

Classical Combinatorics and Elliptic Curves with large rank over \mathbb{Q} — Néron's method made explicit

立教大理 塩田 徹治

標題の前半は、現今の“combinatorics” と言うと、知らない筆者の立場を明かすために、“combinatorics” の正体は、ういゝ點を打ちつけたのであつた。一方では、この分野の発祥の地が、19 世紀前半から中葉、後半にかけての、近代数学の揺籃地における代数方程式論への群の概念の導入 (Galois, Jordan, ...) や、幾何学における幾つかの興味深い論争の研究 (Cayley, Hesse, Steiner, ...) にあることを想起することは、必ずしも無意味ではなからうと考へたことである。

即ち “classical combinatorics” の意義によつて、algebra, geometry, arithmetic と密接に関連して生じた combinatorial objects (偶然) とししている。この視点は、現代におけるもの (あるいは、計算機・代数の現代こそ) かなり有用であるように思ふ。そしてその一例を提示してみようといふ次第である。

実は坂内氏がこのレポに言うようにお招きした
 ときは、"Mordell-Weil lattices と Sphere Packings"
 について話すことを考えた。しかし、この頃には '90春
 の学会で話したこともあった。その話を Introduction
 として、より立入った話を、或は証明をすれば意義があ
 りが、そりいっしょに話さぬまい。次に "Introduction to
 Mordell-Weil lattices" とでもいって、rank の比較の
 小さい、例として A_2 と MWL とした elliptic curves
 (or elliptic surfaces) について話すことも考えた。

代数学何に不慣れな combinatorists も居るからさうさ、
 このよりな易しい λ -model をとって、MWL の定義と基本
 の性質を解説すること。興味はわかぬから。

しかし、'90秋の学会においても、MWL の理論と関係
 について総合講演をする機会があった。その後、以前から
 一度本格的に同じことをしようと決めた "高 rank をもつ
 \mathbb{Q} 上の elliptic curves" の構成についての Néron の方法
 を再考してみた。その結果、この理解とこれと Néron の
 満文が、実にすばらしい idea (代数学何と整数論 2 方
 がある) によっていて、これを MWL の視点から見ると、
 "構成のピルゴリ" (可逆) といふことが分る。

Néron の方法は、(2次元)射影平面 \mathbb{P}^2 の中の 3 次曲線

と、その上の9個の点の配置についての幾何学的考察が、本
 文である。この状況は、はじめに述べる "classical combinatorics"
 の考察と対応して、 \mathbb{P}^3 内の3次曲面上の27本の lines,
 または、 \mathbb{P}^2 内の4次曲線の28本の double tangents, 等
 としうと包含する所謂 del Pezzo 曲面の理論 (cf. Manin)
 において、はじめよく理解される^{性質の}ものがある。このように
 標題の前半は、後半に比べて解がしうものがある。

要旨. このような考察から、標記の講演を行い、とくに終り
 に "rank ≥ 11 の \mathbb{Q} 上の elliptic curves の 無限族"
 の実例の構成を述べた。これは、6本では、(世界で)初めて
 ものである。rank ≥ 12 のものは、^(存在性)未だに
 である。

講演を再録する6月号の全誌が10月のものである。(後半の)詳細は
 文献を参照してほしい。

— o —

Manin, Ju.: Cubic Forms (North Holland).

Néron, A.: Propriétés arithmétiques de certaines
 familles de courbes algébriques, Proc. ICM 1954, III.

Shioda, T.: Theory of MWL. Proc. ICM 1990 (to appear)

" : An infinite family of elliptic curves over
 \mathbb{Q} with large rank via Néron's method, Preprint (1990)

1/24/91.