

個体群生態学に現れる集合現象を記述する
モデル方程式について

京都産業大学 細野雄三 (Yuzo Hosono)

Oxford Univ. ピーター グリンドロッド (Peter Grindrod)

1. 序

生物個体群の空間的な分布の研究は、主として反応拡散方程式系に基づいてなされてきた。ここでは、個体の分散は個体のランダムな拡散によって生じるか、あるいは混雑を避けるべく密度に依存して拡散することを仮定して議論が展開されてきた（例えば、Gurtin and MacCamy [13], Okubo [24], Fife [8]等参照）。この論文では、おのこの生物種の空間的な分散が拡散だけでなく移動をもともなって起こる場合を考察する。すなわち、次の形の方程式で記述されるモデルを考える。

$$(1.0) \quad \partial_t u_i = - \partial_x J_i + F_i(u),$$

$$J_i = - d_i(u) \partial_x u_i + w_i u_i.$$

ここで、 $u(x, t) = (u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_n(x, t))$ は場所 x , 時刻 t における n 種の個体の密度であり、 J_i および $F_i(u)$ はそれぞれ第 i 種の生物の流れの量と誕生 - 死滅による生物個体の供給を表す。 $d_i(u)$ と w_i は、それぞれ第 i 種の拡散係数と移動速度である。考える領域を Ω として、 Ω は有限区

間 $I = (0, 1)$ あるいは、無限領域 $R = (-\infty, \infty)$ であるとする。このとき、

境界条件は $\Omega = I$ のとき

$$(B.1) \quad \partial_x u_i(0, t) = \partial_x u_i(1, t) = 0,$$

$$w_i(0, t) = w_i(1, t) = 0,$$

$\Omega = R$ のとき

$$(B.2) \quad u_i(\pm\infty, t) : \text{有界}, \quad w_i(\pm\infty, t) = 0,$$

で与えられるものとする。

方程式(1.0)に関連した仕事として、Shigesada, Kawasaki and Teramoto

[26] は、生物の流れの量 J_i を式

$$J_i = -\partial_x [D_i(u)u_i] - u_i(d/dx)U_i(x),$$

$$(i=1, \dots, n),$$

によって与えた。すなわち、種間干渉作用もふくむ密度依存拡散と、より好適

な環境へ引きつけられる方向性のある運動との二つの要素に分けて考えた。そ

して、環境ポテンシャル $U_i(x)$ を導入することにより生物の移動を取り入れ

密度依存拡散との関連の中で2種競争系における棲み分け現象を解析した(重

定-寺本 [27], 重定 [28] も参照)。彼らのモデルでは移動速度 w_i は外的に

与えられており個体群密度には依存していないことを注意しておく。それに対

して、ここでは、P. Grindrod [10] により提案されたモデル

$$(1.1) \quad \partial_t u_i = -\partial_x J_i + E_i(u)u_i,$$

$$(1.2) \quad J_i = -d_i \partial_x u_i + w_i u_i,$$

$$(1.3) \quad -\varepsilon_i \partial_x^2 w_i + w_i = \lambda_i \partial_x E_i(u),$$

$$(i=1, \dots, n)$$

を考察する。ここで、 $E_i(u)$ は i 種の増殖率を表し、 d_i は拡散係数で定数、 ε_i 、 λ_i は非負定数とする。(1.3)式の意味は、 ε_i を零とすると移動速度は増殖率 $E_i(u)$ の空間的な勾配に比例することを示しており、 ε_i が正のときは局所的に平均化して移動速度が決まることを意味している。生態学的に言い代えると、各生物種はその種の増殖率が空間的に大きい方に移動する、すなわち、その種の繁栄にとって最適な場所に移動するということである。その意味で、我々は上のモデルを最適移動モデルと呼ぼう。我々の興味は(1.3)式により移動効果を取り入れることにより、移動効果を含まない場合とどの様に異なった現象を捉えることができるのか、とりわけ、増殖率の高い方に移動することにより種の死滅からのがれることができるのか、そしてこのモデル方程式によって生物の集合現象を記述するような解を得ることが可能なのかを明らかにすることである。

さて、境界条件(B.1)あるいは(B.2)を考慮すると(1.3)式は、

$$(1.4) \quad w_i(x, t; \varepsilon) = \lambda_i \int_{\mathbb{R}} G_{\varepsilon_i}(x, y) \partial_y E_i(u)(y, t) dy, \\ = \lambda_i K_{\varepsilon_i}[u]$$

