

不分岐主系列表現のある既約成分に付随した L-factor

東北大理 渡部隆夫
(Takao Watanabe)

Jacquet - Langlands が [8] において GL_2 の保型表現論を展開した際に、その local theory の部分で、Whittaker 関数による "zeta - integral" を導入した。そして、L-factor $L(s, \pi)$ をそれらの "greatest common divisor" として岩沢 - Tate の論法で構成し、関数方程式を証明した。ここでは、一般の unramified group G の不分岐主系列表現の constituent で Whittaker model を持つようなものに対して、同じ論法により L-factor を構成する。具体的には次のことを行う。

(I) regular unramified character χ から誘導された不分岐主系列表現 $I(\chi)$ を既約分解し、それから Whittaker model $Wh(\chi, \varphi)$ を持つ constituent を取り出す。

(II) G に対応する L-group L_G (finite Galois form) の有限次元既約表現の同値類 $\mathcal{R}(L_G)$ の parametrization を与える。

(III) $\gamma \in \mathcal{R}(L_G)$, $f \in Wh(\chi, \varphi)$, $s \in \mathbb{C}$ に対して "zeta - integral" $Z(s, \gamma, f)$ を定義し、それらの "G.C.D" として

L -factor $L(s, \rho, \chi)$ を構成する。

(IV) $L(s, \rho, \chi)$ を Langlands によって定義された L -factor $L(s, \rho, \text{Sp}(\chi))$ と比較する。

G が split 群 (特に classical type) で, ρ が G の natural 表現のとき, (I), (III), (IV) は Rodier [10], [11] の中で考察されている。

記号: F を normalized valuation $|\cdot|_F$ を持つ non-archimedean local field とし, ϖ_F を F の prime element, e_F を F の剰余体の位数とする。 G を F 上定義された連結 reductive 代数群で, F 上 quasi-split かつ F の不分岐拡大で split するものとする。 G の minimal splitting field を E とおく。 B を G の Borel 部分群, T を B に含まれる極大トーラス, S を T に含まれる極大 F -split トーラスとし, これらはいずれも F 上定義されているとする。 G, B, \dots の F 有理点のなす群は, $G(F), B(F), \dots$ とおかれ, これらには, F による誘導される位相を入れる。 また, $X^*(S) = \text{Hom}(S, \mathbb{G}_m)$, $X_*(S) = \text{Hom}(\mathbb{G}_m, S)$ とし, $\Phi = \Phi(G, S)$ を S に関する G の root system とする。 B に関する Φ の基を $\Delta = \Delta(G, S)$ とし, したがって, \mathcal{C}^+ を $V = X^*(S) \otimes \mathbb{R}$ の中の dominant Weyl chamber, $W_H(S)$ を relative Weyl 群とする。 T に対して同様に, $X^*(T), X_*(T), \Phi(G, T)$ を定義

する。今、 V の中の始点 0 の開半直線 a で重の元を並べたものを root ray と呼ぶ、その全体を Φ とかく。 $a \in \Phi$ に対して、 a に含まれる non-divisible root (resp. non-multipliable root) を $\sigma(a)$ (resp. $\tau(a)$) とかく。 $\sigma(a) \neq \tau(a)$ のとき、 a を plural と呼ぶ。 $\{\tau(a) \mid a \in \Phi\}$ は reduced root system で、これに対応する coroot system を Φ^\vee とおき、 $\tau(a)$ に対応する coroot を a^\vee とかく。

