

リング型ネットワークにおける  
ハイブリッド・プロトコル・モデル  
の性能評価

時本 博昭

松本 豊

滝根 哲也

高橋 豊

長谷川 利治

京都大学 工学部 数理工学科



。とをッ式Dグ受トとビ。信をに場を空て、ト、とれ能たンけ  
 の上ケ方Cノのック信る。送ス信。た端がけしッちド切可いク付  
 す。この線BADノリ局ネー受す、ン送。し終ト続もビ待一途が用一位  
 明。回C/Aを自にワと断てセがす知のッにでくモが信をト順  
 説。する。局C/M同時ト判し。局返検トビ端こ続ま。局送ン、の  
 以下。異なる。M/Cケ同一ネビ功判リつ線トケ続の。即終ク保ト一即る  
 以。ン異ばSをバと、型信成とチャ1をッパにトす、のト一即る  
 をセがらC況てるきス送信たキる法ケるれッ出るとトケッケ。るに  
 ル。線動いちのお始の性局は送ッりあ方バいこケりいッをケバトれ態。コ  
 ト。回御な即こに開こ向信れ起とはこ局れかの前上流なのてなり考いてたC  
 口。は制い。ドを。方送けが態でが他流、前上流なのてなり考いてたC  
 プ。局ててする。一信る。トな突状ド局に、し、ゲてたこい突ブととっのノ  
 の有。つれ出れモ送すがッが衝フーの際り認合ンけ新。お衝ン御グ移作Aク  
 式保よ流りさの、断一ケい、オモてた入確場リ続、すに、イ制ンは動M一  
 方トにが送信こは切ジバ違ばクの全しにをたをは返ドリ、グリ権御Sト切事  
 グ。ッ状態に送。局を口。れッこ、ス状態端しトト合り一限はン、送制C、途  
 ンケ状ッ上はぶす端ボ)。比較があバ。でン状終認ット場繰モるれリは、伝  
 リ。パのケグト呼出信トb較があバ。でン状終認ット場繰モるれリは、伝  
 ・。線パンッとり送。図比いしめるを待ことババな作こ在。ンドで、様は  
 ン。ず。回のリケド送とク(を連止始線、。るのの動。存るク一モよ上  
 ヨ。ま。局をバドに端一なるトし中た功回。合待で自他が上呼ずでト・に  
 シ。き。他トでモ上信ワなるトし中た功回。合待で自他が上呼ずでト・に

### 3. モデル

解析を行う上で、プロトコルに従って以下の様にモデル化する。

- 1) ネットワーク上で等間隔には、N人の利用者がバッファを1の端末で送受信する。CSMA/CDモードでは、送信待ち状態の一方、保留状態の分布は隣接した端末から出る。トランク・モードにおいて、パケットを送り出した端末に他局のパケットは終了し、再びCSMA/CDモードに入る。
- 2) CSMA/CDモードでは、送信待ち状態の一方、保留状態の分布は隣接した端末から出る。トランク・モードにおいて、パケットを送り出した端末に他局のパケットは終了し、再びCSMA/CDモードに入る。
- 3) 隣接した端末間の伝播遅延をD(=一定)、パケットの伝送時間を $\alpha$ (=一定)とする。D(=一定)、パケットの伝送時間を $\alpha$ (=一定)とする。
- 4) CSMA/CDモードで送信成功したパケットの終了点をトランク・モードの始まりとする。
- 5) トランク・モードにおいて、パケットを送り出した端末に他局のパケットは終了し、再びCSMA/CDモードに入る。
- 6) 各端末は、送信に成功した最後のパケット通過後ND時間回線上に送信がなければ、CSMA/CDモードに入る。

### 4. 解析

#### 4. 1. CSMA/CDモード

このモードでは、ある端末がパケットを送り出した時点を隠れマルコフ点とする。各隠れマルコフ点

においてその直前にパケットを送信した端末を1とし、パケット伝送方向に順に2, 3, ..., Nと各端末に番号を割り当て、システムの状態を  $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$  で記述する。

但し

$$X_n = \begin{cases} 1 : \text{端末 } n \text{ がパケットを保有している。} \\ 0 : \text{端末 } n \text{ がパケットを保有していない。} \end{cases} \quad (1 \leq n \leq N)$$