と表すことが出来る。ここで、 $G_{\varepsilon_i}(x, y)$ は境界条件 (B.1) あるいは (B.2) のもとでの $-\varepsilon_i \partial_x^2 + 1$ に対するグリーン関数である。表現 (1.4) を用いると、結局方程式(1.1)-(1.3)は次の形に書ける：

$$(1.5) \quad \partial_t u_i = \partial_x (d_i \partial_x u_i) - \lambda_i \partial_x (K_{\varepsilon_i}[u] u_i) + E_i(u) u_i.$$

$\varepsilon_i \rightarrow 0$ のとき $G_i \rightarrow \delta(x)$ が成り立つから、したがって $K_{\varepsilon_i}[u] \rightarrow$

$\partial_x E_i(u)$ となり、(1.5)式は(1.1)-(1.3)で $\varepsilon_i = 0$ において w_i を消去して得られる微分方程式と一致することを注意しておく。

一方、生物の集合現象を記述するモデルとしては、Keller-Segel による細胞性粘菌の走化性モデル [20] がよく知られているが、個体群生態学との関連では、川崎 [19] が生物の集合の形成に関して提案したモデルがある。それは、生物が周りの仲間が多い方へ移動する場合を考えて、生物はある程度遠くの情報も得ることが可能で、移動速度がこれら全体の情報で決まると仮定して導いたもので、単独の種にたいしては方程式

$$(1.6) \quad \partial_t u = \partial_x [d \partial_x u - (\int_{\mathbb{R}} k(x-y)u(y,t)dy)u],$$

で与えられる。そして、彼は最も簡単な場合として

$$(1.7) \quad k(x) := \kappa (x < 0); = -\kappa (x > 0), \quad \kappa: \text{正定数}$$

(Fig. 1a 参照) に対して上式が空間的に非一様な定常解を持つことを示した。

我々は、この方程式を一般化したモデル

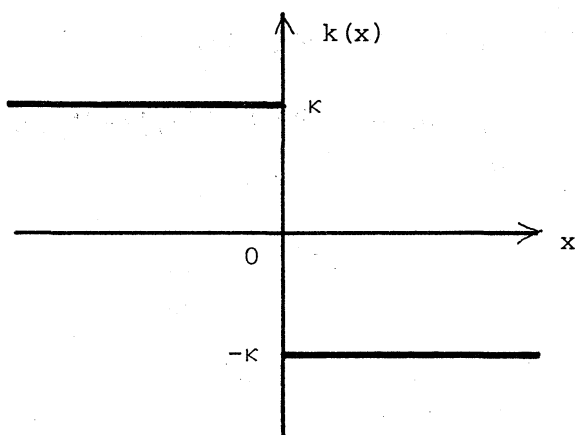


Fig. 1a.

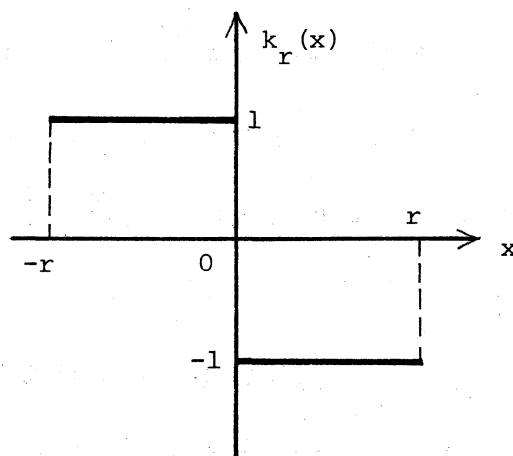


Fig. 1b.

$$(1.8) \quad \partial_t u = (\varepsilon \partial_x) [d(u)(\varepsilon \partial_x)u - \lambda K[u]u] + F(u),$$

$$(1.9) \quad d(u) = mu^{m-1} \quad (m > 1),$$

$$(1.10) \quad K[u](x, t) = \int_x^{x+r} u(y, t) dy - \int_{x-r}^x u(y, t) dy, \\ = \int_{\mathbb{R}} k_r(x-y)u(y, t) dy,$$

(Fig. 1b 参照) についても考える。ここで(1.10)では、場所 x にいる個体はその個体の距離 r 以内にいる右側の総個体数と左側の総個体数とを比べて左右何れか個体数の多い方に移動することを仮定している。そして、(1.9)式は、拡散が密度に依存することを意味し混雑を避けようとする効果を取り入れている。従って、このモデルでも r が大きいと (1.6) のときと同じ様に、移動が仲間の多い方へ起こるため個体群の集合現象が現れ、群れが形成されることが期待される。その意味で、我々はこのモデルを群れ形成モデルとよぶことにする。実際、(1.8)-(1.10) について、Hosono and Mimura [18] は空間的に非一様な定常解を持つことを示したが、最後の節で最適移動モデル(1.1)-(1.3)との関連で得られた結果を述べる。