§1. 不分岐主系列表現の既約分解

T_0 を $T(F)$ の極大コンパクト部分群とする。 unramified character $\chi \in \text{Hom}(T(F)/T_0, \mathbb{C}^\times)$ に対して、 $\omega \in N_H(S)$ を $\chi^\omega(t) = \chi(\bar{\omega}^{-1}t\bar{\omega})$ で作用させる。ここで、 $\bar{\omega}$ は ω の $N_H(S)(F)$ ($N_H(S)$ は S の H での normalizer) の中の代表元である。任意の $\omega \in N_H(S)$, $\omega \neq 1$ に対して、 $\chi^\omega \neq \chi$ なるのは、 χ は regular であるといふ。 $T(F)$ の unramified regular character の有る集合を $\chi_{\text{reg}}(T)$ とする。さて、 B の unipotent radical を U とするとき、 $\chi \in \text{Hom}(T(F)/T_0, \mathbb{C}^\times)$ を $U(F)$ 上 trivial とするこゝによつて、 $B(F)$ 上の character に拡張する。そして、 χ による誘導表現 $I(\chi) = \text{Ind}_{B(F)}^{G(F)} \chi$ を考える。即ち、

$$I(\chi) = \left\{ f: G(F) \rightarrow \mathbb{C} ; \begin{array}{l} f \text{ is locally constant} \\ f(bg) = \delta_B \chi(b) f(g) \quad (\forall b \in B(F), \forall g \in G(F)) \end{array} \right\}$$

(ここで δ_B^2 は $B(F)$ の modulus character) で, $G(F)$ は $\Gamma(\lambda)$ 上右移動で作用する。 $\Gamma(\lambda)$ は $G(F)$ の admissible 表現で, Jordan-Hölder 列を持つことが知られている。 $\Gamma(\lambda)$ の constituent 全体の集合を $JH(\lambda)$ とおく。ここでは, $\Gamma(\lambda) : \chi \leftarrow \chi_{\text{reg}}(T)$ の既約分解を与える。まず, 次の事実が良く知られている。

$\chi \leftarrow \chi_{\text{reg}}(T)$ のとき

$$(1.1) \quad \dim \text{Hom}_{G(F)}(\Gamma(\lambda), \Gamma(\lambda^\nu)) = 1 \quad (\forall \nu \in \nu_H(S))$$

(1.2) $\Gamma(\lambda)$ の任意の constituent は重複度 1 を持つ。

$$(1.3) \quad JH(\lambda) = JH(\lambda^\nu) \quad (\forall \nu \in \nu_H(S))$$

(1.4) $\Gamma(\lambda)$ の既約 subrepresentation は unique に決まる。

次に, Casselman による既約性の判定条件を述べる。 $a \in \mathfrak{a}$ に対して, $\alpha \in \mathfrak{a}(G, T) : \alpha|_S = \sigma(a)$ なる absolute root α をとり, $\Gamma_\alpha = \{ \tau \in \text{Gal}(\mathbb{E}/F) \mid \tau(\alpha) = \alpha \}$, $\mathcal{L}(a) = (\text{Gal}(\mathbb{E}/F); \Gamma_\alpha)$ とおく。 $\mathcal{L}(a)$ は α の取り方に依存しない。更に, a が plural のとき, $\varepsilon(a) = (\mathcal{L}(a)/2) + \pi(\log 2_F)^{-1} \sqrt{-1}$ とおく。(a が plural のとき, $\mathcal{L}(a)$ は必ず偶数になる。) すると,

$\chi \leftarrow \chi_{\text{reg}}(T)$ に対して,

$$H(\chi) = \left\{ a^\nu \in \mathfrak{a}^\nu ; \begin{array}{l} a : \text{plural のとき} \quad \chi \cdot a^\nu = 1 \cdot 1_F^{\mathcal{L}(a)} \text{ or } 1 \cdot 1_F^{\varepsilon(a)} \\ a : \text{non-plural のとき} \quad \chi \cdot a^\nu = 1 \cdot 1_F^{\mathcal{L}(a)} \end{array} \right\}$$

とおく。このとき,

Theorem (Casselman) $\chi \in X_{\text{reg}}(T)$ に対して, $\Gamma(\chi)$ が既約であるための必要十分条件は, $H(\chi) = \phi$ となることである。

