

測地学における数値計算

東京都立大学 石川甲子男

1. まえがき

測地学は古代エジプトでナイル河の氾濫にそなえて測量をする必要から端を発したと言われている。

当時から測地学は数学と対応していて、測地学が数学の発達を促し、数学が測地学の発展を助けたといわれる。これは現在にも至っており、有名な測地学者である GAUSS はまた有名な数学者であり、数々の数学上の功績をのこしている。

GAUSS が研究した非ユークリッド幾何学は明らかに地球楕円体上の幾何学が動機となっているし、彼が18才のときに考えたと言われる最小二乗法は、もともと天体の観測から「最も確からしい軌道を求めるためのもの」であった。現在、この最小二乗法は、自然科学のみならず社会科学においても広く用いられている。

従って、このような測地学において使われる数値計算は、膨大かつ多岐にわたっており、いわゆる電子計算機時代以前からも多くの研究がなされていた。

当然、測地学の分野にも比較的早期に電子計算機が導入され、それまでの手計算による数値計算のほとんどが電子計算機に移されている。

このように科学計算の一つとして多く用いられながら、他分野のようにあまり知られていない、測地計算について数値解析がどのように適用されているのか、またどのような問題があるかを述べて他分野の方への参考としたい。

2. 測地学の目的

このような測地学の目的は

- 1) 地球の形を求めること
- 2) 地球上の位置を求めること
- 3) 2点間の距離を求めること

である。

地球の形を知ると言う知的要求の他に、これらの応用として実用的にも現代的な要求が種々ある。すなわち

- 1) 地図の作成
- 2) 地籍図の作成

3) 土地利用計画

4) 都市計画

5) 道路計画

6) 国境の策定

7) 地殻変動 → 地震予知

などが挙げられる。これらは何れも精密な測量が伴う

(100万分の1程度の精度)。

3. 測地における数値計算

測地測量で扱う数値計算を大別すると

1. 測地線の計算 (楕円体上の)

2. 座標変換 (楕円体と平面の)

3. 最小二乗法 (観測値の処理)

4. 写像変換 (写真座標と測地座標の)

等がある。

このうち最小二乗法は特に頻度が高く、広域の三角測量、水準測量の網調整

計算に適用される。未知数は数十から数百におよび、最近では数千になるものも解くようになってきている。

これらの計算は電子計算機のない時代でも、手計算によって行われており、大勢の人が長時間をかけて解いていた。三

角点が20～30点（未知数が40～60）の計算をするのに半年から1年かけてようやく答を出していた。従って1等三角網（Fig.1）や一等水準網（Fig.2）の場合、関東地方とか奥羽地方とか1地方毎に計算を行い、それぞれを姑息な方法で接合していた。

電子計算機が利用できるようになって、計算可能な網の範囲は電子計算機の発達に伴って次第に広がり、関東地方と奥羽地方とを一緒に計算できるようになる、本州全体を一緒に計算できるようになる、と進んで現存では上述のように数百から数千点の三角点を同時に網調整計算が出来るようになったわけである。

4. 測地計算の問題点

このような測地計算は、ほとんどが10桁の計算精度を要求される。それは観測値そのものがすでに7～8桁の精度をもっており、計算の最終結果としての地球の位置を±1cmまで確定しようとする、約10桁必要となるからである。

