数理解析研究所講究録
第 739 巻 1991 年 238-251

エマルションによる音波吸収

名大工　福本康秀　(Yasuhide Fukumoto)
東大教養　好村滋行　(Shigeyuki Komura)
東大教養　伊豆山健夫　(Takeo Izuyama)

§1. 序

粘性と熱伝導が存在するために、流体中を伝播する音波は減衰する。音波のエネルギー（並進の自由度）が音としては利用できない内部エネルギーに変換されるのが音波の吸収である。エネルギーの散逸率 $\dot{E}_{mech}$ は次のよく知られた公式によって与えられる。[1)]

$$\dot{E}_{mech}=-\frac{\kappa}{T}\int(\mathrm{grad}\,T)^2dV-\frac{1}{2}\eta\int\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}-\frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\right)^2dV -\zeta\int(\mathrm{div}\,\boldsymbol{v})^2dV. \tag{1}$$

ここに、T は温度、v_i は速度、κ は熱伝導率、η は（シアー）粘性率、ζ は第２粘性率である。

生体膜を音波処理して作られた同心球状の脂質多層膜を水の中に分散させたものをリポソームエマルションと呼ぶ。リ

ポソームエマルション中での超音波の音速ならびに減衰の測定は、生体膜の物性、特に相転移に対する興味から盛んに行なわれている。このような不均一な媒質においては、均一な媒質ではみられない特別な音波の吸収機構が存在する。粘性[2-4]や散乱による寄与も無視できない場合があるが、Isakovich[5]が指摘した熱伝導による吸収はきわめて重要である。２成分間の熱力学的性質（熱膨張率、密度、比熱）が異なるために、音波が通過する際に成分間に温度差が生じる。それに伴う成分間の熱交換の過程が圧縮と膨張（音波）の変化についていけないために付加的な吸収が起こるというのが、その主旨である。

Isakovich は音波（圧縮波）の波長が、温度波の波長及びエマルションの核間の距離よりも十分長いという仮定のもとで、１次元周期層状媒質及び単一の球形核の場合について、音速の分散と音波の吸収係数を計算した。好村ら[6]は、１次元周期層状媒質の場合について、任意の音波の波長領域で計算可能な方法を示し、新たな知見を得た。本件究では、３次元の多粒子系の相互作用の問題に焦点を当てる。エマルションは周期的に分散した球形核から構成されるとし、音波の波長に関しては、Isakovich と同じ仮定を採用する。

Isakovich は音速の分散と音波のを吸収を計算する公式を

直観的に与えた。§2ではそれを基礎方程式から導出する。§3では、周期的エマルションによる音波の吸収係数の低周波側で有効な表式を、接続漸近展開法（method of matched asymptotic expansions）を用いて求める。§4で簡単なまとめを行う。なお、表題はエマルションとしたが、以下に展開する理論はサスペンションやエアロゾルにも適用できる。

§2. Isakovich の公式の再導出

式(1)の第1項は熱伝導によるものである。これを $\dot{E}^{(t)}_{mech}$ と書いて適当な変形を行うと、

$$\dot{E}^{(t)}_{mech} = -\kappa \int_{S_\infty} \nabla T \cdot d\mathbf{S} + \frac{\kappa}{\theta} \int T \Delta T \, dV \tag{2}$$

を得る。ここで、θ は音波によるかく乱を受けていないときの媒質の温度で、T は温度のかく乱である。θ は媒質全体にわたって一様であると仮定する。単位質量当りの内部エネルギーを ε とおくと、エネルギー保存則は、線形化の後、次の形をとる。

$$\rho_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + p_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = \kappa \nabla^2 T. \tag{3}$$

ρ_0、 p_0 はかく乱を受けていないときの密度と圧力で、やはり一様であると仮定する。(3)と状態方程式 $p = p(\rho, T)$ と

$\varepsilon=\varepsilon(\rho, T)$ とを組み合わせると、熱伝導方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t}-\chi \Delta T-\frac{\theta\alpha}{\rho c_p}\frac{\partial p}{\partial t}=0 \tag{4}$$