かいてる。従って, $H(\chi) \neq \phi$ の場合が問題となる。今, 次のような集合を考える。

$$C(\chi) = \left\{ V - \bigcup_{\alpha \in H(\chi)} \text{Ker } \alpha^\vee \text{ の連結成分} \right\}$$

ここで, α^\vee は pairing $\langle \cdot, \cdot \rangle_s : X^+(S) \times X_+(S) \rightarrow \mathbb{Z}$

により, V 上の linear functional とみられることに注意する。

よって, map $P : C(\chi) \rightarrow \Gamma H(\chi)$ を以下のように定義する。

$D \in C(\chi)$ に対して, $\omega \in \omega_H(S)$ を $\omega^{-1}(C \subset D)$ となる

ようにとり, $P(D)$ を $\Gamma(\chi^\vee)$ の既約 subrepresentation とする。

(1.3), (1.4) より, これは unique に定まり, $\Gamma H(\chi)$ に属す。

更に, $P(D)$ は ω の取り方に依存しないことが証明できる。

これについて, 次かいてる。

Theorem A (i) P は全単射である。

(ii) $H(\chi)$ の元の \mathbb{Z} -係数一次結合で表わせる \mathbb{Z}^\vee の元の集合を

$\langle H(\chi) \rangle$ とおけば, $\langle H(\chi) \rangle$ は \mathbb{Z}^\vee の subsystem で, 適当な order

で, $H(\chi)$ は $\langle H(\chi) \rangle$ の基となる。特に $H(\chi)$ の元は, 1次独立

だから, $|\Gamma H(\chi)| = 2^{|\langle H(\chi) \rangle|}$, $|H(\chi)| \leq (\chi$ の semi-simple F-rank)

が成り立つ。

(iii) $D_X = \bigcap_{\alpha \in H(X)} (\alpha^\vee)^{-1}(\mathbb{R}_+) \in C(X)$ とおく。このとき、 $P(D)$ が Whittaker model を持つための必要十分条件は、 $D = D_X$ となることである。

§.2 ${}^L\Gamma$ の有限次元既約表現の分類

(G, B, T) に対応する based root datum の dual に対応する \mathbb{C} 上の連結 reductive 代数群を $({}^L\Gamma^\circ, {}^L\mathcal{B}^\circ, {}^L\mathcal{T}^\circ)$ とおく。 $\Gamma = \text{Gal}(E/F)$ は巡回群であるから、その生成元 σ を 1 つ固定する： $\Gamma = \langle \sigma \rangle$ 。ここでは、 L -group として、finite Galois form ${}^L\Gamma = {}^L\Gamma^\circ \rtimes \Gamma$ をとる。

${}^L\Gamma^\circ$ (resp. ${}^L\Gamma$) の有限次元既約有理表現の同値類の集合を $\mathcal{R}({}^L\Gamma^\circ)$ (resp. $\mathcal{R}({}^L\Gamma)$) とおく。 Λ を $X^*({}^L\mathcal{T}^\circ)$ の中の dominant weight の集合とすれば、 Λ は Γ -不変で、Cartan - Weyl の定理から、全単射 $\Lambda \ni \lambda \mapsto R_\lambda \in \mathcal{R}({}^L\Gamma^\circ)$ がある。今、 R_λ に対して、 $\gamma \in \Gamma$ を

$$(2.1) \quad \gamma R_\lambda(\mathfrak{g}) = R_\lambda(\gamma \mathfrak{g}) \quad (\mathfrak{g} \in {}^L\Gamma^\circ)$$

で作用させる。このとき、 γR_λ の highest weight は $\gamma \lambda$ となる。

Λ/Γ を Λ の中の Γ -orbit の集合とし、 $[\lambda] = \Gamma \cdot \lambda \in \Lambda/\Gamma$ を 1 つの orbit とする。 $\ell = \# [\lambda]$ とおく。(2.1) より、