パケットの送信が成功する場合の遷移確率  $p_{XY}^S$  を求める。ある隠れマルコフ点から各端末が、回線が空きであると検知するまでの遷移確率を  $p_{XZ}^1$  とすると、

$$p_{XZ}^1 = [Z_1 + \exp(-\lambda ND) - 2Z_1 \exp(-\lambda ND)]^{1-X_1} \cdot \prod_{n=2}^N [Z_n + \exp(-\lambda(n-1)D) - 2Z_n \exp(-\lambda(n-1)D)]^{1-X_n} \cdot \prod_{n=1}^N Z_n^{X_n} \quad (4.1)$$

上式で、 $Z_n$  は端末  $n$  の隠れマルコフ点から  $(n-1)D$  後の状態、但し、 $Z_1$  は端末 1 の隠れマルコフ点から  $ND$  時間後の状態を示す。

次に、状態  $Z$  のときに端末  $k$  が回線の空きを検知後  $t$  に送信するという条件のもとで、送信が成功する確率を  $p_{Z}(k|t)$  とすると、これは次式で与えられる。

$$p_{Z}(1|t) = \prod_{n=2}^N \exp[-a_n(t+ND)] \quad (4.2)$$

$$p_{Z}(k|t) = \exp(-a_1 t) \prod_{n=2}^{k-1} \exp(-a_n(t+ND)) \prod_{n=k-1}^N \exp(-a_n t) \quad (2 \leq k \leq N)$$

但し、

$$\begin{aligned} a_n &= a_n(X_n) \\ &= \lambda(1-X_n) + rX_n \end{aligned}$$

さらに端末  $k$  が送信したときに送信時間  $\alpha$  の間に状態が  $Z$  から  $Y$  に遷移する確率を  $p_{ZY}(k, \alpha)$  と表すと、

$$\begin{aligned} p_{ZY}(k, \alpha) &= (1-Y_1)^{N-k+1} \prod_{n=2}^{N-k+1} [Y_n + \exp(-\lambda\alpha_n) - 2Y_n \exp(-\lambda\alpha_n)]^{1-Z_{n+k-1}} \\ &\quad \prod_{n=N-k+2}^N [Y_n + \exp(-\lambda\alpha_n) - 2Y_n \exp(-\lambda\alpha_n)]^{1-Z_{n-N+k-1}} \\ &= \prod_{n=2}^{N-k+1} Y_n^{Z_{n+k-1}} \prod_{n=N-k+2}^N Y_n^{Z_{n-N+k-1}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

但し、

$$\alpha_n = \alpha - (n-1)D$$

となる。(4.2)と(4.3)から、端末  $k$  が状態  $Z$  で回線の空きを知ってから時間  $t$  後に最初にパケットを送信し、成功して送信後状態  $Y$  に遷移する確率  $p_{ZY}^S(k|t)$  は、

$$p_{ZY}^S(k|t) = p_Z(k|t) p_{ZY}(k, \alpha) \quad (4.4)$$

で与えられる。時間に関する条件をはずすと端末  $k$  が状態  $Z$  で回線の空きを知ってから最初にパケットを送信成功し、送信後状態  $Y$  に遷移する確率  $p_{ZY}^S(k)$  は、

$$p_{ZY}^S(k) = \int_0^\infty p_{ZY}^S(k|t) a_k \exp(-a_k t) dt$$

$$= \begin{cases} \frac{p_{ZY}(1, \alpha) a_1}{\sum_{n=1}^N a_n} \exp(-ND \sum_{n=2}^N a_n) & (k=1) \\ \frac{p_{ZY}(k, \alpha) a_k}{\sum_{n=1}^N a_n} \exp(-ND \sum_{n=2}^{k-1} a_n) & (2 \leq k \leq N) \end{cases}$$

従って各端末が回線が空きであると検知したときの状態 Z から、送信成功パケットの終端が端末から出た時点での状態 Y への遷移確率を  $p_{ZY}^2$  とすると、

$$p_{ZY}^2 = \sum_{k=1}^N p_{ZY}^s(k)$$

となる。

パケットの送信が成功する場合の遷移確率は次式で求まる。

$$p_{XY}^s = \sum_Z p_{XZ}^1 p_{ZY}^2$$

次に送信に失敗する場合の遷移確率  $P_{XY}^f$  を求める。送信が失敗するときは、端末 k が送信開始し、時間 ND 後次の隠れマルコフ点になる。

直前の隠れマルコフ点において状態 X であったときに端末 k が回線の空きを検知後 t で送信開始し、その時点でシステムが状態 Z である確率  $p_{XZ}^{f1}(k, t)$  は、次式で与えられる。ここで m は、端末が m 局まで回線の空きを検知していることを表している。