次節では、まず (1.1)-(1.3) で与えられるモデルがどのようなタイプの方程式を含んでいるのか、いくつかの例を与える。第3節では1種最適移動モデルに関して可能な数学的議論を行う。

2. 最適移動モデルの具体例

モデル(1.1)-(1.3)の特徴は、移動速度が増殖率を与える関数 $E_i(u)$ が決まると自動的に決まることにある。従って、この節では $E_i(u)$ を具体的に与え

て我々の対象とする方程式がどのようなものかを考えてみよう。この節ではモデルの特徴的な性質をみるため $\varepsilon_i = 0$ として議論する。

2. 1 1種モデル

[I] Fisher型モデル

誕生 - 死滅による生物個体の供給が

$$F(u) = E(u)u = (1-u)u$$

で与えられる場合を線形拡散かつ移流項のない場合との類似でFisher型（最適移動）モデルと呼ぶ。このとき、

$$w = \lambda \partial_x (1-u) = -\lambda \partial_x u,$$

だから得られる方程式は、

$$(2.1) \quad \partial_t u = \partial_x [(d + \lambda u) \partial_x u] + (1-u)u,$$

となり密度依存拡散方程式と一致する。すなわち増殖率の空間的な勾配の高い方に移動することは混雑を避けて拡散することと同じ効果をもたらすことが分かる。(2.1)式に関しては、 $d = 0$ の場合も含めて解の挙動はかなり良く知られており、初期値が非負かつサポートがコンパクトならば、解は $t \rightarrow \infty$ のとき広義一様に 1 に収束する (Aronson [1] を参照)。

[II] 双安定モデル

誕生 - 死滅項が3次式

$$F(u) = (1-u)(u-a)u \quad (0 < a < 1),$$

で与えられる場合を考える。このとき、

$$w = \lambda \partial_x [(1-u)(u-a)] = \lambda (1+a-2u) \partial_x u,$$

となり得られる方程式は、

$$(2.2) \quad \partial_t u = \partial_x [\phi(u) \partial_x u] + F(u),$$

$$\phi(u) = d - \lambda(1+a)u + 2\lambda u^2,$$

となる。もし拡散項 $\phi(u)$ がないとすると平行状態 $u = 0$ と $u = 1$ は安定となるから、我々は (2.2) 式を双安定 (最適移動) モデルと呼ぶ。

$\phi(u)$ を変形すると、

$$\phi(u) = d + 2\lambda [u - (1+a)/4]^2 - \lambda(1+a)^2 / 8,$$

となり、 $\phi(u)$ の正負にしたがって、(2.2) 式の性質は大きく異なる。従ってそれぞれの場合を分けて考えよう。

(i) $d > \lambda(1+a)^2 / 8$ の場合

このときは、 $\phi(u) > 0$ だから (2.2) 式は放物型方程式になり解の性質は線形拡散の場合と同様になる。例えば、2つの安定な定常状態を結ぶ進行波解

$U(z)$ ($z = x + ct$) を考えてみよう。(2.2) 式より、 $U(z)$ に対する方程式は

$$(2.3) \quad c(d/dz)U = (d/dz)[\phi(U)(d/dz)U] + F(U),$$

$$U(-\infty) = 0, \quad U(+\infty) = 1,$$

となる。ここで、独立変数 z を未知関数 u を通して

$$dz/dy = \phi(u), \quad z(0) = 0,$$

により y に変換する。この変換により、(2.3) は

$$(2.4) \quad c(d/dy)U = (d/dz)^2 U + \phi(U)F(U),$$

$$U(-\infty) = 0, \quad U(+\infty) = 1,$$

と書ける。そのとき、非線形生成項が $F(u)$ から $G(u) = \phi(u)F(u)$ に変化する

るが、いま $\phi(u)$ は正だから零点は変化せず両者の符号は一致する。従って、方程式 (2.3) は双安定な生成項を持つ線形拡散方程式に対する進行波解の方程式 (2.4) に帰着することができた。方程式 (2.4) に対しては、ある c^* が一意に存在して、 $c = c^*$ のときに限り方程式 (2.4) は (平行移動を除いて) 単調な解をただ一つ持つことがよく知られている (Fife and McLeod [9] 参照)。さらにそのとき、 c^* の符号に対して次の関係がなりたつ：

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn} c^* &= \operatorname{sgn} \int_0^1 \phi(s)F(s)ds \\ &= \operatorname{sgn} [d(1-2a)/12 + (1-4a+5a^2)/60]. \end{aligned}$$