が導ける。ここに $\chi=\kappa/(\rho c_p)$ は温度伝導度、$\alpha=-(\partial\rho/\partial T)_p/\rho$ は温度膨張率、c_p は単位質量当りの定圧比熱である。1次の微小量 p、T と $\boldsymbol{v}$ が $\exp(-i\omega t)$ という時間依存性をもつとしよう。(4)を(2)に代入して、1周期にわたる時間平均（$\bar{\ }$）をとると、

$$|\overline{\dot{E}^{(t)}_{mech}}|=-\int \alpha\,\overline{\frac{\partial T}{\partial t}p}\,dV=-\frac{\omega}{2}\int \alpha\, I_m(p^{*}T)\,dV \tag{5}$$

が残る。＊は複素共役をとることを意味する。音波の吸収係数 δ は、音速Cと音波のエネルギーEを用いて、

$$\delta=\frac{|\overline{\dot{E}^{(t)}_{mech}}|}{2C\overline{E}}\ ,\qquad \overline{E}=\int \rho_0\overline{v^2}\,dV \tag{6}$$

で与えられる。

さて、音波の波長 λ は、エマルションの不均一さを特徴つける長さ、及び、温度波の波長 $\lambda_T\ (=(2\chi/\omega)^{1/2})$ よりも十分長いと仮定する。λ_T は温度境界層の厚さでもある。以上の仮定より、

$$p\sim A_0 e^{-i\omega t},\qquad T\sim A_0 e^{-i\omega t}\mathcal{T}(\mathbf{r}),$$
$$v\sim p/(\rho_0 C),\qquad C\sim C_{LL}=\sqrt{1/(\langle\rho_0\rangle\langle\beta/\gamma\rangle)} \tag{7}$$

を(5)、(6)に代入すると、

$$\delta \sim \frac{1}{2}\omega\langle\rho_0\rangle C_{LL}\,\mathrm{Im}\langle\alpha J\rangle \tag{8}$$

に帰着する。＜＞は体積平均を表す。(7)のC_{LL}は熱伝導がないときの平均断熱音速で、その由来は、

$$C=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S}=\sqrt{\gamma\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}=\sqrt{\frac{\gamma}{\beta\rho_0}}, \tag{9}$$

$$\gamma=\frac{C_p}{C_v}\quad,\qquad \beta=\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \tag{10}$$

である。

式(8)がIsakovichが与えた公式の最低次に相当する。彼は次の式を用いた。

$$k+i\delta=\omega\sqrt{\langle\rho_0\rangle\langle\beta p-\alpha T\rangle/p}\,. \tag{11}$$

§3. 周期エマルションによる音波吸収

高周波領域においては各粒子のまわりの温度境界層が薄く、隣接する粒子の熱伝導に影響を及ぼさない。このときには、Isakovichの結果を利用できる。しかしながら、低周波領域では各粒子のまわりの温度境界層が厚くなり、その中に複数のまわりの粒子が含まれるようになる。その場合、まわりの粒子が熱伝導に著しい影響を及ぼすことが予想される。

本節では、相互作用の効果を調べる手始めとして、周期格子点の上に並べられた球状粒子からなるエマルション中での音波の吸収係数を与える表式を導く。周期格子を考えるのはランダム分布の場合に比べて扱いが容易であるというのが大きな理由であるが、電荷を帯びたコロイド粒子系がお互いのクーロン反発力のために周期格子をなすという報告もあり、[7),8)] 必ずしも非現実的な問題設定とは言えない。

§2で述べた仮定のもとでは、解くべき方程式(4)と境界条件は

$$\Delta \tilde{T}_i - 2 i n_i^2 \tilde{T}_i + 2 i n_i^2 \theta \alpha_i / (\rho_i C_{p i}) = 0, \tag{12}$$

$$n_i = [\omega \rho_i C_{p i} / (2 \kappa_i)]^{1/2}, \tag{13}$$

球の表面で

$$\tilde{T}_1 = \tilde{T}_2, \quad \kappa_1 \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial n} = \kappa_2 \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial n} \tag{14}$$

となる。ここに、$\tilde{T}_i$ は(7)で定義された規格化された温度で、下付き添字 i は i = 1のとき球形核内の、 i = 2のとき溶媒の物理量であることを意味する。∂/∂n は法線方向の微分を表す。球形核の中心は、次式で定義される周期格子点上に固定されているものとする。

$$\mathbf{r}_n = n_1 \mathbf{a}^{(1)} + n_2 \mathbf{a}^{(2)} + n_3 \mathbf{a}^{(3)}, \quad (n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots). \tag{15}$$