$k \geq 2$  のとき

$$i) (m-k)D \leq t \leq (m-k+1)D \quad (m=k, \dots, N)$$

$$p_{XZ}^{f1}(k, t) = z_1^{X_1} \{z_1 + (1-2z_1) \exp[-\lambda((k-1)D+t)]\}^{1-X_1}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{(1-z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)]\}$$

$$+ z_n [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((k-n)D+t)]\}^{1-X_n}$$

$$\prod_{n=m+1}^N \{z_n + (1-2z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)]\}^{1-X_n}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{z_n \exp[-\gamma((k-n)D+t)]\}^{X_n} z_k \prod_{n=m+1}^N z_n^{X_n}$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \exp[-(C_{km} + a_i)t]$$

ii)  $t \geq (N-k+1)D$

$$\begin{aligned}
 \underline{P}_{XZ}^{fl}(k, t) &= z_1^{X_1} \{ (1-z_1) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \\
 &\quad + z_1 [1 - \exp(-\lambda ND)] \exp[-\gamma((k-N-1)D+t)] \}^{1-X_1} \\
 &\quad \prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ (1-z_n) \exp[-\lambda((k-1)D+t)] \\
 &\quad + z_n [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((k-n)D+t)] \}^{1-X_n} \\
 &\quad z_k \prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N z_n^{X_n} \exp[-\gamma X_n((k-n)D+t)] \\
 &= A_k B_{kN} \exp(-C_{kN} t)
 \end{aligned}$$

$k=1$  のとき

$$\begin{aligned}
 \underline{P}_{XZ}^{fl}(1, t) &= \prod_{n=2}^N \{ (1-z_n) \exp[-\lambda(ND+t)] \\
 &\quad + z_n [1 - \exp(-\lambda(n-1)D)] \exp[-\gamma((N-n+1)D+t)] \}^{1-X_n} \\
 &\quad z_1 \prod_{n=2}^N z_n^{X_n} \exp[-\gamma X_n((N-n+1)D+t)] \\
 &= A_1 B_{1N} \exp(-C_{1N} t)
 \end{aligned}$$

但し

$$A_k = A_k(\underline{X}, \underline{Z})$$

$$= \begin{cases} z_1 \prod_{n=2}^N z_n^{X_n} & (k=1) \\ z_k \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N z_n^{X_n} & (2 \leq k \leq N) \end{cases}$$



$$B_{km} = B_{km}(\underline{X}, \underline{Z}) \quad (m=k, \dots, N; 2 \leq k \leq N)$$

$$= \prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m \{ \exp[-\gamma X_n (k-n)D] [(Z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) + (1 - Z_n)) \\ \exp(-(1 - Z_n)\lambda(k-1)D - Z_n \gamma(k-n)D)]^{1 - X_n} \}$$

$$B_{kN} = B_{kN}(\underline{X}, \underline{Z})$$

$$= \{ (1 - Z_1) \exp(-\lambda(k-1)D) + Z_1 (1 - \exp(-\lambda ND)) \exp(-\gamma(k-N-1)D) \}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ [(1 - Z_n) \exp(-\lambda(k-1)D) + Z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) \exp(-\gamma(k-n)D)]^{1 - X_n} \\ \exp[-\gamma X_n (k-n)D] \}$$

$$B_{1N} = B_{1N}(\underline{X}, \underline{Z})$$

$$= \prod_{n=2}^N \{ [(1 - Z_n) \exp(-\lambda ND) + Z_n (1 - \exp(-\lambda(n-1)D)) \exp(-\gamma(N-n+1)D)]^{1 - X_n} \\ \exp[-\gamma X_n (N-n+1)D] \}$$

$$C_{km} = C_{km}(\underline{X}, \underline{Z}) = \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^m [(1 - X_n) ((1 - Z_n)\lambda + Z_n \gamma) + X_n \gamma]$$

$$C_{1N} = \sum_{n=2}^N [(1 - X_n) ((1 - Z_n)\lambda + Z_n \gamma) + X_n \gamma]$$

$$C_{kN} = \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N [(1 - X_n) ((1 - Z_n)\lambda + Z_n \gamma) + X_n \gamma]$$

$$= \{ (1 - Z_1) \exp[-\lambda t] + Z_1 \exp[-\gamma t] \}$$

$$\prod_{\substack{n=2 \\ n \neq k}}^N \{ [(1 - Z_n) \exp[-\lambda t] + Z_n \exp[-\gamma t]]^{1 - X_n} \exp[-\gamma X_n t] \}$$

