数理解析研究所講究録
第 802 巻 1992 年 103-118

混合系直交表における主効果と交互作用の交絡について

東京理科大学　宮川雅巳（Masami MIYAKAWA)

1．はじめに

工業実験においては古くから直交表を用いた一部実施計画が割り付けと解析の容易さより広く用いられている。過去において多く用いられてきた直交表はＬ8、Ｌ16あるいはＬ27といった素数べき型の直交表である。ここに素数べき型とは実験回数が素数べきで、素数が水準数に対応している。標準的な素数べき型直交表では、ある２列に割り付けた２因子間の交互作用が特定の列のみに現れ、その他の列に割り付けた因子の主効果とは一切交絡しないという性質をもつ。この性質は、特定の交互作用を検出し、それをアクションに結び付けるという立場からは有効である。

一方、近年工業実験ではパラメータ設計と呼ばれる実験計画法が急速に普及している。そこでは、田口[7]のＬ12あるいは田口[6]のＬ18といった混合系直交表の利用が薦められている。ここで混合系とは、実験回数を素因数分解したときに、複数の素数が現れるものをいう。

Ｌ12は12×12のアダマール行列より導かれるものである。また、田口[6]のＬ18直交表は、１つの２水準列と７つの３水準列からなる１８行で構成されている。もともと、Ｌ18直交表は３水準系の１８行、７列の強さ２の直交表として、Bose and Bush [1]において与えられているが、それには２水準列がないので（３水準列の中身は田口[6]と同一であるが）、ここではあえて区別する。

これらの直交表の性質として、ある２列に割り付けた２因子間の交互作用が他の列に交絡することが知られている。すなわち、Ｌ12においては、２つの２水準因子間に交互作用があれば、それは１２行という行数より必然的に他の２水準因子の主効果に交絡する。同

様にＬ18においても、２つの３水準因子間に互作用があれば、それは１８行という行数より必然的に他の３水準因子の主効果に多少なりとも交絡する可能性がある。

ところで、Ｌ18などのいわゆる混合系直交表において、２列間の交互作用が他の列にどのように分配されているかについては、定性的な記述や部分的な検討が、富士ゼロックス(株)ＱＣ研究会編[3]や芳賀ら[4]によってなされているものの、定量的なまとまった結果は見かけない。本論文では、Ｌ12とＬ18に限って、交互作用の出現パターンを総当りで調べた。同時に、交絡の大きさを定量的に評価した。これより、Ｌ18についてはいくつかの割り付けの指針を得ることができた。

2. 交絡パターンの洗い出し

2.1 調べ方と同値関係

ある２列に割り付けた２因子間の交互作用と他の１列に割り付けた因子の主効果との交絡のパターンを調べていく。以下、交互作用を考える２つの因子名をＡ、Ｂとし、この交互作用との交絡が問題となる因子名をＣとしよう。調べ方はいたって単純で、ＡとＢをそれぞれ割り付けた２列が構成する２元表の各セルにＣを割り付けた列の水準数を入れるという操作をすべての組合せに対して行うだけである。

ところで、交互作用と主効果の交絡の仕方をいくつかのパターンに分類する際、交絡の仕方に関して同値関係を定める必要がある。ここでは、

「Ａ、Ｂ、Ｃの各列の水準名の入れ替えで可換な関係にあるもの同士は同値関係にある」

とする。水準名の入れ替えによって、たとえば３因子とも３水準の場合、自由度４の交互作用の大きさと自由度２の主効果の大きさは変わらない。もちろん、Ａ、Ｂが計量因子の場合、１次×１次の交互作用などは水準名の入れ替えで変わってしまうが、これについて