$R_\lambda, \sigma R_\lambda \cong R_{\sigma \lambda}, \dots, \sigma^{\ell-1} R_\lambda \cong R_{\sigma^{\ell-1} \lambda}$ は共通の表現空間 V_λ を持つとしてよい。また、 $R_\lambda, \sigma^\ell R_\lambda$ は、 V_λ の中で、共通の

highest weight space V_λ^0 を持つ。この χ は

$$(2.2) \quad \exists! Q_0 \in \text{Hom}_{\mathcal{L}\mathfrak{h}_0}(R_\lambda, \sigma^\ell R_\lambda) \quad \text{s.t.} \quad Q_0|_{V_\lambda^0} = 1_{V_\lambda^0}$$

が成り立つ。更に、 $\forall \gamma \in \Gamma$ に対して、容易に

$$Q \cdot Q_0 = \text{Hom}_{\mathcal{L}\mathfrak{h}_0}(R_\lambda, \sigma^\ell R_\lambda) = \text{Hom}_{\mathcal{L}\mathfrak{h}_0}(R_{\gamma\lambda}, \sigma^\ell R_{\gamma\lambda})$$

(as subspaces of $\text{End}_{\mathbb{C}}(V_\lambda)$) であることがわかる。特に、 Q_0

は、本質的には、orbit $[\lambda]$ の代表元の取り方に依存しない。

$$\text{今、} A_{[\lambda]} = \{ \sum_{1 \leq k \leq |\Gamma|/\ell} \alpha_k Q_0 \mid \alpha_k \in \mathbb{C} \}, \quad (\sum \alpha_k = \exp(2\pi\sqrt{-1}\ell/\pi))$$

と置く。 $Q \in A_{[\lambda]}$ をとり、 $\mathcal{L}\mathfrak{h}_0 \rtimes \langle \sigma^\ell \rangle$ の表現

$$(R(\lambda, \theta), V_\lambda) \text{ を } R(\lambda, \theta)(g \rtimes \sigma^{k\ell}) = R_\lambda(g) \cdot Q^k \text{ で定}$$

義する。これは、well-defined で明らかなに既約である。よって

$$P(\lambda, \theta) = \text{Ind}_{\mathcal{L}\mathfrak{h}_0 \rtimes \langle \sigma^\ell \rangle}^{\mathcal{L}\mathfrak{h}} R(\lambda, \theta) \text{ によって } \mathcal{L}\mathfrak{h} \text{ の表現を得}$$

る。以下の主張は、表現論の standard な論法で証明される。

$$(2.3) \quad P(\lambda, \theta)|_{\mathcal{L}\mathfrak{h}_0 \rtimes \langle \sigma^\ell \rangle} \cong \bigoplus_{k=0}^{\ell-1} R(\sigma^k \lambda, \theta)$$

これから特に、 $P(\lambda, \theta)$ は、orbit $[\lambda]$ の代表元の取り方に依存しないことがわかる。以下 $P(\lambda, \theta)$ を $P([\lambda], \theta)$ と置く。

$$(2.4) \quad P([\lambda], \theta) \text{ は既約である。}$$

$$(2.5) \quad P([\lambda_1], \theta_1) \cong P([\lambda_2], \theta_2) \iff [\lambda_1] = [\lambda_2], \text{ および } \theta_1 = \theta_2$$

以上により、我々の次の写像を定義する。

$$\begin{array}{ccc} \tilde{P} : \coprod_{[\lambda] \in \Lambda/\Gamma} A_{[\lambda]} & \longrightarrow & \mathcal{R}(\mathcal{L}\mathfrak{h}) \\ \downarrow & & \downarrow \\ ([\lambda], \theta) & \longmapsto & (P([\lambda], \theta) \text{ を含む同値類}) \end{array}$$