$\mathbf{a}^{(i)}$ は基本ベクトルと呼ばれる。音波中では核の中心はゆらいでいるが、ゆらぎが微小な場合には、熱伝導による吸収に

は効かないと考えられる。球の半径をa、隣り合う核間の代表的な距離をhとしよう。§2の仮定に加えて、隣接球が温度境界層の厚さと同じくらいの距離に位置するものとする。すなわち、

$$a \ll \lambda_T (= 1/n_2) \sim h \ll \lambda \tag{16}$$

を要請する。

格子点上に置かれた1つの球に着目しよう。その内外に実現される温度場は、球の内部及びごく近傍においては球対称性が卓越するが、球から離れた所では格子上の他の球の影響を受けて、球対称性よりもむしろ格子の対称性が効く。そこで、特異摂動法の一つである接続漸近展開法を用いて、領域を2つに分けて方程式の解を別個に求め、中間の重なり合う領域でそれらを接続させるやり方で解を構成する。

着目している球形核の中心（ここを原点に選ぶ）から最近接の核の中心を結んだ並進ベクトルの垂直二等分面のすべてによって囲まれた単位格子を考える。この領域はWigner-Seitzセルと呼ばれる。このセルを、球の近傍 $r' \sim O(a)$ の内部領域と、$r' \sim O(\lambda_T)$ 及びその外側の外部領域とに分ける。' は次元をもつ長さであることを意味するここだけの約束である。仮定(16)よれば、セルの境界は外部領域にあることになる。以下のように内部変数 $\mathbf{r}$ 及び外部変数 $\tilde{\mathbf{r}}$ を導入し、

$$\mathbb{r}=\mathbb{r}'/a,\quad \hat{\mathbb{r}}=n_2\mathbb{r}'=\sqrt{S}\,\mathbb{r}\quad;\quad S\equiv(n_2 a)^2\quad[\ll 1], \tag{17}$$

式(12)-(14)を無次元化した結果は次のようになる。

$$\mathcal{T}_1\equiv\tilde{T}_1+\theta\alpha_1/(\rho_1 c_{p1}),\quad \mathcal{T}_2\equiv\hat{T}_2+\theta\alpha_2/(\rho_2 c_{p2}), \tag{18}$$

内部領域で、

$$\Delta\tilde{T}_1=2i\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 S\tilde{T}_1\qquad \text{for } r<1, \tag{19}$$

$$\Delta\hat{T}_2=2iS\hat{T}_2\qquad \text{for } 1<r\leq R_i/a, \tag{20}$$

$$\mathcal{T}_1=\mathcal{T}_2,\qquad \kappa_1\frac{\partial\mathcal{T}_1}{\partial r}=\kappa_2\frac{\partial\mathcal{T}_2}{\partial r}\qquad \text{at } r=1, \tag{21}$$

外部領域で、

$$\hat{\Delta}\tilde{T}_2=2i\tilde{T}_2\qquad \text{for } \hat{r}\geq n_2 R_i, \tag{22}$$

$$\mathrm{grad}\,\tilde{T}_2\cdot\mathbb{n}=0\qquad \text{on the boundary of the W.-S. cell.} \tag{23}$$

ここで、R_iは内部と外部領域の境界となる半径の目安である。

式(19)-(23)の解を微小パラメーター $S^{1/2}$ による摂動展開

で求めるのであるが、相互作用の効果を最低次取り込むため

には、

内部解

$$\tilde{T}_1=\tilde{T}_1^{(0)}+S\hat{T}_1^{(1)}+S^{3/2}\tilde{T}_1^{(3/2)}+S^2\tilde{T}_1^{(2)}+S^{5/2}\tilde{T}_1^{(5/2)}+\cdots, \tag{24}$$

$$\tilde{T}_2=\tilde{T}_2^{(0)}+S\hat{T}_2^{(1)}+S^{3/2}\tilde{T}_2^{(3/2)}+S^2\hat{T}_2^{(2)}+S^{5/2}\hat{T}_2^{(5/2)}+\cdots, \tag{25}$$

外部解

$$\tilde{T}_2\doteq S^{3/2}\hat{T}_2^{(3/2)}+S^2\tilde{T}_2^{(2)}+S^{5/2}\hat{T}_2^{(5/2)}+S^3\tilde{T}_2^{(3)}+\cdots \tag{26}$$