ところで、もし移動効果がない ($\phi = d$) とすると a が $1/2$ より少しでも小さいときには、サポートがコンパクトかつ非負の初期値に対して解は一様に $t \rightarrow \infty$ のとき 0 に収束する。それに対して、移動効果を含む場合は、上式から $a = 1/2$ のとき $\operatorname{sgn} c^* > 0$ がなりたつから、 a が $1/2$ より小さくても $\operatorname{sgn} c^* > 0$ であるかぎり、初期値が十分大きければ解は広義一様に $t \rightarrow \infty$ のとき 1 に収束することが示される ([9] および [17] 参照)。それ故、増殖率の大きい方へ移動することによって、ある場合には種の絶滅から逃れることが可能となる。

(ii) $d < \lambda(1+a)^2/8$ の場合

このときは、ある u_1 と u_2 ($0 < u_1 < u_2 < 1$) があって、 $u_1 < u < u_2$ なる u にたいして $\phi(u) < 0$ となり方程式 (2.2) は時間が逆の放物型方程式となり、我々の問題は適切でなくなる。ここで (1.3) 式による移動速度の局所的平均化が有効に働くことになる。そのことを次節で論じよう。こ

ここでは、Fisher モデル及び双安定モデル (i) のいずれの場合も安定な空間的
非一様解を持たない。従って、今の場合にだけ生物の集合現象を捉えることの
できる可能性があることを注意しておく。

2. 2 2種モデル

ここでは、 $u = u_1$, $v = u_2$, $w = w_1$, $z = w_2$, $\lambda = \lambda_1$, $\mu = \lambda_2$ と表
し、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ とする。

[I] 餌食-補食者モデル

もっとも簡単なロトカー-ボルテラ型の餌食-補食者モデル

$$F_1(u, v) = E_1(u, v)u = (\sigma - \alpha v)u,$$

$$F_2(u, v) = E_2(u, v)v = (-\rho + \beta u)v,$$

を考える。二つの種の移動速度は、

$$w = \partial_x E_1 = -\alpha \partial_x v, \quad z = \partial_x E_2 = \beta \partial_x u,$$

となるから、我々の方程式は、

$$(2.5) \quad \partial_t u = d_1 \partial_x^2 u + \lambda \alpha \partial_x (u \partial_x v) + (\sigma - \alpha v)u,$$

$$\partial_t v = d_2 \partial_x^2 v - \mu \beta \partial_x (v \partial_x u) + (-\rho + \beta u)v,$$

と書き表すことができる。このモデルでは、空間的な移動は、餌食 u に対して
は補食者 v が多くいる方から遠ざかる方向に起こり、補食者 v に対しては餌
食 u の多くいる方向に生じる。すなわち、補食者は餌食を追いかけることにな
る。それ故、我々はモデル (2.5) を餌食-補食者追跡モデル (prey-predator
chasing model) と呼ぼう。(2.5)式の移動項は、keller-Segel の走化性モデル
と同じ形であることを注意しておく。(2.5)式において拡散項がなくかつ生成項

もない方程式は Bertsch and Gurtin [2] により相似解を中心に調べられている。著者達の知る限りではそれ以外に (2.5)式に関係した仕事はなく、このモデル方程式の研究はこれからの課題である。

[II] 競争モデル

つぎに、ロトカーボルテラ型競争モデル

$$F_1(u, v) = E_1(u, v)u = (A_1 - a_1 u - b_1 v)u,$$

$$F_2(u, v) = E_2(u, v)v = (A_2 - a_2 u - b_2 v)v,$$

を考えよう。二つの種の移動速度は (1.3) よりそれぞれ、

$$w = \partial_x E_1 = -(a_1 \partial_x u + b_1 \partial_x v),$$

$$z = \partial_x E_2 = -(a_2 \partial_x u + b_2 \partial_x v),$$

となるから、方程式 (1.1)-(1.3) は、

$$(2.6) \quad \partial_t u = \partial_x [(d_1 + a_1 u) \partial_x u] + b_1 \partial_x (u \partial_x v) + F_1(u, v),$$

$$\partial_t v = \partial_x [(d_2 + b_2 v) \partial_x v] + a_2 \partial_x (v \partial_x u) + F_2(u, v),$$