また、 $\theta_i(m, k)$  は次の式を満たす。

$$(u_1 + v_1 \exp(-\lambda t)) \prod_{n=m+1}^N \{u_n + v_n \exp(-\lambda t)\} = \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m, k) \exp(-a_i t)$$

ここで、

$$u_n = u_n(X_n, Z_n) = X_n + (1 - X_n) Z_n$$

$$v_n = v_n(k, X_n, Z_n)$$

$$= (1 - X_n) (1 - 2Z_n) \exp(-\lambda(k-1)D)$$

とする。

更に、時間に関する条件を積分によってはずすと

$$\begin{aligned} P_{XZ}^{f1}(k) &= \sum_{m=k}^N \int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [X_k + (1 - X_k) (1 - e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} \\ &\quad + (1 - X_k) e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt \\ &\quad + \int_{(N-k+1)D}^{\infty} P_{XZ}^{f1}(k, t) \{ [X_k + (1 - X_k) (1 - e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} \\ &\quad + (1 - X_k) e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \} dt \quad (k \neq 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{XZ}^{f1}(1) &= \int_0^{\infty} P_{XZ}^{f1}(1, t) \{ [X_1 + (1 - X_1) (1 - e^{-\lambda ND})] \gamma e^{-\gamma t} \\ &\quad + (1 - X_1) e^{-\lambda ND} \lambda e^{-\lambda t} \} dt \end{aligned}$$

$$\int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} \frac{P_{XZ}^{fl}(k,t) \{ [X_k + (1-X_k) (1-e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} + (1-X_k) e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \}}{(m-k)D} dt$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m,k) \int_{(m-k)D}^{(m-k+1)D} \exp[-(C_{km} + a_i)t] [\omega_1(k) e^{-\gamma t} + \omega_2(k) e^{-\lambda t}] dt$$

$$= A_k B_{km} \sum_{i=0}^{N-m+1} \theta_i(m,k) \left\{ \frac{\omega_1(k)}{C_{km} + a_i + \gamma} \exp[-(C_{km} + a_i + \gamma)(m-k)D] [1 - \exp(-(C_{km} + a_i + \gamma)D)] \right.$$

$$\left. + \frac{\omega_2(k)}{C_{km} + a_i + \lambda} \exp[-(C_{km} + a_i + \lambda)(m-k)D] [1 - \exp(-(C_{km} + a_i + \lambda)D)] \right\}$$

$$\omega_1(k) = \gamma [X_k + (1-X_k) (1 - e^{-\lambda(k-1)D})]$$

$$\omega_2(k) = \lambda (1-X_k) e^{-\lambda(k-1)D}$$

$$\int_{(N-k+1)D}^{\infty} \frac{P_{XZ}^{fl}(k,t) \{ [X_k + (1-X_k) (1 - e^{-\lambda(k-1)D})] \gamma e^{-\gamma t} + (1-X_k) e^{-\lambda(k-1)D} \lambda e^{-\lambda t} \}}{(N-k+1)D} dt$$

$$= A_k B_{kN} \int_{(N-k+1)D}^{\infty} e^{-C_{kN}t} (\omega_3(k) e^{-\gamma t} + \omega_4(k) e^{-\lambda t}) dt$$

$$= A_k B_{kN} \left\{ \frac{\omega_3(k)}{C_{kN} + \gamma} e^{-(C_{kN} + \gamma)(N-k+1)D} + \frac{\omega_4(k)}{C_{kN} + \lambda} e^{-(C_{kN} + \lambda)(N-k+1)D} \right\}$$

$$\omega_3(k) = \gamma [X_k + (1-X_k) (1 - e^{-\lambda(k-1)D})]$$

$$\omega_4(k) = \lambda (1-X_k) e^{-\lambda(k-1)D}$$

さらに送信失敗のときパケットを回収し終わるまでに  $3ND$  時間かかる。この間の状態遷移確率は、送信結果に拘らず次式で与えられる。

$$T_{ZY}(k) = f_{ZY}(k) \prod_{n=2}^{N-k+1} [Y_n + \exp(-3\lambda ND) - 2Y_n \exp(-3\lambda ND)]^{1-Z_{n+k-1}}$$

$$\prod_{n=N-k+2}^N [Y_n + \exp(-3\lambda ND) - 2Y_n \exp(-3\lambda ND)]^{1-Z_{n-N+k-1}}$$

$$f_{ZY}(k) = Y_1 \prod_{n=2}^{N-k+1} [(1-Z_{n+k-1})(1-Y_n) + Y_n] \prod_{n=N-k+2}^N [(1-Z_{n-N+k-1})(1-Y_n) + Y_n]$$

