamma(\sigma^{-1}(U) - E, \mathcal{O}_{\tilde{Y}}(\Sigma e_i E_i)) \quad \text{(制限写像)}$$

$$\hookrightarrow \Gamma(\sigma^{-1}(U) - E, \mathcal{O}_{\tilde{Y}})$$

$$\simeq \Gamma(U - \sigma(E), \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})})$$

$$\simeq \Gamma(U, \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}) \quad (\because \text{Hartogs の拡張定理})$$

だから，

$$\sigma_* \mathcal{O}_{\tilde{Y}}(\Sigma e_i E_i) \hookrightarrow \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}.$$

従って，

$$\sigma_* \gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1) \overset{\iota}{\hookrightarrow} \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a) \qquad \text{を得る。}$$

よって，$\iota^* : H^0(\sigma_* \gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1)) \longrightarrow H^0(\mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a))$ が単射，

i.e. $\iota^* : H^0(\tilde{Y}, \gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1)) \hookrightarrow H^0(\mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a))$

一方 $\gamma^* : H^0(P_1(\mathbb{C}), \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1)) \hookrightarrow H^0(\tilde{Y}, \gamma^* \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1))$

より $\iota^* \circ \gamma^* : H^0(P_1(\mathbb{C}), \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1)) \hookrightarrow H^0(P_2(\mathbb{C}), \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a))$

写像の構成法より $\Lambda = \mathbb{P}(\iota^* \circ \gamma^*(H^0(P_1(\mathbb{C}), \mathcal{O}_{P_1(\mathbb{C})}(1))))$

よって　$\Lambda \hookrightarrow \mathbb{P}(H^0(P_2(\mathbb{C}), \mathcal{O}_{P_2(\mathbb{C})}(a)))$.

従って　Λは線型系である。 □

定義. Xが　$P_2(\mathbb{C})$　のn次巡回被覆であるとは.

(i)被覆変換群　Gが　$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$　に同型で.

(ii)分岐曲線B　の generic な点での逆像における等方部分群が　$G = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$　に同型

のときとする。

$\pi : X \to P_2(\mathbb{C})$　が　n次巡回被覆　$\rho : \tilde{X} \to X$　を特異点解消とするとき、次が成りたつ.

定理'

(i)　$\tilde{X}$が非有理線織曲面に双有理同値なら次の条件をみたす線型束(pencil) Λ が存在する。

イ) Λ の generic な元は既約有理曲線.

ロ) $\exists D_1, \cdots, D_t \in \Lambda$　s.t　$B \subset D_1 \cup \cdots \cup D_t$

ハ)　$\varpi_1 : P_1 \to P_2(\mathbb{C})$　を　Λの各底点での blow-up.

Λ_1 を　Λの ϖ_1 による固有像のつくる線型束とする。帰納的に　$\varpi_j : P_{j+1} \to P_j$　を　Λ_j の各底点での blow-up.　Λ_{j+1} を Λ_j の固有像のつくる線型束とする。　Λ_k を　底点自由.　$\varpi = \varpi_k \circ \cdots \circ \varpi_1$　とする.

$\varpi^*B = \sum e_i E_i' + B'$ （但し B' は ϖ による固有像、E_i' を $\varpi: P_k \to P_2(\mathbb{C})$ の例外集合の各既約因子）と書いたとき、$D \in \Lambda$ に対して、

$D \cdot E_i \neq 0 \Rightarrow m | e_i$.

(ii) 逆に イ)ロ)ハ) をみたすような線型束 Λ が存在するようなBで分岐する $P_2(\mathbb{C})$ の n 次巡回被覆の特異点解消は線織曲面に双有理同値である。

証明

(i) $\tilde{X}$ は非有理線織曲面に双有理同値だから、代数曲線 Γ と写像 $p: \tilde{X} \to \Gamma$ が存在して p の general fibre は $P_1(\mathbb{C})$ に同形。
命題Aより 巡回群 $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ は曲面 $\tilde{X}$ に作用し、更に、命題Bより 巡回群 $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ は曲線 Γ にも作用している。
群 $N = \{ g \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \mid g \cdot y = y \quad \forall y \in \Gamma \}$
は $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ の真部分群である。