と表すことができる。従って、この競争系では増殖率の大きい方へ移動することは、混雑を避けて拡散することと、相手の種が空間的に多い方から逃げようとするものの二つの効果をもたらすことになる。この形の交叉型拡散モデルは Levin [21]、そして先に述べた Shigesada, Kawasaki and Teramoto [26]、Mimura and Kawasaki [23] 等に於てすでに扱われている。また、生物の流れの量 J_i が総個体数の勾配に比例するとして、Gurtin and Pipkin [14] が導いたモデルは正に式(2.6)と一致する。ただし、彼らはもちろん生成項 F_i と生物の流れの量 J_i とは関係付けていない。生成項 F_i がなく拡散係数及びその他の

係数が特別な場合については、上記 [14] 及び Bertsch, Gurtin, Hilhorst, Peletierらの一連の論文 [3,4,5] に於て、二種の空間的な棲み分け解の存在を初めとして、生態学的に興味のある種々の数学的な結果を得ている。我々は、方程式(2.6)に関してロトカーボルテラ型とは少し異なった競争モデルについてその進行波解の形式的な特異摂動解析を行い、そして、モデル(2.6)が集合現象を過渡的に記述できることを示す数値実験結果を得ているが、その数学的に厳密な議論も含めて(2.6)式を解析することはこれからの課題である (Grindrod and Hosono [11] 参照)。

以上の考察を通して、生物種が各々の増殖率の高い方へ移動するという仮定は、これまでそれぞれ独立にモデル化されてきた空間分散様式を自然に与えることになり、それ故、増殖率と空間移動様式を上のように関係づけることはモデルとして意味があると考えられる。もちろん、それが正しいか否かは現実の生物の行動様式の研究によって決定されることは言うまでもない。

3. 双安定最適移動モデル

2節2. 1 [I] (ii)で考察したように、 $\varepsilon = 0$ のとき (2.2) は適切でない方程式になる (Payne [25], Levine and Payne [22] 参照)。それに対して、 $\varepsilon > 0$ と固定すると移動速度が平滑化されて、我々の問題は

$$(Eq) \quad \partial_t u = \partial_x (d \partial_x u) - \lambda \partial_x (wu) + F(u), \quad (x, t) \in I \times \mathbb{R}_+,$$

$$(I) \quad u(x, 0) = \psi(x), \quad x \in I,$$

$$(B) \quad \partial_x u(0, t) = \partial_x u(1, t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

となる。ここで、

$$(3.2) \quad F(u) = E(u)u = (1-u)(u-a)u, \quad (0 < a < 1),$$

$$(3.3) \quad w(x, t; \varepsilon) = K_\varepsilon[u] = \int_{\mathbb{R}} G_\varepsilon(x, y) \partial_y E(u)(y, t) dy,$$

である。この問題を (P_ε) と表し、問題 (2.1)(I)(B) を (P_0) と表す。このとき、拡散係数 d の大小にかかわらず正であれば問題 (P_ε) は適切になる。すなわち、問題 (P_ε) は (1.3) 式による問題 (P_0) の一種の正則化と見ることができ、それを示すのが次の定理である。

定理 1 (大域解の存在と一意性)

$\varepsilon > 0, d > 0$ を任意に固定する。そのとき、任意の $\psi \in H^1$ にたいして、問題 (P_ε) の一様有界な大域解 $u \in C([0, \infty); H^1(I))$ が一意に存在する。

(証明の方針) 局所的な解の存在と一意性は、D. Henry [16] の定理 3.3.3 と 3.3.4 を適用すればよい。大域解については、Green 関数の性質と関数 $E(u)$ と $F(u)$ の性質を用いて弱最大値原理の証明を適用すればよい。

定理 2 (閾値の存在)

もし、 $\|\psi\|_{H^1}$ が十分小さければ、 $t \rightarrow \infty$ のとき $\|u\|_{H^1} \rightarrow 0$ が成り立つ。同様に、 $\|\psi-1\|_{H^1}$ が十分小ならば、 $t \rightarrow \infty$ のとき $\|u-1\|_{H^1} \rightarrow 0$ となる。

(証明の方針) 標準的なエネルギー法による。

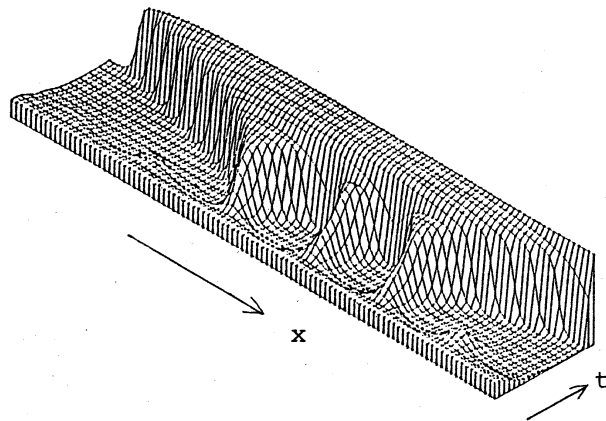


Fig. 2.