は、次章で改めて考慮する。

2.2 L12について

L12の場合は表1に示す一通りになる。

表1　L12での交絡パターン

	B1	B2
A1	1	1
	1	2
	2	2
A2	1	1
	2	1
	2	2

2.3 L18で3因子ともに3水準の場合

L18では、結果的に、各パターンを特徴付ける際、交互作用を表2に示すような自由度2のab系、a^2b系の成分（たとえば奥野、芳賀[2]）に分けて考えるのが便利である。A、Bの水準名の入れ替えで、ab系とa^2b系が入れ替わる。

表2-1　ab系交互作用

	B1	B2	B3
A1	$(\alpha\beta)_1$	$(\alpha\beta)_2$	$(\alpha\beta)_3$
A2	$(\alpha\beta)_2$	$(\alpha\beta)_3$	$(\alpha\beta)_1$
A3	$(\alpha\beta)_3$	$(\alpha\beta)_1$	$(\alpha\beta)_2$

表2-2　a^2b系交互作用

	B1	B2	B3
A1	$(\alpha\beta)_1$	$(\alpha\beta)_2$	$(\alpha\beta)_3$
A2	$(\alpha\beta)_3$	$(\alpha\beta)_1$	$(\alpha\beta)_2$
A3	$(\alpha\beta)_2$	$(\alpha\beta)_3$	$(\alpha\beta)_1$

3つの3水準列については、以下の4パターンに集約できる。

①部分交絡（表3）：各セルが(1,2),(1,3),(2,3)で構成され、ab系、a^2b系のどちらか一方のみと交絡する。

②完全交絡（表4）：各セルが(1,1),(2,2),(3,3)で構成され、ab系、a^2b系のどちらか一方のみと交絡する。

③混合交絡（表5）：{1,2,3}から重複を許して2つの数字を選んだ

６通りのすべてがセルに登場し、ａｂ系、a^2b系のいずれにも交絡する。

④準部分交絡（表６）：たとえば(1,1)と(2,3)のみがセルに登場し、a^2b系のみと交絡する。これは、次節で交絡の大きさを評価する都合上、タイのペアが対角線上にあるか否かでⅠ、Ⅱに分けておく。

表３　部分交絡

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 3	1 2	2 3
A 2	1 2	2 3	1 3
A 3	2 3	1 3	1 2

表４　完全交絡

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 1	2 2	3 3
A 2	3 3	1 1	2 2
A 3	2 2	3 3	1 1

表５　混合交絡

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 2	2 3	1 3
A 2	1 2	2 3	1 3
A 3	3 3	1 1	2 2

表6-1 準部分交絡Ⅰ

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 1	2 3	2 3
A 2	2 3	1 1	2 3
A 3	2 3	2 3	1 1

表6-2 準部分交絡Ⅱ

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 2	1 2	3 3
A 2	3 3	1 2	1 2
A 3	1 2	3 3	1 2

2.4　L 18で１因子が２水準の場合

因子Ｃが２水準でこれを第１列に割り付けた場合は、次の２通りのパターンになる。

a)交絡なし:すべてのセルが(1,2)で構成される。
b)交絡あり（表７）:(1,1),(1,2),(2,2)の各ペアがa^2b系のみと交絡する。これも、次節で交絡の大きさを評価する都合上、タイのペアが対角線上にあるか否かでⅠ、Ⅱに分けておく。

一方、因子Ａ、Ｂのいずれかが２水準でこれを第１列に割り付けた場合は、次の２通りのパターンになる。

ｲ)交絡なし: すべてのセルが(1,2,3)で構成される。
ﾛ)交絡あり（表８）:{1,2,3}から２つの数字を取り出したもので各セルが構成される。因子Ａが２水準の場合の結果は因子Ｃが２水準の場合の上述の結果の裏返しである。

表7-1 交絡ありⅠ

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 1	1 2	2 2
A 2	2 2	1 1	1 2
A 3	1 2	2 2	1 1

表7-2 交絡ありⅡ

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 2	2 2	1 1
A 2	1 1	1 2	2 2
A 3	2 2	1 1	1 2

