数理解析研究所講究録
第573巻 1985年 15-34

H. Lewy 現象と再生核

新潟大・教養
田島慎一（Shinichi TAJIMA）

序. 多変数函数論と偏微分方程式論の接点ともいうべき H. Lewy の57年の論文[12]が偏微分方程式論のその後の発展に非常な影響を与えたことは広く知られています。

佐藤先生が $\mathcal{B}/\mathcal{C}$ の理論を創られたとき，その理論の応用として楕円型方程式の解の regularity と共に H. Lewy 方程式の microfunction 解の積分表示を扱っていることからも H. Lewy 方程式が重要視されていたことがうかがえます。その後，SKK あるいは Hörmander，Treves らにより，H. Lewy－溝畑型の方程式系が偏微分方程式系の一般論に於ても重要な位置を占めていることが明らかにされました。

さて，佐藤先生の論文[16]の中では，H. Lewy 方程式を解析する為の積分核が天下り的に導入されており，どの様な方法でその積分核が構成されたのかが明らかではありませ

んが，H. Lewyの方程式が$\mathbb{C}^2$の中の強擬凸境界面上の接Cauchy-Riemann方程式であることから

i) 量子化された接触変換を利用して、δ-函数の平面波分解の公式から導く

ii) 多変数函数論的再生核（Cauchy-Szëgo, Aizenberg, Ramiréz-Henkin等）をmicrolocalに意味付けして使う

のいずれかではないかと思われます。何れにしてもRadon型の積分変換が重要な訳ですが，一般の接Cauchy-Riemann方程式系を扱う為にはii)の方法を一般化することが大切であると考えられるので「多変数函数論的積分変換をmicrolocal analysisの立場から理解し，接CR系のmicrolocal analysisを複素幾何的に行う」ことを目標とします。

注。数学のあゆみ14号（1969）の河合先生のコンファランス印象記によるとMartineauも「多変数函数論の多くの積分公式を統一的にながめ、それの多方面への応用を試みる」ことを目標としていたとのことです。

佐藤先生が$\mathcal{A}/\mathcal{C}$の理論を創られた時も「Fritz-Johnの方

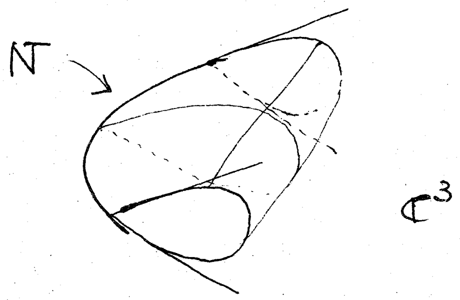
法（δ-函数の平面波分解等）を一般化しようとして正則函数の分解ということから R/C の概念を得た」とのことですが，δ-函数の平面波分解は多変数函数論で Cauchy-Fantappiè 核と呼ばれている積分核を実の世界へ境界値（local cohomology）を取ることによって得られる訳ですから，多変数函数論的積分変換と R/C の理論とは，もともと密接な関係がある訳です（cf. 片岡［11］）。

ここでは，H. Lewy 方程式の microfunction 解の積分表示式も全く同様にして，Cauchy-Fantappiè 核の強擬凸面への境界値（local cohomology）として得られることを示します。この H. Lewy の場合や $\mathbb{C}^n$ の中の $\mathbb{R}^n$ の場合に限らず，より広いクラスの CR 多様体に対しても統一的方法で holomorphic reproducing kernel が構成できることも分かりました。

再生核を構成する前に，再生核の意味，必要性を明らかにしておきたいので，§1 で H. Lewy 現象について説明してから，§2 で柏原先生によるδ-函数の曲面波展開公式の復習をし，§3 で H. Lewy 方程式の場合を扱います。一般化や証明，応用例等については現在準備中の論文を御覧ください。

§1. H. Lewy現象

H. Lewyは1960年の論文[13]の中で$\mathbb{C}^3$内の実4次元部分多様体N上のCR関数(N上の接Cauchy-Riemann方程式を満たす関数のこと)が全て、ある一定の方向からの正則函数の境界値として表現できる例を構成しています。



この様な現象をH. Lewy現象と呼びます。L. Hörmanderの多変数函数論の教科書に書いてある様に、$\mathbb{C}^n$内のLevi flatな超曲面$\mathbb{C}^{n-1}\times\mathbb{R}$の場合はH. Lewy現象は起こりませんが、$\mathbb{C}^n$内の強擬凸超曲面Nに関してはH. Lewy現象が起こります。この現象はNierenberg, Rossi, Polking, Wells, Hunt等多くの人達の興味を引き、特に故Andreottiは72年の論文以来、Nacinovichらと共にこの現象の周辺を研究していたようです。