$$\begin{aligned}
 0 &\leq x \leq 10, \\
 d &= 0.1, \\
 \varepsilon &= 0.1, \\
 a &= 0.2, \\
 0.17 &\leq \psi(x) \leq 0.19.
 \end{aligned}$$

この定理により初期値に応じて、 $t \rightarrow \infty$ のとき u の行き先が異なることが分かる。もし移動項がなければ ($\lambda = 0$)、 $\sup |\psi| < a$ のときのとき $\sup |u| \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$) となる。ところが、 $(P\varepsilon)$ の解に対しては $\sup |\psi| < a$ であっても、初期値の擾乱が生物の集合を引き起こし、個体群密度が対応する力学系の閾値 a を越える場所ができてその結果、 $\sup |u| \rightarrow 1$ ($t \rightarrow \infty$) となる可能性がある。実際、そのことを示す数値実験結果が Fig. 2 である。この結果の数学的な議論はこれからの課題である。

さて、Fig. 2 は集合現象が現れた結果その生物種は生き延びることが可能になったこと、そして、いくつかの群衆が一かたまりになった後はその生息域が一定速度で広がっていくことを示している。すなわち、十分時間がたった後の解の挙動は進行波解で記述できることが予想される。我々は、[11] において ε が十分小さいとして特異摂動法を適用して進行波解を形式的に構成し、そのとき速度 c が一意に決まることを示した。初期値の擾乱からいくつかの群衆のかたまりの形成、それらの合体、そして生息域の拡大という時間発展の図式の解

析に関しては、two-timing 法 (Ei [6,7] 参照)、や力学系の理論の発展 (Hale [15] 参照) によりその可能性が生まれつつあると言える。

4. 群れ形成モデル

この節では、 $\Omega = \mathbb{R}$ とする。このとき、モデル方程式 (1.8)-(1.10) は次のような定常解を持つ ([18] 参照)。

定理 3 (単一の群れを表す定常解)

$0 < a < a^* = (m+1)/(m+3)$ と仮定し、 δ を任意の小さい正数とする。そのとき、(A) ある正数 ω^* と ε_0 が存在して、もし $r \geq 2\omega^* + \delta$ ならば、任意の $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ に対して、(1.8)-(1.10) は次のような定常解 $U(x, \varepsilon)$ をもつ；

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U(x, \varepsilon) = 1 \quad (x \in (-\omega^* + \kappa, \omega^* - \kappa) \text{ に関して一様}),$$

$$\text{supp } [U] \subset [-\omega^* - \delta, \omega^* + \delta],$$

(B) ある正数 σ^* と ε_1 が存在して、もし $r \geq \delta$ ならば、任意の $\varepsilon \in (0, \varepsilon_1)$ に対して、(1.8)-(1.10) は次のような定常解 $u(x, \varepsilon)$ をもつ；

$$\text{supp } [U] \subset [-\varepsilon \sigma^*, \varepsilon \sigma^*],$$

ここで、 κ は任意の小さい正数である。

この定理から、得られた解のサポートがコンパクトであることに注意すると、これらの解を平行移動して $U_i = U(x - x_i)$, $u_i = u(x - x_i)$ としたとき、それ

らのサポートの距離がお互い r より離れていればそれらを足し合わせたものも再び定常解になる。故に、定理の系として複数個の群れに分かれた定常解の存在が得られる。それを数値的に示したのが Fig. 3 である。この結果から、確かにモデル方程式 (1.8)-(1.10) が生物の集合と群れの形成を記述することが可能であることが示された。