表８ 交絡あり（Ａが２水準）

	B 1	B 2	B 3
A 1	1 1 2	2 2 3	1 3 3
A 2	2 3 3	1 1 3	1 2 2

３．交絡の大きさの定量化

3.1 定量化の方法

交互作用と主効果の交絡の程度を定量化するとき、
1)因子Ｃの主効果が存在したとき、それがどのように交互作用Ａ×Ｂとして現れるか。

2)交互作用A×Bが存在したとき、それがどのように因子Cの主効果として現れるか。

の2通りの調べ方があろう。ここでは、2)の立場をとる。それは、L 12やL 18を使う以上、交互作用の解析は放棄すべきであり、交互作用の存在が主効果の大きさの正当な評価を妨げることを回避することが重要だという考え方による。すなわち、交互作用A×Bが存在したとき、それがCの主効果に交絡することで、

・Cの主効果の大きさを過大あるいは過小に評価してしまう
・Cの最適水準の選択を誤ってしまう

といったことを出来るだけ避けることが重要だという立場で議論を進める。

2)の立場をとった場合でも、たとえばA、Bが3水準のとき、交互作用の自由度が4あるため、交絡の程度を見るには何通りかの基準が有り得る。ここでは、2節の結果より多くの場合に交絡の仕方が、ab系、a^2b系といった自由度2の交互作用成分を介して起こっている事実を利用し、ab系あるいはa^2b系の交互作用平方和の何割が因子Cの主効果平方和として現れるかによって、交絡の大きさを定量化する。しかし、ある場合には、この方法では交絡の大きさが一意に定まらないことがある。その場合には、2変数直交多項式の積の項による交互作用パターンを介して交絡の大きさを評価する。

ab系、a^2b系の交互作用の交絡の大きさを調べるために、表2に基づき、Cの各水準をA×Bのab成分系あるいはa^2b成分系の水準（3水準）で表す。これよりCを含めたその他の効果がないときの見かけ上のCの主効果平方和を求め、Cの主効果平方和S_Cと交互作用平方和$S_{A\times B}$との比を”交絡の大きさ”として求めることにする。

3.2　L 12について

２水準因子間の交互作用の効果を$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$（ただし$(\alpha\beta)_1+(\alpha\beta)_2=0$）で表したとき、表１に示した交絡パターンにおいては、因子Ｃの各水準には$(\alpha\beta)_i$が次のように現れる。

C_1：$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$,$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$

C_2：$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$,$(\alpha\beta)_2$,$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$,$(\alpha\beta)_2$

このとき、ａｂ系の交互作用平方和は

$$S_{A\times B}=\sum_{i=1}^{2}[3(\alpha\beta)_i]^2/3$$

$$=6\sum_{i=1}^{2}(\alpha\beta)_i^2 \tag{1}$$

であり、一方、その他の効果が存在しないときの因子Ｃの見かけ上の主効果平方和は

$$S_C=[(4(\alpha\beta)_1+2(\alpha\beta)_2)^2+(2(\alpha\beta)_1+4(\alpha\beta)_2)^2]/6$$

$$=(2/3)\sum_{i=1}^{2}(\alpha\beta)_i^2 \tag{2}$$

となる。これより交絡の大きさは１／９となる。

なお、L 12においては、すべての列が２水準なので、アダマール積により、交絡の大きさを調べることも可能である。すなわち、第１水準を１、第２水準を－１で表した列ベクトルを考えれば、２列間の交互作用ベクトルはこれらのアダマール積として一意に定まる。このアダマール積とその他の列との内積の絶対値はすべて４であるから、交絡の大きさ、すなわち平方和の比は$4^2/12^2=1/9$となる。

3.3　L 18で３因子ともに３水準の場合

表３の部分交絡について、具体的に行うと次のようになる。表３ではＡ×Ｂのａｂ系と交絡している。自由度２のａｂ系の交互作用効果を$(\alpha\beta)_1$,$(\alpha\beta)_2$,$(\alpha\beta)_3$（ただし$(\alpha\beta)_1+(\alpha\beta)_2+(\alpha\beta$