が必要である。

外部領域には特別与えられた場は存在しないから、

$$\tilde{T}_2^{(0)},\ \tilde{T}_2^{(1)} \to 0 \qquad \text{as } r \to \infty \tag{27}$$

の条件下で(19)-(21)を解いて、0(S^0)、0(S^1)の内部解

$$\begin{cases} \tilde{T}_1^{(0)} = \theta\left(\dfrac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p_2}} - \dfrac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p_1}}\right) \equiv \Theta, \\ \tilde{T}_2^{(0)} = 0, \end{cases} \tag{28}$$

$$\begin{cases} \tilde{T}_1^{(1)} = \dfrac{i}{3}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2 \Theta \left[r^2 - \left(\dfrac{2K_1}{K_2} + 1\right)\right], \\ \tilde{T}_2^{(1)} = -\dfrac{2iK_1}{3K_2}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2 \Theta \dfrac{1}{r} \end{cases} \tag{29}$$

を得る。式(29)は 0(S$^{3/2}$) の外部解に対する接続条件

$$\tilde{T}_2^{(3/2)} \sim -\frac{2iK_1}{3K_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \Theta \frac{1}{\tilde{r}} \qquad \text{as } \tilde{r} \to 0 \tag{30}$$

を与える。

条件(30)のもとでは、(22)と(23)は次式と等価になる。

$$\tilde{\Delta}\tilde{T}_2^{(3/2)} - 2i\,\tilde{T}_2^{(3/2)} = 4\pi\left(\frac{2iK_1}{3K_2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \Theta \sum_{\mathbf{n}} \delta(\tilde{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{r}}_n) \,. \tag{31}$$

橋本[9]に習って、解を Fourier 級数で表現すると、

$$\tilde{T}_2^{(3/2)} = \frac{A}{\pi\tau_0} \sum_{\mathbf{k}} \frac{e^{-2\pi i(\mathbf{k}\cdot\tilde{\mathbf{r}})}}{k^2 + \dfrac{2i}{4\pi^2}} \ ; \ A \equiv -\frac{2iK_1}{3K_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \Theta \tag{32}$$

となる。ここで和はすべての逆格子ベクトルの上でとるものと約束する。すなわち、

$$\mathbb{k}=l_1\mathbb{b}^{(1)}+l_2\mathbb{b}^{(2)}+l_3\mathbb{b}^{(3)}, \qquad (l_1,l_2,l_3=0,\pm 1,\pm 2,\cdots),$$
$$\mathbb{b}^{(1)}=\mathbb{a}^{(2)}\times\mathbb{a}^{(3)}/\tau_0,\ \mathbb{b}^{(2)}=\mathbb{a}^{(3)}\times\mathbb{a}^{(1)}/\tau_0,\ \mathbb{b}^{(3)}=\mathbb{a}^{(1)}\times\mathbb{a}^{(2)}/\tau_0,$$
$$\tau_0=\mathbb{a}^{(1)}\cdot(\mathbb{a}^{(2)}\times\mathbb{a}^{(3)}) \qquad (33)$$

$0(S^{3/2})$以降の内部解の接続条件を導くために、(32)の $\tilde{r}\to 0$ における振舞いを知る必要がある。それには Ewald の方法[9,10]がすぐれている。概略は次の通りである。まず、(32)を

$$\tilde{T}_2^{(3/2)}=\frac{A}{\tau_0}\sum_{\mathbb{k}}\int_0^\infty e^{-\pi(k^2+\frac{2i}{4\pi^2})\beta-2\pi i(\mathbb{k}\cdot\tilde{\mathbb{r}})}d\beta \qquad (34)$$

と変換し、適当なパラメーターηを導入して、これを 0 から η と η から∞までの積分とに分ける。前者に対して公式

$$\sum_{\mathbb{k}}e^{-\pi k^2\beta-2\pi i(\mathbb{k}\cdot\hat{\mathbb{r}})}=\frac{\tau_0}{\beta^{3/2}}\sum_{\mathbb{n}}e^{-\pi(\hat{\mathbb{r}}-\hat{\mathbb{r}}_n)^2/\beta} \qquad (35)$$