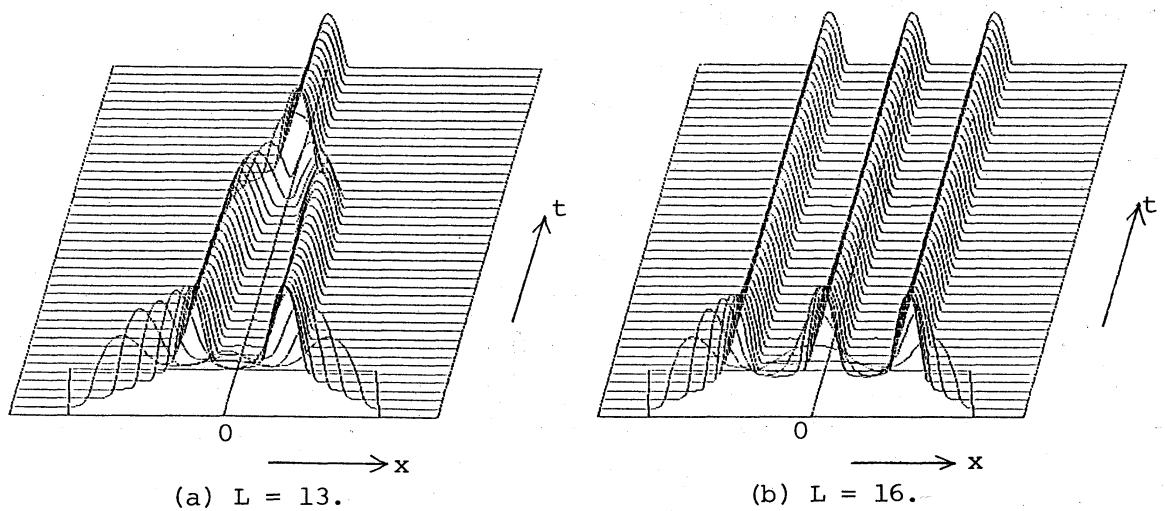


Fig. 3. $\varepsilon = \lambda = 1.0$, $a = 0.1$, $m = 2$.

$$\psi(x) = 1.0, \quad (|x| \leq L), \quad \psi(x) = 0.0, \quad (|x| > L).$$

さて、再び方程式 (Eq) を考えよう。移動速度の表現式 (3.3) を $\Omega = \mathbb{R}$ のときに書き下すと、

$$w(x, t; \varepsilon) = \lambda \left\{ \int_{-\infty}^x \exp[-(x-y)/\varepsilon] \partial_y E(u)(y, t) dy + \int_x^{+\infty} \exp[-(x-y)/\varepsilon] \partial_y E(u)(y, t) dy \right\} / 2\varepsilon$$

となる。上式で部分積分を行うと、

$$w(x, t; \varepsilon) = \lambda \int_{\mathbb{R}} k_{\varepsilon}(x-y) E(u)(y, t) dy,$$

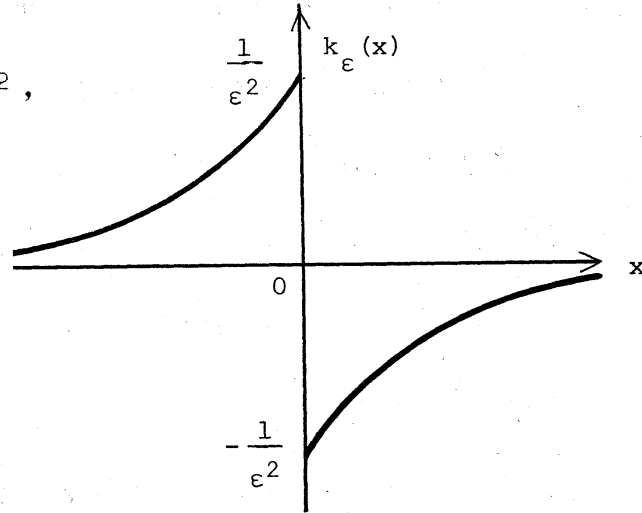
ここで、

$$k_\varepsilon(x) := [\exp(x/\varepsilon)]/2\varepsilon^2,$$

$$(4.1) \quad (x < 0),$$

$$:= -[\exp(-x/\varepsilon)]/2\varepsilon^2,$$

$$(x > 0),$$



(Fig. 4 参照)である。すなわち、

積分核 $k_\varepsilon(x)$ は (1.7) の積分核

$k(x)$ や (1.10) の積分核 $k_r(x)$

と似た性質を持っていることが分か

る (Fig. 1 を見よ)。さて、

Fig. 4.

$$\partial_y E(u) = (1+a)\partial_y u - 2u\partial_y u,$$

に注意して第一項は部分積分を行い、第二項はそのままにしておくと、

$$(4.2) \quad \partial_t u = \partial_x [d\partial_x u + 2\lambda u \int_{\mathbb{R}} G_\varepsilon(x,y)\partial_y u(y,t)dy] \\ - \lambda(1+a)\partial_x [u \int_{\mathbb{R}} k_\varepsilon(x-y)u(y,t)dy] + F(u),$$

と表現できた。 $G_\varepsilon(x,y) \rightarrow \delta(x)$ に注意すると右辺第一項は密度依存拡散と

同じ効果を持つ項と考えられる。そして、右辺第二項は群れ形成モデルと同じ

く仲間の多い方への移動効果を表す。ただし、そのとき仲間の数は重み (4.1)

をつけて数えている。このことから、 $d = 0$ のとき双安定最適移動モデルと群

れ形成モデルとは類似の性質を持つことが予想されるがそれを明らかにするの

は今後の課題である。

[References]