$)_3=0$）で表したとき、因子Cの各水準には$(\alpha\beta)_i$が次のように現れる。

C_1：$(\alpha\beta)_1, (\alpha\beta)_2, (\alpha\beta)_2, (\alpha\beta)_1, (\alpha\beta)_2, (\alpha\beta)_1$

C_2：$(\alpha\beta)_2, (\alpha\beta)_2, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_2$

C_3：$(\alpha\beta)_1, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_1, (\alpha\beta)_3, (\alpha\beta)_1$

このとき、ab系の交互作用平方和は

$$S_{A\times B}=\sum_{i=1}^{3}[6(\alpha\beta)_i]^2/6$$

$$=6\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2 \tag{3}$$

であり、一方、その他の効果が存在しないときの因子Cの見かけ上の主効果平方和は

$$S_C=[(3(\alpha\beta)_1+3(\alpha\beta)_2)^2+(3(\alpha\beta)_2+3(\alpha\beta)_3)^2$$

$$+(3(\alpha\beta)_1+3(\alpha\beta)_3)^2]/6$$

$$=(3/2)\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2 \tag{4}$$

となる。よって、ab系の部分についての交絡の大きさは1／4となる。これより、

①部分交絡では、ab系、a^2b系のどちらか一方のみと交絡することに注意すれば、交絡の大きさは0～1／4である。

次に表4の完全交絡も同様にして調べられ、

$$S_{A\times B}=6\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2$$

$$S_C=6\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2 \tag{5}$$

より、a^2b系の部分についての交絡の大きさは1となる。これより、

②完全交絡では、ab系、a^2b系のどちらか一方のみと交絡することに注意すれば、交絡の大きさは0～1である。

一方、混合交絡では、ab系とa^2b系のいずれにも交絡している。

しかし、各系の交絡の大きさはそれぞれ上と同様に調べられ、各系ともに

$$S_C = (3/2)\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2 \quad (6)$$

となる。よって、各系の交絡の大きさは1／4である。これより、③混合交絡では、3水準因子間の任意の2因子交互作用がab系とa^2b系に分解されることに注意すれば、交絡の大きさは1／4である。

最後に準部分交絡では、a^2b系のみと交絡するという性質をもつものの

$$S_{A\times B} = 6\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2$$

に対して、表6-1の準部分交絡Ⅰでは

$$S_C = [6(\alpha\beta)_1]^2/6 + 2\times[3(\alpha\beta)_2 + 3(\alpha\beta)_3]^2/6$$

$$= 3((\alpha\beta)_1^2 + (\alpha\beta)_2^2 + (\alpha\beta)_3^2)$$

$$+ 3(\alpha\beta)_1^2 + 6(\alpha\beta)_2(\alpha\beta)_3$$

となり、S_Cが$S_{A\times B}$の一定数倍にならない。よって交絡の大きさは$(\alpha\beta)_i$の値によって異なることになる。そこで、ラグランジェの未定乗数法を用いて

$$f = S_C = 3((\alpha\beta)_1^2 + (\alpha\beta)_2^2 + (\alpha\beta)_3^2) + 3(\alpha\beta)_1^2$$

$$+ 6(\alpha\beta)_2(\alpha\beta)_3$$

を

$$(\alpha\beta)_1 + (\alpha\beta)_2 + (\alpha\beta)_3 = 0$$

$$(\alpha\beta)_1^2 + (\alpha\beta)_2^2 + (\alpha\beta)_3^2 = 1$$

の二つの等式制約のもとで、最大、最小にする問題を解いた。その結果

$$(\alpha\beta)_2 = (\alpha\beta)_3,\quad (\alpha\beta)_1 = -2(\alpha\beta)_2$$

のとき、fは最大で$S_C = S_{A\times B}$となる。逆に

$(\alpha\beta)_2 = -(\alpha\beta)_3$、$(\alpha\beta)_1 = 0$

のとき、fは最小で$S_C = 0$となる。準部分交絡Ⅱについても同様な結果が得られる。以上をまとめれば、a^2b系の部分についての交絡の大きさは0～1となる。これより、