従って、ある隠れマルコフ点で状態が  $X$  であったときに最初の送信開始後  $3ND$  の時点で状態が  $Y$  である確率  $p_{XY}^a$  は、

$$p_{XY}^a = \sum_{k=1}^N \sum_Z p_{XZ}^{f1}(k) T_{ZY}(k)$$

となる一方このとき送信に成功し、状態が  $X$  から  $Y$  へ遷移する確率  $p_{XY}^{s2}$  は、前述の  $p_{XY}^a$  において  $\alpha = 2ND$  とすれば求められる。

これらから次式が得られる。

$$p_{XY}^f = p_{XY}^a - p_{XY}^{s2}$$

C S M A / C D モードの初期状態ベクトルを  $X^0 = (X_1^0, X_2^0, \dots, X_N^0)$  とするとき、その確率  $\pi_{X^0}$  は、

$$\pi_{X^0} = (1 - X_1^0) \prod_{n=2}^N [X_n^0 + \exp(-\lambda(N-n+1)D) - 2X_n^0 \exp(-\lambda(N-n+1)D)]$$

となる。

次にある隠れマルコフ点で、システムの状態が  $X$  である場合の回線の空き期間を表す分布関数のラプラス・スティルチェス変換形を  $l_X^*(s)$  とすると、

$$I_X^*(s) = \int_0^\infty \lambda_1(\mathbf{Z}) \exp(-\lambda_1(\mathbf{Z})t) P_1^*(1, t) \exp[-s(t+ND)] dt \\ + \sum_{k=2}^N \int_0^\infty \lambda_k(\mathbf{Z}) \exp(-\lambda_k(\mathbf{Z})t) P_1^*(k, t) \exp[-s(t+(k-1)D)] dt$$

となり、この積分を計算すると次式となる。

$$I_X^*(s) = \frac{\lambda_1(\mathbf{Z})}{s + \sum_{n=1}^N \lambda_n(\mathbf{Z})} \exp[-sND - D \sum_{n=2}^N \lambda_n(\mathbf{Z})(N-n+1)] \\ + \sum_{k=2}^N \lambda_k(\mathbf{Z}) \left[ \sum_{\ell=0}^{N-k} \frac{1}{-(s + \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(\mathbf{Z}))} \exp[-(s + \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(\mathbf{Z}))\ell D + D \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(\mathbf{Z})(n-k) \\ -(k-1)Ds] \{ \exp[-(s + \sum_{n=2}^{k+\ell} \lambda_n(\mathbf{Z}))D] - 1 \} \right. \\ \left. + \frac{1}{s + \sum_{n=1}^N \lambda_n(\mathbf{Z})} \exp[-(s + \sum_{n=2}^N \lambda_n(\mathbf{Z}))(N-k+1)D + D \sum_{n=2}^N \lambda_n(\mathbf{Z})(n-k) - (k-1)Ds] \right]$$

今、ある隠れマルコフ点で状態が  $X$  であったときに、最初に送信が成功するまでの時間間隔分布のラプラス・ステイルチェス変換形を  $ID_X^*(s, \alpha)$  とすると次の式を満足する。

$$ID_X^*(s, \alpha) = \sum_{\underline{Y}} P_{\underline{XY}}^S I_X^*(s) \exp(-s\alpha) + \sum_{\underline{Y}} P_{\underline{XY}}^f I_X^*(s) \exp(-3sND) ID_Y^*(s, \alpha)$$