この節では、genericなCR多様体Nに関してH. Lewy現象を考える際は、microlocalな視点から、この現象を捉えることが最も自然であることと、接CR方程式系のmicrofunction解の構造との関係について述べます。(cf. 柏原−河合[9], 柏原−Schapira[10])

$X=\mathbb{C}^n$ を複素多様体，N^{2n-k} を $\mathrm{codim}_{\mathbb{R}} N = k$ の実解析的実部分多様体で，実数値をとる実解析的函数 $f_1, f_2, \cdots f_k$ に依り局所的に $N=\{f_1(z,\bar{z})=f_2(z,\bar{z})=\cdots=f_k(z,\bar{z})=0\}$ で与えられるものとする。

<u>定義。</u> N が generic な CR 多様体とは
$$\partial f_1 \wedge \partial f_2 \wedge \cdots \wedge \partial f_k \neq 0 \quad \text{on } N$$
をみたすこと。

N が generic な CR 多様体であれば，N 上には接CR方程式系が自然に導入できます[18]。

注。genericでない一般の場合には Harris[5] が示している様に，接CR方程式系は coherent $\mathcal{D}$−Module としては自然には導入できないことがある。

さて，N 上の実解析的な CR 函数を考えると，これらは X 内で N の近傍で定義された正則函数を N に制限することによって得られることが分かります([18].[20])。ところが N 上の CR hyperfunction は，一般には，正則函数の N への制

限としては得られず，それらのいくつかの方向からの境界値の和（local cohomology）としてしか実現できません。

しかしCR多様体 N が特別な場合には (a) N 上のCR hyperfunctionが全て N 上実解析的になり，従って N の近傍で定義された正則函数を N に制限したものと一致することもあります。又，H. Lewyが示した様に (b) N 上の全てのCR hyperfunctionがある一定の方向からの正則函数の境界値として表現できる場合もあるわけです。

CR hyperfunctionがこの様な簡単な表現（extrinsicに）を持つ為のobstructionを考えると自然にCR microfunctionの層を考えることになり，得られた結果を*derived category*の言葉で表わせば，次の図式を得ます。

<u>定理</u>[19]。

$\mathcal{O}_X$: X 上の正則函数の作る層

$\mathcal{A}_N$: N 上の実解析的函数の作る層

$\mathcal{B}_N$: N 上のhyperfunctionの作る層

$\mathcal{C}_N$: N 上のmicrofunctionの作る層

Y : 実多様体 N を複素化して得られる複素多様体

$\mathcal{D}_Y$: Y 上の偏微分作用素の作る環の層

$\mathcal{E}_Y$: microdiff. op の作る環の層

π : $S^*_N X \longrightarrow N$ なる射影

$\pi_{N|X}$: $(X-N)\sqcup S^*_N X \longrightarrow X$ なる射影

$\bar\partial_b$: N 上の接CR方程式系を $\mathcal{D}_Y$-Module と見做したもの。

このとき次が成立する。

$$
\begin{tikzcd}
 & \mathcal{O}_X|_N \arrow[dl, dashed] \arrow[dd, equal] & \\
\mathbb{R}\Gamma_N(\mathcal{O}_X)[k] \arrow[rr] \arrow[dd, equal] & & \pi_* \mathbb{R}\Gamma_{S^*_N X}(\pi^{-1}_{N|X}\mathcal{O}_X)^a[k] \arrow[ul, "+1"'] \arrow[dd, equal] \\
 & \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\bar\partial_b, \mathcal{A}_N) \arrow[dl] & \\
\mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\bar\partial_b, \mathcal{B}_N) \arrow[rr] & & \pi_* \mathbb{R}\mathcal{H}om_{\mathcal{E}_Y}(\bar\partial_b, \mathcal{C}_N) \arrow[ul, "+1"']
\end{tikzcd}
$$

注。方程式系 $\bar\partial_b$ の実の特性多様体は $S^*_N X$ と一致する。

この図式からわかる様に，上記の (a) は $\mathcal{H}om_{\mathcal{E}_Y}(\bar\partial_b, \mathcal{C}_N) = 0$ が $S^*_N X$ 上成立することと全く同値です。次に (b) の場合すなわち H. Lewy 現象が起こる条件を考えてみます。SKK の Chap I の議論を思いだせば，