④準部分交絡での交絡の大きさは0～1である。

このように、準部分交絡ではa^2b系のみと交絡するものの、それによって交絡の大きさを一意に定めることができない。そこで、因子A、Bともに計量因子である場合を想定し、2変数直交多項式の積の項による交互作用パターンを介して交絡の大きさを評価してみた。ただし、2.1節に述べたように、この交互作用パターンは水準名の入れ替えで変わってしまうので、ここでは水準が等間隔で大きさの順であることを想定している。結果として、2.1節で示唆したようにタイのペアが対角線上にあるか否かで交絡の大きさが異なり、準部分交絡Ⅰでは

・1次×1次：1／2
・1次×2次：0
・2次×1次：0
・2次×2次：1／2

となり、準部分交絡Ⅱでは

・1次×1次：1／8
・1次×2次：3／8
・2次×1次：3／8
・2次×2次：1／8

となる。

3.4　L 18で1因子が2水準の場合

因子Cが2水準でこれを第1列に割り付けた場合を考える。この場合は、前節に述べたように、「交絡なし」と「交絡あり」に分かれ、交絡ありのときのパターンは一つで、a^2b系のみとのであった。

そこで、３水準因子の場合と同様に、a^2b系の交互作用効果でＣの見かけ上の主効果平方和を書き下すと

$$S_{A\times B}=6\sum_{i=1}^{3}(\alpha\beta)_i^2$$

に対して、表7-1の交絡ありⅠでは

$$S_C=[6(\alpha\beta)_1+3(\alpha\beta)_2]^2/9+[3(\alpha\beta)_2+6(\alpha\beta)_3]^2/9$$
$$=4(\alpha\beta)_1^2-2(\alpha\beta)_2^2+4(\alpha\beta)_3^2 \qquad (5)$$

となり、この場合もS_Cは$S_{A\times B}$の一定数倍になっていないことがわかる。そこで先ほどと同様に、ラグランジェの未定乗数法を用いると、最大値は$S_C=(2/3)S_{A\times B}$、最小値は$S_C=0$で与えられることがわかる。表7-2の交絡ありⅡでも同様な結果が得られる。これより、

b)Ｃが２水準の交絡ありのパターンでは、交絡の大きさは０～２／３である。

この場合にも２変数直交多項式の積の項による交互作用パターンを介して交絡の大きさを評価してみると、タイのペアが対角線上にあるか否かで大きさが異なり、交絡ありⅠでは

・１次×１次：１／４
・１次×２次：１／12
・２次×１次：１／12
・２次×２次：１／４

となり、交絡ありⅡでは

・１次×１次：０
・１次×２次：１／３
・２次×１次：１／３
・２次×２次：０

となる。この場合には、交絡ありⅡで、１次×１次の交互作用を全く受けないことに注意したい。

次に、因子Aが２水準の場合を扱う。この場合も、前節に示したように、「交絡なし」と「交絡あり」に分かれ、交絡ありの場合のパターンはただ一つである。ただし、A×Bの自由度がもともと２であるから、ａｂ系、a^2b系を成分とすることができない。そこで、２変数直交多項式の積の項による交互作用パターンで調べた。その結果、交絡の大きさはそれぞれ