もちろん局地的な計算については桁数を節約することもできるが、それでもやはり8桁は必要となる（100kmの距離を±1cmの精度で測定したものを処理する）。

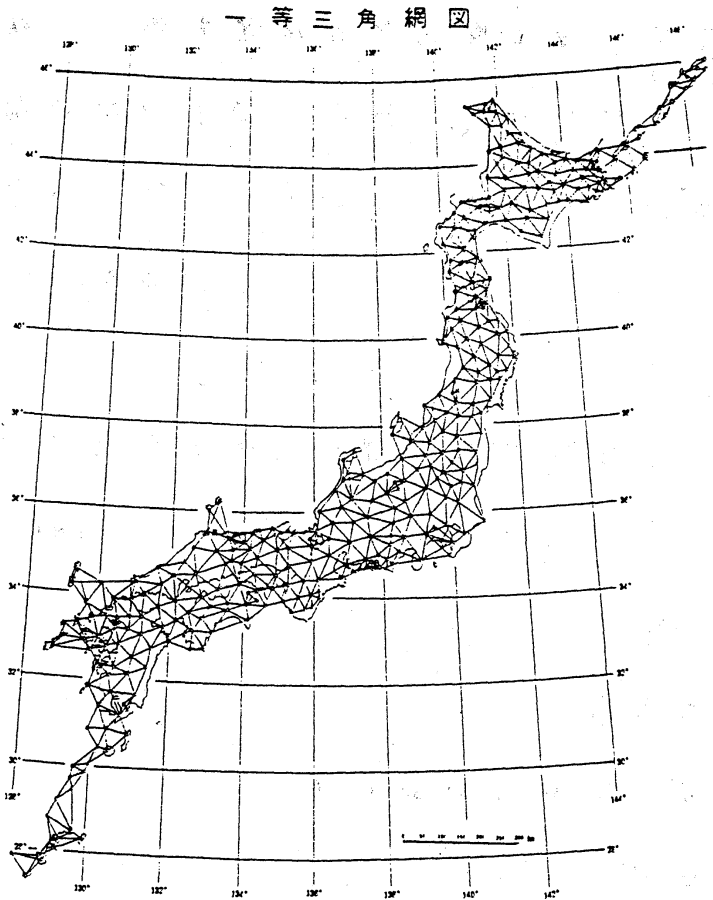


Fig.1 FIRST ORDER TRIANGULATION NET IN JAPAN

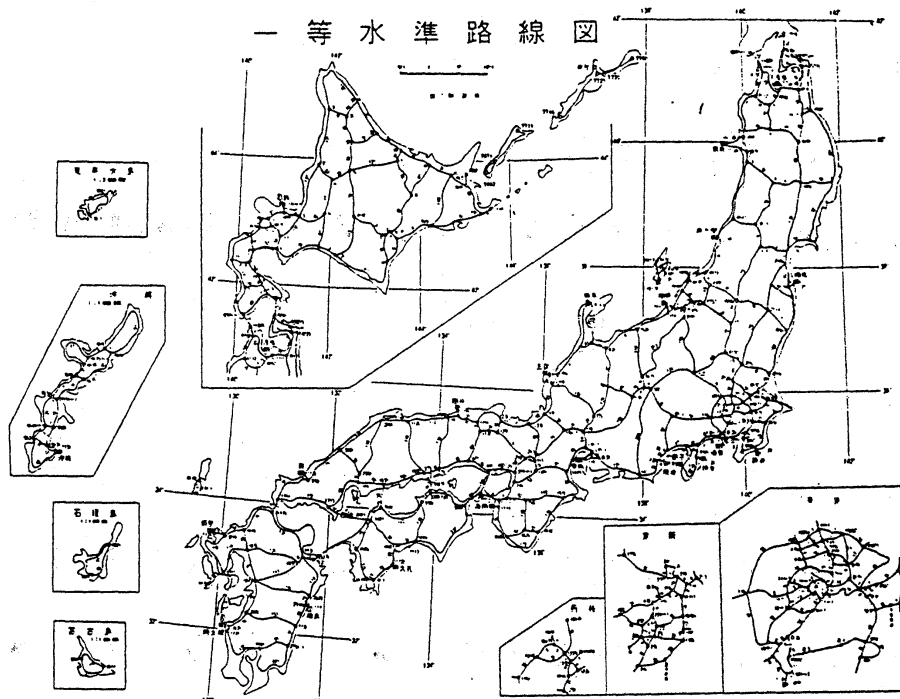


Fig.2 FIRST ORDER LEVELING NET IN JAPAN

さらにこれらの計算は一般に膨大な計算量を伴う。座標変換でも数百点連続して計算したり、最小二乗法では前記のように数千の未知数を求める計算が行われるようになった。所要精度を8桁とすると、計算時にはこれを上回る桁数が必要となる。

実際の観測は5～10年に1度の間隔で行われるのであるが、同じデータをいろいろな角度で計算したり、Simulationしたりすることも多い。

これらの点をまとめると

- 1) 比較的に高精度の計算を必要とする。
- 2) 多量の計算を必要とする。

につきる。

さらに現代的な要求としては

- 1) 計算方式の高精度化

桁落ちしないような計算方式の開発や高精度関数近似の導出

- 2) 計算の高速化

同じ計算機でもより早く処理を行うための努力。

- 3) 新しい観測方式の導入による計算方式の改良

従来の三角測量と多角測量を混合した形での観測網の処理、遠距離観測値の処理など。

4) 新しい観測装置による観測の計算処理方式の導入

V L B I (Very Long Base line Interferometer), G
P S (Global Positioning System) など新しい測量機
器の導入に伴う計算方式の導入

5) 新しい計算方式の導入

などがある。

これら进行处理するために従来から種々の工夫がこらされて
きている。

特に大次元の行列の計算については種々の方法が試みられ
ている。例えば日本の位置 (Fig.1) を考慮することによっ
て, Sparse Matrix とか帯状行列の手法を用いるとかが試み
られている。残念ながら, ほとんどの計算結果に Variance-
Covariance も求める必要があるため, C G 法, Relaxation
Method などのいわゆる反復法や, Householder の Q R 分解
法などをうまく利用することができないでいる。さらに一般
逆行列や Rank 欠陥の逆行列などの応用も行われている。

そのほか関数近似 (例えば子午線弧長の近似式), 統計解
析等の最近の成果が適用されてきている。

5. 結び

測地計算の特徴は、計算の内容は特に変わったものはない

が、桁数が多いことと計算量が膨大なことである。

従って、計算機も現在よく使われている32ビット・マシンのものでは、殆ど倍精度で計算しなければならず効率的ではない。今後の電子計算機が単に設計効率からだけでなく、このようなユーザーの見地からも検討される事を望みたい。

数学が測地学の発展を助けたように、電子計算機が測地学の飛躍的発展を助けたのであるが、測地学が数学の発展を促したように測地学が数値解析の発展にも寄与できるようになることを願っている。