を適用すると、和の収束が著しく速くなる。積分変数の変換を2回行った後に得られた結果を $\tilde{r}\to 0$ で評価すると、

$$\tilde{T}_2^{(3/2)}\sim A\left\{\frac{1}{\tilde{r}}-[1+i+d]+i\tilde{r}-\frac{i}{3}[1+i+d]\tilde{r}^2+\cdots\right\} \qquad (36)$$

を得る。ここで、

$$d=\frac{2}{\sqrt{\eta}}e^{-\frac{i\eta}{2\pi}}-(1+i)\mathrm{Erfc}\left(\frac{1+i}{2}\sqrt{\frac{\eta}{\pi}}\right)-\sum_{\mathbb{n}}{}'\left\{\frac{e^{(1+i)\tilde{r}_n}}{2\tilde{r}_n}\mathrm{Erfc}\left(\tilde{r}_n\sqrt{\frac{\pi}{\eta}}+\frac{1+i}{2}\sqrt{\frac{\eta}{\pi}}\right)\right.$$

$$+\frac{e^{-(1+i)\hat{r}_n}}{2\hat{r}_n}\mathrm{Erfc}\left(\hat{r}_n\sqrt{\frac{\pi}{\eta}}-\frac{1+i}{2}\sqrt{\frac{\eta}{\pi}}\right)-\frac{\eta}{\tau_0}\sum_{\mathbb{k}}\int_1^\infty e^{-\pi\left(k^2+\frac{2i}{4\pi^2}\right)\eta\xi}d\xi, \quad (37)$$

$$\mathrm{Erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty e^{-\xi^2}d\xi. \quad (38)$$

(36)が内部解に対する接続条件を提供する。

上記の作業を続けた後、全領域にわたる温度分布が以下の形に定まる。

$$T_1=\frac{\theta\alpha_1}{\rho_1 c_{p_1}}+\Theta+\frac{i}{3}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2\Theta S\left[r^2-\left(\frac{2\kappa_1}{\kappa_2}+1\right)\right]+\frac{2i\kappa_1}{3\kappa_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(1+i+d)\Theta S^{3/2}$$
$$+\cdots \quad \text{for} \quad 0<r<1, \quad (39)$$

$$T_2=\frac{\theta\alpha_2}{\rho_2 c_{p_2}}-\frac{2i\kappa_1}{3\kappa_2}\Theta S^{3/2}\frac{1}{\hat{r}}+\frac{2i\kappa_1}{3\kappa_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2(1+i+d)\Theta S^{3/2}+\cdots$$
$$\text{for} \quad n_2 a<\hat{r}\le n_2 R_i, \quad (40)$$

$$T_2=\frac{\theta\alpha_2}{\rho_2 c_{p_2}}+\frac{(S^{3/2}A+S^{5/2}B+S^3C+\cdots)}{\pi\tau_0}\sum_{\mathbb{k}}\frac{e^{-2\pi i(\mathbb{k}\cdot\hat{\mathbb{r}})}}{k^2+\frac{2i}{4\pi^2}}$$
$$\text{for} \quad \hat{r}\ge n_2 R_i, \quad (41)$$

$$B\equiv\frac{2\kappa_1}{3\kappa_2}\Theta(n_1 a)^2\left[(n_2 a)^2-\frac{2}{3}\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2}+\frac{1}{5}\right)(n_2 a)^2\right]\frac{1}{(n_2 a)^4}, \quad (42)$$

$$C\equiv\frac{4\Theta}{9}\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\right)(n_1 a)^2(1+i+d)\left[\frac{\kappa_1}{\kappa_2}(n_1 a)^2-(n_2 a)^2\right]\frac{1}{(n_2 a)^4}. \quad (43)$$

(39)-(43)を(11)に代入すると、積分は容易に実行できて、

$$C \equiv \frac{\omega}{k} = C_{LL}\left\{1 - \frac{\epsilon C_{LL}^2}{2}\rho\rho_1 C_{p_1}\theta\left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p_1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p_2}}\right)^2\left[1 - \frac{2K_1}{3K_2}(1 + I_m d)(n_1 a)^2 (n_2 a)\right]\right\}, \tag{44}$$

$$\delta = \frac{\omega}{3}\epsilon C_{LL}\rho\rho_1 C_{p_1}\theta\left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p_1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p_2}}\right)^2\left[\left(\frac{K_1}{K_2} + \frac{1}{5}\right)(n_1 a)^2 - \frac{K_1}{K_2}(1 + R_e d)(n_1 a)^2 (n_2 a)\right] \tag{45}$$