よして、更に次が証明できる。

(2.6) \tilde{P} は全単射である。

結果として、 $\mathcal{R}(L_f)$ の元が parametrize される。最後に、いくつかの記号を導入する。 $\gamma = \tilde{P}([\lambda], \sum_{i=1}^k \theta_i) \in \mathcal{R}(L_f)$ で θ_i は (2.2) で γ の i 番目の成分とする。

$$l(\gamma) = \#\lambda, \quad m(\gamma) = 2\pi(\log b_\gamma)^{-1} \sqrt{-1} k / |\lambda|$$

$$\xi_\gamma = \sum_{\lambda_i \in [\lambda]} \lambda_i$$

と置く。 ξ_γ は $X^+(L_{T_0})^\Gamma = X_*(T)^\Gamma = X_*(S)$ に属する。また

$$\mathcal{R}_0(L_f) = \{ \gamma \in \mathcal{R}(L_f) \mid \langle \alpha, \xi_\gamma \rangle_S = 0 \text{ for } \forall \alpha \in \Delta \}$$

$$\mathcal{R}_+(L_f) = \mathcal{R}(L_f) - \mathcal{R}_0(L_f)$$

と置く。

§.3 L-factor の構成.

以下、 F の標数は 0 と仮定する。

$U(F)$ の non-degenerate character φ を固定する。 $\chi \in X_{\text{reg}}(T)$ に対して、Theorem A (iii) から、 $P(b_X)$ の φ に関する Whittaker model $\text{Wh}(\chi, \varphi)$ が存在する。今、 $\gamma \in \mathcal{R}(L_f)$, $f \in \text{Wh}(\chi, \varphi)$, $s \in \mathbb{C}$ に対して、“zeta-integral” を

$$(3.1) \quad \zeta(s, \gamma, f) = \int_{F^\times} f(\xi_\gamma(t)) |t|_F^s \delta_B^{-1}(\xi_\gamma(t)) dt$$

で定義する。これは、 $G = GL_2$ で γ が $L_f = GL_2(\mathbb{C})$ の自然な表現のとき、Jacquet-Langlands の定義と一致する。さて

積分の収束性に関して次がいえろ。

Theorem B $t \in \mathbb{R}_+^{(L)}(G)$ がある。任意の $f \in Wh(X, \varphi)$ に対して、(3.1)の積分は、 $\text{Re } s \gg 0$ で絶対収束する。

この結果の証明の key point は次の事実である。まず、 F 上 locally constant で compact support を持つ関数全体を $C_c(F)$ とし、また、 $W(X) = \{w \in W_G(S) : w^{-1}C \subset C \cap D_X\}$ とおく。このとき、

$$(3.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{任意の } t \in \mathbb{R}_+^{(L)}(G) \text{ と任意の } f \in Wh(X, \varphi) \text{ に対して、関} \\ \text{数の family } \{\phi_w \in C_c(F) \mid w \in W(X)\} \text{ で} \\ f(\mathfrak{I}_r(t)) = \sum_{w \in W(X)} \phi_w(t) \delta_B \chi^w(\mathfrak{I}_r(t)) \quad (t \in F^\times) \\ \text{とすることができる。} \end{array} \right.$$

が成立する。(3.2)にさういふ一般的形式で証明される。即ち f を $S(F)$ 上に制限したもののによって、ある程度その形を決めることができるのであろ。ここで使われる論法は、Rodier [11] によるものである。Rodier は split 群の場合を取り扱っているが、その方法に quasi-split の場合も適用可能で、ほぼ同じ形で一般化できる。しかし、[11]の Lemma 11 の証明には、gap があり、 $ch(F) = 0$ の場合は、(quasi-split の範囲で) 修正できるが、 $ch(F) > 0$ の場合は、正しいかどうか分らない。

もし, $ch(F) > 0$ のときでも, この Lemma の正しいことが証明
 できれば, ここで述べたすべての結果は, $ch(F) > 0$ でも成り
 立つ。