・１次×１次：１／３

・１次×２次：１／３

となる。

4．割り付けの指針

以上に述べてきた交互作用と主効果の交絡パターンがＬ18のどの３列間で発生しているかを具体的に示したものが表９である。

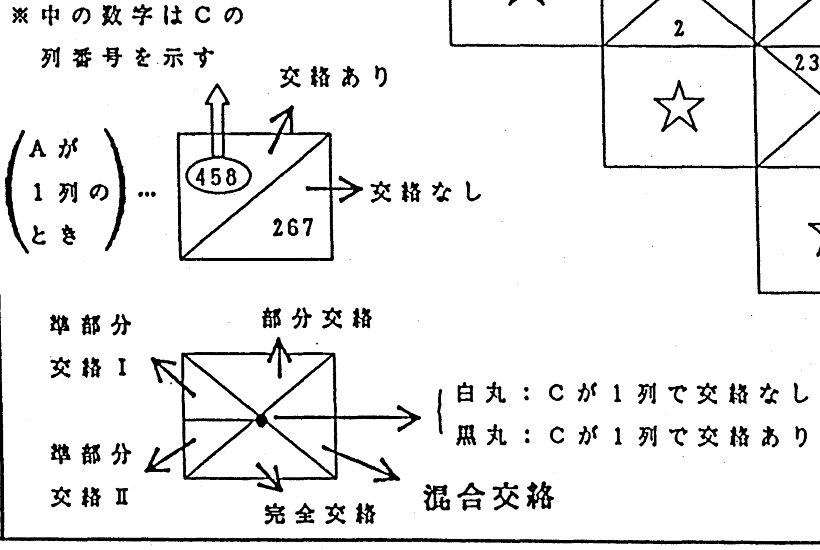
表９の行は因子Ａを割り付けた列番、列は因子Ｂを割り付けた列番からなっている。行と列の組合せで定まる各セルの中の数字が因子Ｃを割り付けた列番になっている。因子Ａ、Ｂともに３水準の場合は、2.2節に述べたように、４通りの交絡パターンがあるため、各セルを４つのケースに分け、上部に①部分交絡となる列番、下部に②完全交絡となる列番、右部に③混合交絡となる列番、左部に④準部分交絡となる列番がそれぞれ記されている。なお、左部は準部分交絡Ⅰ、Ⅱを上下で区別している。

次に因子Ｃを第１列にとった場合は、３水準因子を割り付けた列番の組合せに対して、「交絡なし」と「交絡あり」の２通りであることから、各セルの中心部の白丸（交絡なし）と黒丸（交絡あり）で対応させている。

例えば、Ａを第２列、Ｂを４列に割り付けた場合、第３列、６列、７列、８列に割り付けられた因子の主効果にはＡ×Ｂが部分交絡し、第５列に割り付けられた因子の主効果にはＡ×Ｂが完全交絡する。また、第１列に割り付けた因子の主効果に対してＡ×Ｂは全く交絡しない。

表９　Ｌ18直交表での交互作用の出現パターン

A＼B	1	2	3	4	5	6	7	8
1	☆	345 678	458 / 267	367 / 258	367 / 248	458 / 237	458 / 236	367 / 245
2		☆	45 ○ 678	3678 ○ 5	3678 ○ 4	45 ○ 378	45 ○ 368	45 ○ 367
3			☆	25678 ●	24678 ●	4578 ○ 2	4568 ○ 2	2 4567 ●
4				☆	3678 ○ 2	23578 ●	23568 ●	23567 ○
5					☆	23478 ●	23468 ●	23467 ○
6						☆	2 3458 ○	3457 ● 2
7							☆	3456 ● 2
8								☆



最後に、因子Aが２水準の場合は、これもパターンが２通りであることから、表の第１行のセルは左上部に「交絡あり」の列番、右下部に「交絡なし」の列番が示されている。ただし、この結果は因子Cが２水準の場合の白丸と黒丸による判定結果と本質的に同等である。

表9より得られる知見は、

1) A、B、Cともに3水準で、これらを第3列以降に割り付けた場合、交絡パターンは常に部分交絡となる。

2) 完全交絡が起こるのは、第2列、4列、5列の組合せのみである。

3) 混合交絡、準部分交絡が起こるのは、第2列がからんでいるときである。

4) Aを第1列に割り付けたとき、第2列の因子との交互作用はその他の列に全く交絡しないが(これは自明である)、第3列以降の因子との交互作用は交絡する列としない列が半々ある。