定理[19]。

$V=\overline{\{p\in S_N^*X \mid \mathcal{H}om_{\mathcal{E}_Y}(\bar{\partial}_b, \mathcal{C}_N)_p\neq 0\}}$ と置き，

V° を対応する S_NX の双対錐とする。

V の fiber ごとの凸包が proper（antipodal な点を含まない）ならば

$\Longrightarrow$

$j: X\setminus N\longrightarrow X$ 及び

$\tilde{j}: X\setminus N\longrightarrow (X\setminus N)\sqcup S_NX$ を自然な写像

とするとき

$$\Gamma(V^\circ, \tilde{j}_*j^{-1}\mathcal{O}_X|_{S_NX}) = \Gamma(\pi(V^\circ), \mathcal{H}om_{\mathcal{D}_Y}(\bar{\partial}_b, \mathcal{B}_N))$$

が成立する。

すなわち，N上のCR hyperfunction は全て，V° に対応する無限小楔型領域で正則な函数のNへの境界値として実現できる。

注。この場合，雑にいえば，他の方向からの正則函数の境界値はNを越えて解析接続できてしまうわけです。

従って，H. Lewy 現象は，$\mathcal{H}om_{\mathcal{E}_Y}(\bar{\partial}_b, \mathcal{C}_N)_p = 0$ となる $p \in S^*_N X$ を求める問題，いいかえれば解析接続の問題に帰着されてしまう分けです。

注。$p \in S^*_N X$ における microlocal な Levi form が少くとも一つの負の固有値を持つと $\mathcal{H}om_{\mathcal{E}_Y}(\bar{\partial}_b, \mathcal{C}_N)_p = 0$ となることが知られている。

例えば，CR多様体 N が実解析的擬凸超曲面の場合には，N が複素 $n-1$ 次元の variety を含んでいれば，そこでは明らかに H. Lewy 現象は起こりませんが，逆に，N が複素 $n-1$ 次元の variety を含まなければ必ず H. Lewy 現象が起こることが Bedford–Fornaess [3] に依り示されています。

さて，(H. Lewy 現象が起こる) CR 多様体 N に対しては次の様な基本的問題が考えられます。

<u>問題。</u> N 上の CR hyperfunction (あるいは CR microfunction) が与えられたとき，それを境界値にもつ正則函数を積分表示すること。

注。N が totally real な場合，すなわち $\mathbb{C}^n$ 内の $\mathbb{R}^n$ の場合

には §2 で述べる様に積分核は既に構成されている。より広いクラスの CR 多様体に対しても再生核を構成せよという問題である。

再生核が具体的にわかれば，再生核自体を解析することにより CR microfunction の構造をより深く理解することも可能になる訳ですから，これは自然な問題であると思われます。

種々の再生核を比較する為には，再生核の一般論を用意した方が良いと思われますが，ここでは具体的な再生核を構成する事を目的とします。

注．再生核の定義域として種々のものがありうると思われるが，定義域がなるべく広いもの（たとえば N 上の microfunction で compact support を持つもの）を考えたい。

§2． δ-函数の曲面波分解

Hyperfunction の理論における再生核としては，柏原先生による δ-函数の曲面波分解の公式が重要である。まず，金子先生の著書「超函数入門」から基本的結果を引用する。

$(z,\zeta)\in\mathbb{C}^n\times\mathbb{C}^n$ に対して

$$W(z,\zeta)=\frac{(n-1)!}{(-2\pi i)^n}\frac{(1-iz\zeta/\sqrt{\zeta^2})^{n-1}-(1-iz\zeta/\sqrt{\zeta^2})^{n-2}(z^2-(z\zeta)^2/\sqrt{\zeta^2})}{\{z\zeta+i(z^2\sqrt{\zeta^2}-(z\zeta)^2/\sqrt{\zeta^2})\}^n}$$