次に, L-factor を構成する。 $(r, X) \in \mathcal{R}_+(\mathcal{L}_F) \times X_{reg}(T)$ に
 対して,

$$P(r, X) = \left\{ \begin{array}{l} P(x) \in \mathbb{C}[x] : \\ P(\mathcal{L}_F^{-s}) Z(s, r, t) \text{ は } s \text{ の整関数} \end{array} \right\}$$

と定める。これは $\mathbb{C}[x]$ の ideal になる。このとき次が証明
 できる。

Theorem C. 任意の $(r, X) \in \mathcal{R}_+(\mathcal{L}_F) \times X_{reg}(T)$ に対して,

$P(r, X)$ は, non-trivial な単項 ideal である。

この結果より, $P(r, X)$ の生成元 $P_0(x)$ が定数倍を除いて一意
 に決まる。そこで, L-factor を

$$L(s, r, X) = P_0(\mathcal{L}_F^{-s})^{-1}$$

で定義する。 $L(s, r, X)$ は次のように具体的にかける。今,

集合 $\mathcal{W}(X)$ 上に同値関係 \sim を $w_1 \sim w_2 \iff \chi^{w_1} \mathfrak{z}_r = \chi^{w_2} \mathfrak{z}_r^n$

で定義し, 同値類の集合を $\mathcal{W}(X) / \sim$ とかく。このとき,

$$L(s, r, X) = \prod_{w \in \mathcal{W}(X) / \sim} (1 - \chi^w \mathfrak{z}_r (\mathcal{L}_F^{-s})^{-1})^{-1}$$

となる。 $L(s, r, X)$ は, $\mathcal{U}(F)$ の non-degenerate character φ の

取り方に依存しないことも分かる。

§.4. Langlands' L-factor との比較

§3. で構成した L-factor $L(s, r, \chi)$ と, Langlands によって定義された L-factor $L(s, r, \text{Sp}(\chi))$ とを比較する。まず, $L(s, r, \text{Sp}(\chi))$ の定義から始める。

K を $G(F)$ の hyperspecial な極大コンパクト群とする。このとき, 各 $\chi \in \text{Hom}(T(F)/T_0, \mathbb{C}^\times)$ に対して, $T(\chi)$ は唯一つの K -spherical constituent $\text{Sp}(\chi)$ をもつ。これにより, 我々の 1:1 対応

$$(4.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} K\text{-spherical 既約表現の同値類} \\ \downarrow \\ [\text{Sp}(\chi)] \end{array} \right\} \longleftrightarrow \begin{array}{l} \text{Hom}(T(F)/T_0, \mathbb{C}^\times) / \mathcal{W}_H(s) \\ \downarrow \\ \mathcal{W}_H(s) \cdot \chi \end{array}$$

をもつ。更に, $({}^L G^\circ \rtimes \sigma)_{\text{s.s.}} / \text{Int } {}^L G^\circ \in {}^L G^\circ \rtimes \sigma$ の中の ${}^L G^\circ$ -semi-simple 共役類の集合とすると, 1:1 対応

$$(4.2) \quad \begin{array}{l} \text{Hom}(T(F)/T_0, \mathbb{C}^\times) / \mathcal{W}_H(s) \\ \downarrow \\ \mathcal{W}_H(s) \cdot \chi \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{l} ({}^L G^\circ \rtimes \sigma) / \text{Int } {}^L G^\circ \\ \downarrow \\ \nu(\chi) \end{array}$$

が存在する。今, $r \in \mathcal{R}({}^L G)$ に対して, (4.1), (4.2) から,

$$L(s, r, \text{Sp}(\chi)) = \det(1 - r(\mathfrak{s}_x \rtimes \sigma) \mathfrak{h}_r^{-s})^{-1}$$