に到達する。 ε は分散粒子の体積分率を表す。

(44)と(45)は低周波 [$S^{1/2} = a(\omega/2\chi_2)^{1/2} \ll 1$] で有効な表式である。相互作用による補正 d は $n_2 h$ の関数で、周波数に弱く依存する。d の計算はまだ実行していないが、 $n_2 h \to 0$ と $n_2 h \gg 1$ の極限ついては議論することが可能である。

i) $n_2 h \gg 1$ の場合

粒子同士が互いに十分離れていて、各粒子の温度境界層のはるか外側に隣接する粒子が位置する場合である。もちろん、この場合 d = 0 となって、相互作用の効果は無視できる。(44)、(45)は Isakovich が導いた結果に帰着する。

ii) $N n_2 h \ll 1$ ($N \gg 1$) の場合

周波数が十分小さい結果、各粒子の境界層が十分に厚くなって、その中に∞個の粒子が含まれてしまう場合である。この極限においては、橋本[9)]の計算結果が利用できて、

単純格子に対しては、

$$\delta = \frac{\omega}{3}\epsilon C_{LL}\rho\rho_1 C_{p_1}\theta\left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p_1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p_2}}\right)^2\left[\frac{K_1}{K_2}(1 - 1.76\epsilon^{1/3}) + \frac{1}{5}\right](n_1 a)^2, \tag{46}$$

面心立方、体心立方格子に対しては、

$$\delta=\frac{\omega}{3}\epsilon C_{LL}\rho\rho_1 C_{p_1}\theta\left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p_1}}-\frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p_2}}\right)^2\left[\frac{K_1}{K_2}\left(1-1.79\epsilon^{1/3}\right)+\frac{1}{5}\right](n_1 a)^2 \tag{47}$$

となる。補正項が $\varepsilon^{1/3}$ に比例するのは周期格子系に固有の性質で、低周波では、わずかな濃度の場合でも、吸収係数が大きく変更を受けることを意味する。相互作用の効果で吸収係数が減少するのは、次の事情によるものと想像される。音波による圧縮のために、核内の温度の方が溶媒よりも高くなったとしよう。核の内部から溶媒へ熱が流出するが、それがすべての核について同様に起こったとすると、結局１つの核にとっては、まわりの核から熱が供給されていることになる。従って、核が１つしかない場合に比べて、まわりに核が存在した方が全体的に温度勾配は小さくなる。その結果、核と溶媒間の熱のやりとりは抑えられ、音波の吸収が小さくなる。

§４．まとめ

周期エマルション中における音速の分散と音波の吸収に対する粒子間相互作用による補正の低周波領域で有効な表式を導出した。ここでは、熱伝導の効果のみに着目した。　粘性の効果の研究も大変盛んであるが、筆者らの知る限りでは、相互作用を取り入れた満足な理論はまだ提出されていないよ

うである。また、より現実的な、粒子分布がランダムな場合やいくつかの粒子が凝集を起こす場合などについても是非調べる必要があると考えている。

REFERENCES

1) L.D.Landau and E.M.Lifshitz: "Fluid Mechanics" (Pergamon, Oxford) Chap.8.

2) P.S.Epstein and R.R.Carhart: J.Acoust.Soc.Amer. 25 (1953) 553.

3) J.R.Allegra and Hawley: J.Acoust.Soc.Amer. 51 (1972) 1545.

4) R.L.Gibson,Jr. and M.N.Toksöz: J.Acoust.Soc.Amer. 85 (1989) 1925.

5) M.A.Isakovich: Zh.Eksperim.i Teor.Fiz. 18(1948)907.

6) S.Komura, T.Miyazawa, T.Izuyama and Y.Fukumoto: to be published.

7) N.Imai: private communication.

8) A.J.Hurd, N.A.Clark, R.C.Mockler and W.J.O'sullivan: Phys.Rev.A 26 (1982) 2869.

9) H.Hasimoto: J.Fluid Mech. 5 (1959) 317.

10) P.P.Ewald: Ann.Phys. 64 (1921) 253.