∵) $N = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ とすると、$\tilde{X}/G \xrightarrow{\bar{p}} \Gamma$ が well-defined。$\tilde{X}/G$ は $P_2(\mathbb{C})$ に双有理同値。
一方 genus $\Gamma \geq 1$ これは矛盾」

3頁の記号の下で、各 R_j は $\tilde{X}$ の既約因子。X が $P_2(\mathbb{C})$

の巡回被覆．だから $G_{R_j} = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$．($v_j$)．

よって命題 C より R_j は．$p: \tilde{X} \to \Gamma$ の fibre に属す．

$\Lambda = \{\pi \circ \rho \circ p^{-1}(y) \mid y \in \Gamma\}$ とおくと．命題 E より

Λ は $P_2(\mathbb{C})$ の線型束で条件 イ) ロ) をみたす。

$\pi\circ\rho|_{R_j} : R_j \longrightarrow B_j$ の写像度は 1 だから．

$\pi\circ\rho|_{p^{-1}(y)} : p^{-1}(y) \longrightarrow \pi\circ\rho\circ p^{-1}(y)$ の写像度も 1．

従って群 N は単位群である。

$\hat{X} = P_k \times_{P_2(\mathbb{C})} \tilde{X}$ (fibre 積) とおくと．generic な

$D \in \Lambda_k$ の $\pi\circ\rho$ による逆像は．n 個の $P_1(\mathbb{C})$ の disjoint

和になる。一方 E_i' 上の generic な点の近傍上の $X \times_{P_2(\mathbb{C})} P_k$

の局所座標環は $\mathbb{C}\{x, y, z\}/(z^n - x^{e_i})$ に同型だから

D の $\pi\circ\rho$ による逆像が n 個の disjoint $P_1(\mathbb{C})$ であるためには $n | e_i$ でなければならない。

(ii) イ)〜ハ) をみたす線型束が存在したとする。

Λ_k は底点自由だから．

写像 $\varphi: P_k \to P_1(\mathbb{C})$ が well-defined

条件 ハ) より general な $D \in \Lambda_k$ の $\tilde{X} \times_{P_2(\mathbb{C})} P_k \xrightarrow{\tilde{\pi}} P_k$

による逆像は．n 個の disjoint $P_1(\mathbb{C})$．

$\Gamma = \{D_{i,\lambda} \mid D_{1,\lambda} + \cdots + D_{n,\lambda} \in \tilde{\pi}^{-1}\Lambda_k \quad \lambda \in P_1(\mathbb{C})\}$

とおくと $\Gamma \to P_1(\mathbb{C})$ は n 重被覆で．線型系 $\tilde{\pi}^{-1}\Lambda_k$

が定義する写像 Φ: $\tilde{X} \times_{P_2(\mathbb{C})} P_k \to \Gamma$ の general fibre は非特異 $P_1(\mathbb{C})$ に同形。よって $\tilde{X} \times_{P_2(\mathbb{C})} P_k$ は線織曲面に双有理同値。 $\square$

注) P.4 の条件①②をみたす $\tilde{X}$ について同様の事実が成立。

条件ニ) を次のように定義する。

ニ) 記号 $\varpi: P_k \to P_2(\mathbb{C})$, E_i' 等はハ) と同様とする。

$D \in \Lambda_k$ に対して

$$2n - \sum (m - (n, e_i)) D \cdot E_i' = 0$$ が成りたつ。

このとき (iii) の証明と同様にして、次が証明できる。

" 条件イ)ロ)ニ) をみたす線型束 Λ が存在するような B で分岐するような巡回 n 重被覆の特異点解消は楕円曲面に双有理同値である。"

命題 F.

$B \subset P_2(\mathbb{C})$ で分岐する $P_2(\mathbb{C})$ の 2 重被覆の特異点解消を $\tilde{X}$ とする。このとき

$$H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) \neq 0 \Rightarrow \wedge^2 H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) = 0$$

証明. g を被覆変換群 $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ の生成元とする。

$\eta \in H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}})$, $\eta \neq 0$ とすると

$g^* \eta = \eta$ 又は $g^* \eta = -\eta$.