と書く。ただし, $\mathfrak{s}_x \rtimes \sigma \in \nu(\chi)$ である。これは, Langlands functoriality によって, Weil 群の $\text{Sp}(\chi)$ に対応した unramified 表現に付随する Artin-Weil L-factor と一致している。

さて, $L(s, r, Sp(X))$ と $L(s, r, X)$ の比較に関する結果は, 次の通りである。

Theorem D. 任意の $(r, X) \in \mathbb{R}_+(\mathbb{C}^n) \times \text{Xres}(T)$ に対して, $X = \sum r^s$ の多項式として, $L(l(r)(s - m(r)), r, X)^{-1}$ は, $L(s, r, Sp(X))^{-1}$ の subfactor である。ここで, $l(r), m(r)$ は §2 で定義したものとす。

これは直接の計算で確かめられる。

Corollary $L(l(r)(s - m(r)), r, X) = L(s, r, Sp(X))$ となるための必要十分条件は, $r = \tilde{p}([\lambda], \varrho)$ としたとき, R_λ の weight 全体が, $\{\omega \cdot \lambda \mid \omega \in W(X)/\sim\}$ と一致することである。(この条件は, orbit $[\lambda]$ の代表元の取り方に依るがよい)

$(r = \tilde{p}([\lambda], \varrho), X)$ が上の条件をみたすとき, r は自動的に次の条件をみたす。

(4.3) $\{\omega \cdot \lambda \mid \omega \in W_H(s)\}$ は, R_λ の weight 全体と一致する。一般に, (4.3) をみたす表現 R_λ は非常に少ない。(Bourbaki [4], Chap V Ⅲ §7 no 3 参照)。最後に, $P(D_X)$ と $Sp(X)$ は, 必ずしも一致しないことを注意する。

References

- [1] I. N. Bernstein and A. V. Zelevinsky, Induced representations of reductive p -adic groups I, Ann. scient. Éc. Norm. Sup. 10 (1977), 441-472.
- [2] A. Borel, Automorphic L-functions, Proc. Sympo. Pure Math. 33, part 2 Amer. Math. Soc. (1979), 27-61.
- [3] N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chapitres IV, V et VI, Hermann Paris, (1968).
- [4] N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chapitres VII et VIII, Hermann Paris, (1975).
- [5] F. Bruhat and J. Tits, Groupes réductifs sur un corps local II, Publ. Math. I. H. E. S. 60 (1984), 5-184.
- [6] P. Cartier, Representations of p -adic groups: A survey, Proc. Sympo. Pure Math. 33, part 1 Amer. Math. Soc. (1979), 111-155.
- [7] W. Casselman and J. Shalika, The unramified principal series of p -adic groups II: The Whittaker function, Compositio Math. 41 (1980), 207-231.
- [8] H. Jacquet and R. P. Langlands, Automorphic forms on $GL(2)$, Lecture Notes in Math. 114 Springer Verlag (1972).
- [9] R. P. Langlands, Problems in the theory of automorphic forms, Lecture Notes in Math. 170 Springer Verlag (1970), 18-86.
- [10] F. Rodier, Décomposition de la série principale des groupes réductifs p -adiques, Non Commutative Harmonic Analysis and Lie Groups, Lecture Notes in Math. 880 Springer Verlag (1981), 408-424.
- [11] F. Rodier, Sur les facteurs eulériens associés aux sous-quotients des séries principales des groupes réductifs p -adiques, Journée Automorphes, Publication de l'Université Paris VII, vol. 15 (1982), 107-133.

- [12] F. Rodier, Modèles de Whittaker des représentations admissibles des groupes réductifs p -adiques quasi-déployés, (preprint).
- [13] I. Satake, Theory of spherical functions on reductive algebraic groups over p -adic field, Publ. Math. I. H. E. S. 18 (1963), 1-69.
- [14] J. Tits, Reductive groups over local fields, Proc. Sympos. Pure Math. 33 part 1, Amer. Math. Soc. (1979), 29-69.