と置く。更に

$$\Phi(z,\zeta)=z\zeta+i(z^2\sqrt{\zeta^2}-(z\zeta)^2/\sqrt{\zeta^2})$$

$$\Phi_j(z,\zeta)=\zeta_j+i(z_j\sqrt{\zeta^2}-\zeta_j(z\zeta)/\sqrt{\zeta^2})\quad j=1,2,\cdots,n$$

$$\Phi(z,\zeta)=(\Phi_1,\Phi_2,\cdots,\Phi_n)$$

$$J(z,\zeta)=\det\left(\frac{\partial\Phi_j}{\partial\zeta_k}\right)$$

とおけば

$$\Phi(z,\zeta)=\langle z,\Phi(z,\zeta)\rangle$$ であり

$$W(z,\zeta)=\frac{(n-1)!}{(-2\pi i)^n}\frac{J}{\Phi(z,\zeta)^n}$$

となる。

今 $z=x+iy$, $\zeta=\xi+i\eta$ とし, Γを開凸錐, Γ° をその双対錐とする。このとき

補題　$\zeta=\xi\in\mathbb{R}^n\setminus\{0\}$ を固定したとき、$W(z,\xi)$ は z の函数として

(イ) 半空間 $\{y\xi>0\}$ の開きをもつ無限小楔

$$\mathbb{R}^n+i\{y\xi>(y^2|\xi|-(y\xi)^2/|\xi|)\}$$ で正則。

(ロ) $\mathbb{R}^n\setminus\{0\}$ の複素近傍

$$|y\xi|+(y^2|\xi|-(y\xi)^2/|\xi|)<\frac{1}{4}\{|x\xi|+2(x^2|\xi|-(x\xi)^2/|\xi|)\}$$

まで解析接続できる。

更に ξ が Γ° の内部 $\mathrm{Int}(\Gamma^\circ)$ を動くとき

(ハ) $2n$ 次元の開凸錐 $\Delta\subset\mathbb{R}^n_y\times\mathbb{R}^n_\eta$ で、

$\Delta\cap\{\eta=0\}\supset\Gamma$ なるものが存在し、$W(z,\zeta)$ は無限小楔 $\mathbb{R}^n\times\mathrm{Int}(\Gamma^\circ)+i\Delta 0$ で (z,ζ) について正則

(ニ) $W(z,\zeta)$ は $(\mathbb{R}^n\setminus\{0\})\times\mathrm{Int}(\Gamma^\circ)$ の近傍まで解析接続できる。

注．この補題から、ξ を固定したとき $W(z,\xi)$ の境界値の定める hyperfunction の特異台は一点のみから成ることがわかる。

<u>命題</u>（片側） $D\subset\mathbb{R}^n$ を区分的に滑らかな境界をもつ有界閉領域とし，$f(x)=F(x+i\Gamma 0)$ を D の近傍で定義された単項表示を持つ超函数とする。任意のコンパクト集合 $K\subset\mathrm{Int}(D)$ に対し，$a\in\Gamma$ を原点に十分近く選べば

$$F(z,\zeta)=\int_{D+i\{a\}} F(w)\,W(z-w,\zeta)\,dw$$

は $\eta=0$, $\xi\neq 0$, $z\in K+i\{y\xi>y^2|\xi|-(y\xi)^2/|\xi|\}$ の近傍において z,ζ の正則函数となり，$\xi\notin\Gamma^\circ$ なる ξ に対しては z につき K の近傍まで正則に延長される。従って $\Delta\Subset\Gamma$ を任意の固有部分錐とするとき，

$$F(z,\Delta^\circ)=\int_{\Delta^\circ\cap S^{n-1}} F(z,\xi)\,d\xi \quad\in\quad \mathcal{O}(K+i\Delta 0)$$

とおけば $\mathcal{O}(K+i\Delta 0)$ の元 $F(z)\big|_{K+i\Delta 0}-F(z,\Delta^\circ)$ は K の近傍に実軸まで解析接続できる。

つまり，超函数の境界値表示の成分が，実解析函数の不定性を除けば，本質的には Radon 分解により与えられることを意味している。

より一般の形は SKK に述べられているが、境界値が自然に定義できる本質的条件は、分母の函数が、以下にのべる positive type であることにある。

<u>定義</u>　$\mathbb{R}^n$ 上の複素数値実解析的函数 $f(x)$ が positive type とは、$\mathrm{Re}\, f(x)=0$ ならば $\mathrm{Im}\, f(x)\geqq 0$ を満たすこと。

いずれにしても、境界値をとれば

$$\delta(x-x')=\frac{(n-1)!}{(-2\pi i)^n}\int\frac{J(x-x',\xi)}{(\Phi(x-x',\xi)+i0)^n}\,\omega(\xi)$$

が成立する。ここで x を適当な複素領域で考えれば（積分する場所に応じて）先の命題が主張するように、X について正則な再生核が得られる。

次の節では、holomorphic reproducing kernel がより広いクラスの CR 多様体に対しても、同様の方法で構成できることを、H. Lewy の例を通して示したい。