ここで、 $i = \sum_{n=1}^N X_n 2^{n-1}$  として各状態に一意的な番号付を行い、上式を行列形に直すと、

$$ID^*(s, \alpha) = P^{S*}(s, \alpha)H + P^{f*}(s)ID^*(s, \alpha)$$

但し、

$$[P^{S*}(s, \alpha)]_{\underline{XY}} = P_{\underline{XY}}^S I_X^*(s) \exp(-s\alpha)$$

$$[P^{f*}(s)]_{\underline{XY}} = P_{\underline{XY}}^f I_X^*(s) \exp(-3sND)$$

H は全ての要素が 1 である縦ベクトルである。これを  $ID^*(s, \alpha)$  について解くと、

$$ID^*(s, \alpha) = [I - P^{f*}(s)]^{-1} P^{s*}(s, \alpha) H$$

となる。これらから C S M A / C D モードにおいて始めてパケットの送信が成功するまでの時間間隔分布のラプラス・ステイルチェス変換形  $ID^*(s, \alpha)$  は、次のようになる。

$$ID^*(s, \alpha) = \sum_{X^0} \pi_{X^0} ID^*(s, \alpha)$$

#### 4. 2. トークン・モード

C S M A / C D モードで送信成功パケットを出し終わった時点トークン・モードの始まる時点とする。トークン・モードでは、ある端末がパケットを出し終わった時点隠れマルコフ点とする。また各マルコフ点において端末の番号を送信直後の端末を 1 とし、トークンが回る方向へ順次 2、3、...、N と付けかえる。従って  $X_1$  は常に 0 となる。今、ある隠れマルコフ点でシステムの状態が X であり、次の隠れマルコフ点で状態 Y に遷移する確率  $P_{XY}^t$  を考える。それに先立ちある隠れマルコフ点以後端末 k が最初に送信する場合の遷移確率を  $P_{XY}^t(k)$  とすると、

$$P_{XY}^t(k) = \prod_{\ell=2}^{k-1} (1 - X_{\ell}) \exp[-(\ell-1)\lambda D] [1 - \exp(-(k-1)\lambda D)]^{1-X_k} P_{XY}^t(k, \alpha)$$

但し

$$P_{XY}^t(k, \alpha) = (1 - X_1)(1 - Y_1)$$

$$\prod_{n=2}^{N-k+1} [Y_n + \exp[-\lambda(\alpha + (k-1)D)] - 2Y_n \exp[-\lambda(\alpha + (k-1)D)]]^{1-X_{n+k-1}}$$

$$\prod_{n=N-k+2}^N [Y_n + \exp[-\lambda(\alpha + (N-n+1)D)] - 2Y_n \exp[-\lambda(\alpha + (N-n+1)D)]] f_{XY}(k)$$

これからトークン・モードにおける状態 X から状態 Y への遷移確率  $p_{XY}^t$  は、

$$p_{XY}^t = \sum_{k=2}^N p_{XY}^t(k)$$

ここで、ある隠れマルコフ点でシステムの状態が X であり、次に最初にシステムの状態が 0 ( $X_n = 0$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ ) に遷移するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $D_i(s)$ 、次の隠れマルコフ点で 0 に遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $R_i(s)$ 、次の隠れマルコフ点で 0 以外の状態 Y に遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $[Q(s)]_{ij}$  とする。また、

$$D^*(s) = (D_1(s), D_2(s), \dots, D_{2N-1}(s))^T$$

$$R(s) = (R_1(s), R_2(s), \dots, R_{2N-1}(s))$$

とすると、

$$D'(s) = [I - Q(s)]^{-1} * R(s)$$

ここで、I は  $(2^N - 1) \times (2^N - 1)$  の単位行列で

$$[Q(s)]_{ij} = \sum_{k=2}^N p_{ij}^t(k) \exp[-s((k-1)D + \alpha)]$$

( $i, j \neq 0$ )

$$i = \sum_{n=1}^N X_n 2^{n-1}$$

$$j = \sum_{n=1}^N Y_n 2^{n-1}$$

$$R_i(s) = \sum_{k=2}^N p_{i0}^t(k) \exp[-s(k-1)D + \alpha]$$

である。トークン・モードのある隠れマルコフ点にお

いて状態が0であり、次に最初に状態0に遷移するまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形を、 $U^*(s)$ とする。また、1ステップの遷移で状態0から状態0へ遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形  $P_{00}(s)$  は、次の式で与えられる。

$$P_{00}(s) = \sum_{k=2}^N P_{00}^t(k) \exp(-s((k-1)D + \alpha))$$

また、状態0から0以外の状態Yへ遷移するときの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $S_j(s)$  とすると、

$$S_j(s) = \sum_{k=2}^N P_{0j}^t(k) \exp[-s((k-1)D + \alpha)] \quad (j \neq 0)$$

ここで、 $\mathbf{S} = (S_1(s), S_2(s), \dots, S_{2N-1}(s))$  とすると、

$$U^*(s) = P_{00}(s) + \mathbf{S}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{Q}(s)]^{-1} \mathbf{R}(s)$$