- [1] D.G. Aronson, Density dependent interaction-diffusion systems, in "Dynamics and Modelling of Reactive Systems", Academic Press, (1980), 161-176.
- [2] M. Bertsch and M.E. Gurtin, On predator-prey dispersal, repulsive dispersal, and the presence of shock waves, *Quart. Appl. Math.*, 46 (1986), 339-351.
- [3] M. Bertsch, M.E. Gurtin and D. Hilhorst, On interacting populations that disperse to avoid crowding: The case of equal dispersal velocities, *Nonlinear Anal.*, 11 (1987), 493-499.
- [4] M. Bertsch, M.E. Gurtin, D. Hilhorst and L.A. Peletier, On interacting populations that disperse to avoid crowding: preservation of segregation, *J. Math. Biology*, 23 (1985), 1-13.
- [5] M. Bertsch, M.E. Gurtin, D. Hilhorst and L.A. Peletier, On interacting populations that disperse to avoid crowding: The effect of a sedentary colony, *J. Math. Biology*, 19 (1984), 1-12.
- [6] S.I. Ei, The effect of non-local convection on reaction-diffusion equations, *Hiroshima Math. J.*, 17 (1987), 281-307.
- [7] S.I. Ei, Two-timing methods with applications to heterogeneous reaction-diffusion systems, *Hiroshima Math. J.*, 18 (1988), 127-160.
- [8] P.C. Fife, "Mathematical Aspects of Reacting and Diffusing

- Systems", Lecture Notes in Biomathematics, 20, Springer-Verlag, 1979.
- [9] P.C. Fife and J.B. McLeod, The approach of solutions of nonlinear equations to travelling front solutions, Arch. Rational Mech. Anal., 65 (1977), 335-361.
- [10] P. Grinrod, Models of individual aggregation or clustering in single and multi-species communities, (to appear in J. Math. Biology).
- [11] P. Grindrod and Y. Hosono, Travelling waves for systems modelling individual aggregation in ecological communities, (to appear in IMA J. Appl. Math.).
- [12] M.E. Gurtin, Some mathematical models for population dynamics that lead to segregation, Quart. Appl. Math., 32 (1974), 1-9.
- [13] M.E. Gurtin and R.C. MacCamy, On the diffusion of biological populations, Math. Biosci., 323 (1979), 35-49.
- [14] M.E. Gurtin and A.C. Pipkin, A note on interacting populations that disperse to avoid crowding, Quart. Appl. Math., 42 (1984), 87-94.
- [15] J. Hale, "Asymptotic Behavior of Dissipative Systems", Mathematical Surveys and Monographs No. 25, American Math. Soc., 1988.
- [16] D. Henry, "Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations",

- Lecture Notes in Mathematics No. 840, Springer-Verlag, 1981.
- [17] Y. Hosono, Traveling wave solutions for some density dependent diffusion equations, Japan J. Appl. Math., 3 (1986), 163-196.
- [18] Y. Hosono and M. Mimura, Localized cluster solutions of nonlinear degenerate diffusion equations arising in population dynamics, (to appear in SIAM J. Math. Anal.).
- [19] 川崎広吉, 拡散と空間分布の形成, 数理科学, 16 (1978), 47-52.
- [20] E.F. Keller and L.A. Segel, Initiation of slime mold aggregation viewed as an instability, J. Theoret. Biol., 26 (1970), 399-415.
- [21] S.A. Levin, Dispersion and population interactions, Amer. Natur., 108 (1974), 207-228.
- [22] H.A. Levine and L.E. Payne, Nonexistence theorems for the heat equation with nonlinear boundary conditions and for the porous medium equation backward in time, J. Diff. Equations, 16 (1974), 319-334.
- [23] M. Mimura and K. Kawasaki, Spatial segregation in competitive interaction-diffusion equations, J. Math. Biol., 9 (1980), 49-68.
- [24] A. Okubo, "Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models", Biomathematics, 10, Springer-Verlag, New-york, 1980.
- [25] L.E. Payne, "Improperly Posed Problems in Partial Differential Equations", Regional Conference Series in Applied Math., 22, SIAM,

1975.

- [26] N. Shigesada, K. Kawasaki and E. Teramoto, Spatial segregation of interacting species, *J. Theoret. Biol.*, 79 (1979), 89-99.
- [27] 重定南奈子-寺本英, 生物の拡散, *生物物理*, 22 (1982), 97-106.
- [28] 重定南奈子, 空間的すみ分けの数理モデル, *数理科学*, 16(1978), 40-46.