§3　H. Lewy 方程式と再生核

多変数函数論の多くの積分核が Cauchy－Fantappiè 核から得られる様に，H. Lewy 方程式の microfunction 解を表示する積分核も Cauchy－Fantappiè 核から導かれることをまず示す。

H. Lewy の方程式は強擬凸領域 $\Omega=\{(z_1, z_2)\in\mathbb{C}^2 \mid \rho = x_2 + x_1^2 + y_1^2 < 0\}$ の境界面上の接 Cauchy－Riemann 方程式に他ならないが，Ω は幾何的に convex なので（有界ではないが），再生核としては Aizenberg の再生核を出発点として考えよう。

命題（Aizenberg [1]）　滑らかな境界を持つ有界な凸集合 Ω が $\Omega=\{\rho<0\}\subset\mathbb{C}^2$，但し $\partial\Omega$ 上 $d\rho\neq 0$ で与えられているとき

$$f(z_1, z_2)=\frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{\partial\Omega} f(z_1', z_2')\frac{\left(\begin{vmatrix}\rho_{z_1'} & \rho_{z_2'}\\ \rho_{z_1'\bar z_1'} & \rho_{z_2'\bar z_1'}\end{vmatrix}d\bar z_1' + \begin{vmatrix}\rho_{z_1'} & \rho_{z_2'}\\ \rho_{z_1'\bar z_2'} & \rho_{z_2'\bar z_2'}\end{vmatrix}d\bar z_2'\right)\wedge dz_1'\wedge dz_2'}{\{\rho_{z_1'}(z_1'-z_1)+\rho_{z_2'}(z_2'-z_2)\}^2}$$

が成立する。

今の場合、Aizenbergの与えた積分は

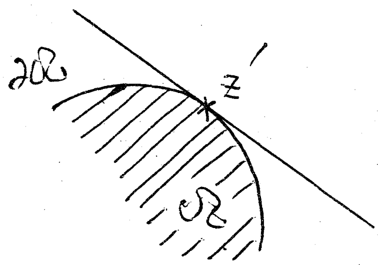
$$f(z_1, z_2) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\partial\Omega} f(z_1', z_2') \frac{-\frac{1}{2} d\bar{z}_1' \wedge dz_1' \wedge dz_2'}{\left\{ \frac{1}{2}(z_2' - z_2) + (z_1' - z_1)\bar{z}_1' \right\}^2}$$

となるが、これは佐藤が[16]で与えたものと一致している。

さて、このAizenbergの公式の分母の関数に注目し、

$$F(z, z') = 2\frac{\partial f}{\partial z_1'}(z')(z_1' - z_1) + 2\frac{\partial f}{\partial z_2'}(z')(z_2' - z_2)$$

とおく。



z'を固定して考えれば、

$F(z, z') = 0$ は

$\partial\Omega$にz'で接する直線の

方程式である。

従って、$z' \in \partial\Omega$, $z \in \Omega$ に対して $F(z, z') \neq 0$ が成立する（Lerayの条件）が、更にTaylor展開

$$f(z) = f(z') - \mathrm{Re}\, F(z, z') + 2次以上の項$$

を考えれば、$z' \in \partial\Omega$, $z \in \Omega$ に対して $\mathrm{Re}\, F(z, z') > 0$ も成りたつことがわかる。

すなわち，$\tilde{\Sigma}$ は positive type になることに注意しよう。一般化して

<u>定理</u>　実解析的境界 $\partial\Omega = N = \{z \in \mathbb{C}^n \mid \rho < 0\}$ をもつ強擬凸領域 Ω に対しても局所的に積分核 $K(z, z')$ で次の条件(a), (b) を満たすものが構成できる。

(a)　$z' \in N$ を固定したとき K は $z \in \Omega$ について正則で K の $\partial\Omega$ への境界値はその特異台を $(z', \partial\rho(z'))$ にのみ持つ。

(b)　$f(z')$ を N_+ 上の microfunction とするとき $\int_{\partial\Omega} K(z, z') f(z')$ の $\partial\Omega$ への境界値は N_+ 上の CR-microfunction であり $f(z')$ が CR-microfunction の場合，それは $f(z')$ 自身と一致する。

証明の方針。

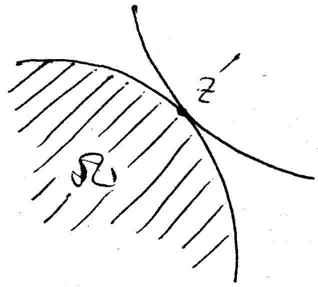
Ramirez [15]，Henkin [6] と同様に Levi 多項式

$$L_\rho(z, z') = 2\sum (z_j' - z_j)\frac{\partial\rho}{\partial z_j'}(z') - \sum (z_j' - z_j)(z_k' - z_k)\frac{\partial^2\rho}{\partial z_j' \partial z_k'}$$