状態0からトークン・モードが終了する確率  $q$  は、

$$q = 1 - \sum_Y P_{0Y}^t$$

であり、最後にパケットを送信した端末が自局のパケットをND後に回収した時点でトークン・モードは終了する。

$$q^*(s) = q \cdot \exp(-sND)$$

さらに

$$D_0(s) = 1$$

と定義し、

$$\mathbf{D}(s) = (D_0(s), D_1(s), \dots, D_{2N-1}(s))^T$$

とすると、トークン・モードが状態  $i$  で始まって終わるまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形  $ID_i^{t*}(s, \alpha)$  は、

$$ID_i^{t*}(s, \alpha) = D_i(s) [1 - U^*(s)]^{-1} q^*(s)$$



$$ID^{t*}(s, \alpha) = D(s) [1 - U^*(s)] q^*(s)$$

$$\text{但し、 } ID^{t*}(s, \alpha) = (ID_0^{t*}(s, \alpha), ID_1^{t*}(s, \alpha), \dots, ID_{2N-1}^{t*}(s, \alpha))^T$$

ここで、CSMA/CDモードが始まってから送信成功パケットを出し終わったときのシステムの状態の定常分布  $\Delta(\alpha)$  は、

$$\Delta(\alpha) = \pi(I - P^f)^{-1} P^s$$

但し、

$$[P^f]_{ij} = P_{ij}^f, \quad [P^s]_{ij} = P_{ij}^s, \quad [\pi]_i = \pi_i, \quad i = \sum_{n=1}^N X_n^0 2^{n-1}$$

これは、トークン・モードの初期状態の定常分布となっている。従って、トークン・モードが始まってから終わるまでの時間間隔分布のラプラス・スティルチェス変換形  $ID^{t*}(s, \alpha)$  は、

$$ID^{t*}(s, \alpha) = \Delta(\alpha) ID^{t*}(s, \alpha)$$

次に、トークン・モードの間に送信成功したパケット数を考える。このモードに入ってから最初に状態0に遷移するまでの送信成功パケット数の平均を  $m_1$ 、状態0に遷移後、次に再び状態0に遷移するまでに送信成功したパケット数の平均を  $m_2$  とする。また、トークン・モードに入ってから最初に状態0に遷移するまでの回線保留期間の長さの分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $ID^{t'*}(s, \alpha)$ 、状態0から次に再び状態0に遷移するまでの回線保留期間の長さの分布のラプラス・スティルチェス変換形を  $U'^*(s, \alpha)$  とする。

$$[Q'(s)]_{ij} \equiv \sum_{k=2}^N P_{ij}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (i, j \neq 0)$$

$$R'_i(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{i0}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (i \neq 0)$$

$$S'_j(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{0j}^t(k) \exp(-s\alpha) \quad (j \neq 0)$$

$$R'(s) = (R'_1(s), \dots, R'_{2N-1}(s))^T$$

$$S'(s) = (S'_1(s), \dots, S'_{2N-1}(s))$$

$$P'_{00}(s) \equiv \sum_{k=2}^N P_{00}^t(k) \exp(-s\alpha)$$

の様に定義すると、

$$U^{*}(s, \alpha) = P'_{00}(s) + S'(s) [I - Q'(s)]^{-1} R'(s)$$

$$m_2 = -\frac{1}{\alpha} \frac{d}{ds} U^{*}(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

$$ID_i^{t^{*}}(s, \alpha) = [[I - Q'(s)]^{-1} R'(s)]_i \quad (i \neq 0)$$

$$ID_0^{t^{*}}(s, \alpha) = U^{*}(s, \alpha)$$

とすると、

$$ID^{t^{*}}(s, \alpha) = \Delta(\alpha) ID^{t^{*}}(s, \alpha)$$

$$\text{但し、} ID^{t^{*}}(s, \alpha) = (ID_0^{t^{*}}(s, \alpha), \dots, ID_{2N-1}^{t^{*}}(s, \alpha))^T$$

$$m_1 = -\frac{1}{\alpha} \frac{d}{ds} ID^{t^{*}}(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