$g^*\eta = \eta$ とすると η は. $\tilde{X}/\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ 上の1形式を定義するが. $\tilde{X}/\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ は有理曲面と双有理同値だから $\eta \equiv 0$ となる。よって $\eta \not\equiv 0$ なら $g^*\eta = -\eta$.

$\omega_1, \omega_2 \in H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}})$ に対して. $(\omega_1 \not\equiv 0, \omega_2 \not\equiv 0)$

$g^*(\omega_1 \wedge \omega_2) = g^*\omega_1 \wedge g^*\omega_2 = (-\omega_1) \wedge (-\omega_2) = \omega_1 \wedge \omega_2$.

よって $\omega_1 \wedge \omega_2$ は. $\tilde{X}/\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ 上の2形式を定義する。

$\tilde{X}/\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ は有理曲面に双有理同値だから

$\omega_1 \wedge \omega_2 \equiv 0$. □

命題Fと定理の証明を合わせると次の系を得る。

系. (de Franchis)

$\pi : X \to P_2(\mathbb{C})$ をBで分岐する2重被覆.

$\rho : \tilde{X} \to X$ を特異点解消とする。

$H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) \neq 0$ ならば. 線型束 Λ. が存在して.

$\exists D_1, \cdots, D_t \in \Lambda$. s.t. $B \subset D_1 \cup \cdots \cup D_t$.

ここで $t \geq 2 \dim_{\mathbb{C}} H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) + 2$.

記号. $q := \dim_{\mathbb{C}} H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}})$.

例1. $\Lambda = \{1$点を通る直線のなす線型束$\}$ のとき.

${}^\forall D_1, \cdots, D_{nd} \in \Lambda$. $(D_i \neq D_j \ {}^\forall i \neq j)$

$B = D_1 \cup \cdots \cup D_{nd}$ で分岐する $P_2(\mathbb{C})$ の n次巡回被覆 X を

つくると、$\tilde{X}$は、$g=\frac{1}{2}(n-1)(nd-2)$ の線織曲面になる。

例2.

Λが2次曲線のなす線型束のとき、infinitesimal near pointsもこめて、$Bs\Lambda = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ とする.

$\varpi_1 : P_1 \to P_2(\mathbb{C})$ を p_1 中心の blow up、$E_1 = \varpi_1^{-1}(p_1)$

$\varpi_i : P_i \to P_{i-1}$ $(i=2,3,4)$ を p_i 中心の blow up $E_i = \varpi_i^{-1}(p_i)$

とする。Λは次の5通りある。

イ) $p_2 \notin E_1$, $p_3 \in E_2$, $p_4 \in E_3$

ロ) $p_2 \in E_1$ $p_3 \in E_2$, $p_4 \notin E_i$ $(i=1,2,3)$

ハ) $p_2 \in E_1$, $p_3 \notin E_1 \cup E_2$ $p_4 \in E_3$

ニ) $p_2 \in E_1$. $E_1 \cup E_2$, E_3, E_4 は disjoint.

ホ) E_1, E_2, E_3, E_4 は互いに disjoint.

$D_1, \cdots, D_t \in \Lambda$ に対して、$B = D_1 \cup \cdots \cup D_t$ で分岐する n 重巡回被覆Xをつくる。このとき、Hurwitzの方法により

イ) $\Rightarrow$ $g = \dim_{\mathbb{C}} H^0(\tilde{X}, \Omega^1_{\tilde{X}}) = \frac{1}{2}(n-1)(t-2) - \frac{1}{2}(n-(n,3t))$

ロ) $\Rightarrow$ $g = \frac{1}{2}((n,t)-1)(t-2)$

ハ) $\Rightarrow$ $g = \frac{1}{2}(n-1)(t-2) - \frac{1}{2}(n-(n,t))$

ニ) $\Rightarrow$ $g = \frac{1}{2}((n,t)-1)(t-2)$

ホ) $\Rightarrow$ $g = \frac{1}{2}((n,t)-1)(t-2)$

が成立つことがわかる。

このようにて3次曲線，4次曲線．…の線型束についても4頁の条件①②をみたす巡回被覆をいくらでも構成でき，その不正則数 q も計算可能である．

以上．

参考分献．

O. Zariski
"Algebraic Surfaces." 2nd suppl. ed., Ergebnisse 61
Springer-Verlag, Heidelberg (1971)