を考える。

$(z, z') \in (\bar{\Omega} \times \partial\Omega \setminus \Delta)$ のとき（局所的には）

$\operatorname{Re} L_\rho(z, z') > 0$ が成立する。



今 P_j を次で定める。

$$P_j(z, z') = 2\frac{\partial \rho}{\partial z_j'}(z') - \sum_k \frac{\partial^2 \rho}{\partial z_j' \partial z_k'}(z')(z_k' - z_k)$$

すると

$$L_\rho(z, z') = \sum_j P_j(z, z')(z_j' - z_j)$$

となるから Cauchy－Fantappiè－Koppelman の式に代入して，再生核が構成できる。

注。この構成法と δ-函数の曲面波分解の方法とは micro local には本質的に同じである。

この方法だと，SKK の実領域の標準形の理論とは独立に，接 CR 方程式系の microlocal analysis が出来るという利点がある。又，Levi-form が退化した擬凸境界面上の接 CR 方程式系の研究，や，余次元が高い CR 多様体に対する再生核の構成も（cf. Henkin [7]）可能になる。

文献

1. L.A. Aizenberg Integral representations of holomorphic functions of several complex variables, Dokl. Acad. Nauk. SSSR. 155 (1964), pp. 9 - 12
2. A. Andreotti and C.D. Hill E.E. Levi convexity and the H. Lewy problem I, II, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 26 (1972) pp. 323 - 363, pp. 747 - 806
3. E. Bedford and J.E. Fornaess Local extension of CR functions from weakly pseudoconvex boundaries, Michigan Math. J., 25 (1978), pp. 259 - 262
4. P.C. Greiner, J.J. Kohn and E.M. Stein Necessary and sufficient conditions for solvability of the Lewy equation, Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 72 (1975), pp. 3287 - 3289
5. G.A. Harris Function theory and geometry of real submanifolds of C^n near a CR singularity, Proc. Symp. Pure Math. 41 (1984), pp. 95 - 115
6. G.M. Henkin Integral representations of functions holomorphic in strictry pseudoconvex domains and some applications, Math. USSR. Sb. 7 (1969), pp. 597 - 616
7. ―――――― Analytic representation for CR-functions on submanifolds of codimension 2 in C^n, Lecture Notes in Math. 798 (1980), pp. 169 - 191
8. 金子晃 超函数入門 (1980)
9. 柏原正樹－河合隆裕 楕円型境界値問題の理論とその応用. 数理解析研究所講究録 238 (1975), pp. 1 - 59
10. M. Kashiwara and P. Schapira Application of the microlocal theory of sheaves to the study of $_X$, to appear
11. K. Kataoka On the theory of Radon transformations of hyperfunctions, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, 28 (1981), pp.331 - 413
12. H. Lewy An example of a smooth linear partial differential equations without solutions, Annales of Math. 66 (1957), pp. 155 - 158
13. ―――― On hulls of holomorphy, Comm. in Pure and Appl. Math., 13 (1960), pp. 587 - 591

14. M. Nacinovich Sulla risolubilita di sistemi de equazioni differenziali, Boll. UMI. Analisi Funzionale e Appl. 1 (1981), pp. 107 - 135
15. E. Ramiréz de Arellano Ein Divisionproblem und Randintegral darstellungen in der komplexen Analysis, Math. Ann., 184 (1970), pp. 172 - 187
16. M. Sato Regularity of hyperfunction solutions of partial differential equations, Actes Congrès Intern. Math.(1970), pp. 785 - 794
17. SKK Microfunctions and pseudodifferential equations, Lecture Notes in Math. 287 (1973), pp. 265 - 529
18. S. Tajima Analyse microlocale sur les variétés de Cauchy-Riemann et problème du prolongement des solutions holomorphes des équations aux dérivées partielles, Publ. RIMS. 18 (1982), pp. 911 - 945
19. ________ Analyse microlocale sur les variétés de Cauchy-Riemann et problème de Lewy pour les solutions hyperfonction, à paraitre
20. G. Tomassini Tracce delle funzioni olomorfe sulle sottovarietà analitiche reali d'una varietà complessa, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, 20 (1966), pp. 31 - 43