などである。

これらより、割り付けの指針として以下の事項を得る。

(1) すべての因子が3水準で、6因子以下であれば、第3列以降に割り付ける。

ちなみに、計量管理協会計量管理簡易化研究委員会編[5]第11章での割り付けは、まさしくこれになっている。

(2) 何等かの理由で3水準因子を第2列に割り付けるときは、第4列、5列のどちらかをあける。もしくは、第2、4、5列に交互作用の考えにくい因子を割り付ける。

3水準因子を第2列に使う状況の一つには、第1列に割り付けた2水準因子とその3水準因子の交互作用が強く考えられる場合である。この場合はこれらの交互作用が第3列以降に割り付けた因子の主効果と交絡せずに検出される。

(3) 2水準因子がからむ場合は、表9の第1行と各セルの丸を見ながら試行錯誤的に行う。

上記のうち、(1)が実行できれば、交互作用の主効果への可能な最大の交絡を最小にとどめ、かつ交互作用は他の列にかなり均等に分配される。例えば、Aを第4列、Bを第6列に割り付けたとき、他の3水準列にはすべて部分交絡する。このとき、第2列にはa^2b系の部分交絡が現れるが、第3列以降の残り4列にはすべてab系の

部分交絡が現れる。このような成分系での均等性が第３列以降ではすべて成立している。したがって、単に交絡のパターンが等しいだけでなく、実際にある特定の交互作用があったとき、それが交絡する大きさが常に等しいのである。

5．　おわりに

Ｌ18直交表がパラメータ設計においてたびたび用いられていることは、周知の通りである。パラメータ設計では「制御因子間の交互作用をアクションに用いない」という考え方がある。しかしＬ18は、このような考え方に全面的に賛同しない人にとってもなお有用であろう。それは、３水準因子で直交実験を行う場合、Ｌ9やＬ27といった特定の列のみに交互作用が現れる直交表による実験では、交互作用と主効果の交絡を回避しようとしたとき、割り付けられる因子数がきわめて少なくなってしまうという事実による。

本研究では、Ｌ12とＬ18において、２列間の交互作用が他の列にどの程度部分的に交絡するかを定量的に明らかにした。２水準系の直交配列表Ｌ12では、２列間の交互作用は他の９列に同一の交絡パターンで現れ、交絡の大きさはすべて１／９である。Ｌ18においても、これにほぼ類似した性質が成り立っていると言える。

また、本研究で用いた調べ方は、Ｌ36、Ｌ54といった他の混合系直交表に対しても適用可能である。しかし、これらを統一的に扱う理論体系となると、現段階では甚だ不十分である。それは、２水準系の場合には２列間の交互作用列がアダマール積を通して一意に表現されるのに対して、３水準系の場合にそのような表現に本質的な困難が残されているからと考えている。このあたりの究明が今後の課題であろう。

参　考　文　献

[1]　Bose, R. C. and Bush, K. A.(1952): "Orthogonal Arrays of Strength Two and Three", Ann. Math. Statist., 23, 508-

524.
[2]　奥野忠一、芳賀敏郎(1969)：「実験計画法」、培風館.
[3]　富士ゼロックス(株)ＱＣ研究会編(1989)：「疑問に答える実験計画法問答集」、日本規格協会.
[4]　芳賀敏郎、野沢昌弘、江川泰郎(1990)：”Ｌ12，Ｌ18などの直交表データから交互作用を検出する方法”、「日本品質管理学会第20回年次大会研究発表要旨集」、41-44.
[5]　計量管理協会計量管理簡易化研究委員会編(1984)：「新製品開発におけるパラメータ設計」、日本規格協会.
[6]　田口玄一(1976)：「第３版実験計画法（上）」、丸善.
[7]　田口玄一(1977)：「第３版実験計画法（下）」、丸善.