1回のトークン・モードの間に送信成功したパケット数の平均  $M$  は、

$$M = \sum_{k=1}^{\infty} q(1-q)^{k-1} (m_1 + (k-1)m_2)$$

$$= m_1 + \frac{1-q}{q} m_2$$

今、CSMA/CDモードの時間間隔分布の平均を $L_C$ 、トークン・モードのそれを $L_T$ とすると、スループット $S$ は、次式となる。

$$S = \frac{1+M}{L_C + L_T}$$

$$L_C = - \frac{d}{ds} ID^*(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

$$= - P [I - P^{f^*}(0)]^{-1} [P^{s^*(1)}(0, \alpha) H + P^{f^*(1)}(0) ID^*(0, \alpha)]$$

$$L_T = - \frac{d}{ds} ID^{t^*}(s, \alpha) \Big|_{s=0}$$

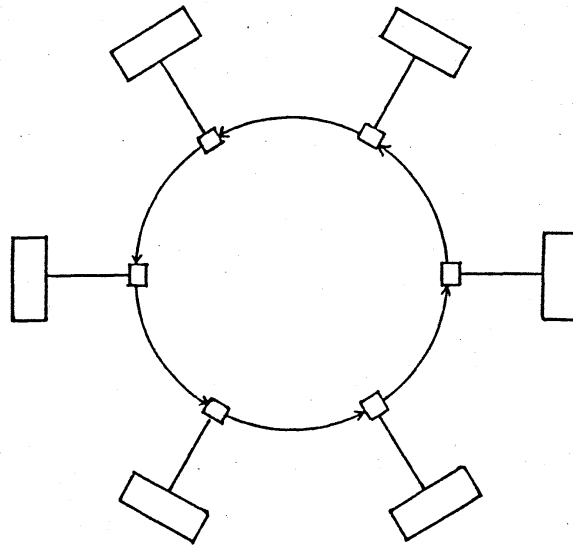
$$= - \Lambda(\alpha) \left[ D^{(1)}(0) [1 - U^*(0)] q^*(0) \right.$$

$$\left. + D(0) \{ [1 - U^*(0)]^{-2} U^{*(1)}(0) q^*(0) + [1 - U^*(0)] q^{*(1)}(0) \} \right]$$

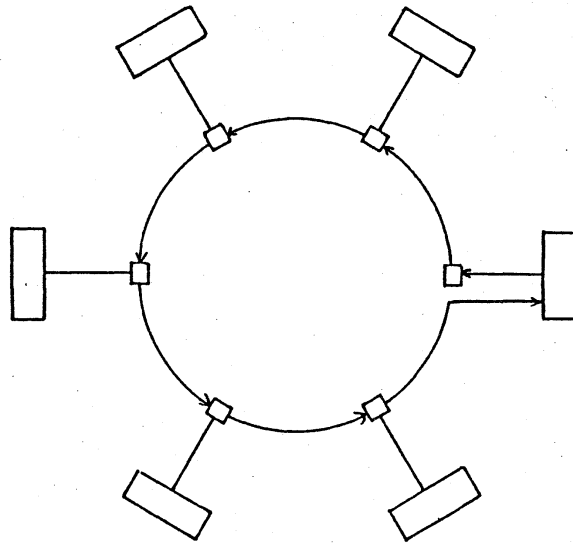
## 5. むすび

本稿では、リング型ネットワークにおいてCSMA/CD方式とトークン・リング方式の両プロトコルを有するコンテンション・リング方式の性能評価を、マルコフ解析を用いて行った。

今後、コンテンション・リング方式の種々の特性を明らかにするため、CSMA/CD方式やトークン・リング方式とも比較し更に精密な解析を行うことが課題である。



( a ) リング形態



( b ) 送信成功 ( CSMA/CDモード )

図 2 . 1 コンテンション・リングの構成

参考文献

- [ 1 ] 岡田博美, 大野 聡, “LANにおけるコンテ  
ンション・リング方式の近似解析”, 電子通信  
学会第1回交換情報ネットワーク・ワークショ  
ップ研究会資料, pp.55-59, 昭和60年3月.
- [ 2 ] F.A.Tobagi, “Distribution of Paket Delay  
and Interdeparture Time in Slotted ALOHA  
and Carrier Sense Multiple Access”, J.  
ACM., vol.29, pp.907-927, Oct.1982.
- [ 3 ] P.Gopal and J.Wong, “Analysis of a Hybrid  
Token-CSMA/CD Protocol for Bus Networks”  
Proc. of the 2nd Symposium on Performance  
of Computer-Communication Systems, 1984.