数理解析研究所講究録
第 813 巻 1992 年 51-62



# knotted torus の peripheral subgroup と surface group の second homology について

神戸大自然科学　風間健一郎
(Ken-ichiro Kazama)

## §1. Introduction

$F$ を $S^4$ に埋め込まれたトーラス，$X$ をその exterior，$i:\partial X \hookrightarrow X$ を inclusion とする。$F$ の peripheral subgroup とは $i_*(\pi_1(\partial X))$ のこと。$\pi_1(\partial X) \cong \mathbb{Z} \oplus \pi_1(F)$ で，$\mathbb{Z}$ は $i_*$ で injective に $\pi_1(X)$ へ入るから，$i_*(\pi_1(\partial X)) \cong \mathbb{Z} \oplus (\pi_1(F)$ の quotient$)$。2つめの factor を $F$ の type とよび，$\tau(F)$ と書く．また，$\pi_1(S^4 - F)$ を $\pi F$ と書く。さらに，群 $G$，$H$ に対して，$G \leq H \Leftrightarrow G$ は $H$ の quotient，とする。定義より $\tau(F) \leq \mathbb{Z}^2$，また，Hopf の定理より $H_2(\pi F) \leq \mathbb{Z}^2$ である。ここで，Hopf の定理とは次のもの。

定理. $X$ を連結な CW-complex とする。$H: H_2(X) \to H_2(\pi_1(X))$ が存在して，$\pi_2(X) \xrightarrow{h} H_2(X) \xrightarrow{H} H_2(\pi_1(X)) \to 0$ : exact.

ただし $h$ は Hurewicz の準同型。

$H_2(\pi F)$ については，上の事実の逆が，Litherland により示さ

れている。

定理(Litherland). 任意の $A \leq \mathbb{Z}^2$ に対して，$H_2(\widetilde{\pi F}) \cong A$ となるトーラス $F \subset S^4$ が存在する。

一方，$\tau(F)$ についてはあまり知られていない。$F$ が unknotted ($S^4$ で solid torus を bound する) のとき $0$，$F$ が knot を spin してできるトーラスのとき $\mathbb{Z}$，また，Asano，Litherland により $\tau(F) \cong \mathbb{Z}^2$ となる例が知られている。しかし $\tau(F)$ が free abelian でない例は，Boyle により $\mathbb{Z}_m$, $m=2,5,10$ の3つが知られているのみであった。

Litherland により，$H_2(\widetilde{\pi F}) \leq \tau(F) \leq \mathbb{Z}^2$ の関係が知られている。そこで，次の問題を考える。

問題. $A \leq B \leq \mathbb{Z}^2$ をみたす任意の abel 群の組 $(A, B)$ に対して，$H_2(\widetilde{\pi F}) \cong A$, $\tau(F) \cong B$ となるトーラス $F \subset S^4$ が存在するか？

ここでは，部分的な解として，次のことを示す。

定理. abel 群 $A$, $B$ が次の条件をみたすとき，

$H_2(\widetilde{\pi F}) \cong A$, $\tau(F) \cong B$ となるトーラス $F$ が存在する。

条件： $A \leq B$, $B \cong \mathbb{Z}_n$ or $\mathbb{Z}_n \oplus \mathbb{Z}$, $n = 0, 1, 2, \cdots$

ただし $A \cong \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}$, $B \cong \mathbb{Z}_n \oplus \mathbb{Z}$, $m|n$, を除く。

以下，この証明をいくつかの場合に分けて，述べる。なお，$H_2(\widetilde{\pi F})$ も $\tau(F)$ も connected sum に対して直和になるので，上

の結果の，genusが2以上の場合への適当な拡張も可能である。

PLまたはsmoothのcategoryで考えるものとし，ホモロジー群の係数はすべて$\mathbb{Z}$とする。位数が$m$の巡回群は$\mathbb{Z}_m$で表わし，特に$\mathbb{Z}_0 = \mathbb{Z}$，$\mathbb{Z}_1 = 0$とする。整数$p$，$q$に対して，$p|q \Leftrightarrow p$は$q$の約数，また，$(p, q) = p$と$q$の最大公約数。

§2. $H_2(\pi F) = 0$，$\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p$.

このようなFは，trefoilの6-twist-spun 2-knotに1-handleをattachすることにより得られる。詳しくは，この講究録中の，金信氏による項を参照してください。

§3. satelliteについて

§4以下で，§2の条件をみたすFをもとにして，残りの場合のトーラスを構成する．ここでは，その際必要となる構成法について述べる。

Kを，$D^2 \times \partial B^2$の内部に含まれるknotとする。solid torus $D^2 \times \partial B^2$が$\mathbb{R}^3$にstandardに埋め込まれていると考えて，同時にKを$\mathbb{R}^3$内のknotとみなす。$T = K \times S^1 \subset D^2 \times \partial B^2 \times S^1$とおく．$F \subset S^4$をトーラスとし，$\alpha : \{0\} \times \partial B^2 \times S^1 \longrightarrow F$をhomeomorphismとする。ただし0は$D^2$の中心，また，1で，$\partial B^2$，$S^1$または$\partial D^2$上の一点を表わす．$\beta : D^2 \times \partial B^2 \times S^1 \longrightarrow S^4$を，$\alpha$のcanonical extension とする。ここで，canonical extension とは次のような意味：$\beta$ は $\alpha$ の拡張であって，$\beta$ を $\{1\}\times\partial B^2\times S^1$ に制限したものを $\beta'$ とすると，$\beta'_*: H_1(\{1\}\times\partial B^2\times S^1)\to H_1(S^4-F)$ は 0-map。$F^*=\beta(T)$ のことを，$T$ を pattern，$F$ を companion とする satellite torus と呼ぶ。

$\pi F^*$ は，$F$ の exterior と $D^2\times\partial B^2\times S^1-T$ から，van Kampen の定理で計算できる。$G=\pi_1(D^2\times\partial B^2\times S^1-T)=\pi_1(D^2\times\partial B^2-K)\times\langle t\,|\,-\rangle$，$H=\pi_1(\partial D^2\times\partial B^2\times S^1)$ とおく。ただし $t$ は loop $1\times 1\times S^1$ で表わされるもの。$H$ の generator を，$x=[\partial D^2\times 1\times 1]$，$y=[1\times\partial B^2\times 1]$，$z=[1\times 1\times S^1]$ とする。$\alpha_+: H\to\pi F$ を，$\beta|\partial D^2\times\partial B^2\times S^1$ から induce される map，また，$i:\partial D^2\times\partial B^2\times S^1\hookrightarrow D^2\times\partial B^2\times S^1-T$ を inclusion とする。すると，$\pi F^*\doteqdot\langle \pi F, G\,|\,\alpha_+(h)=i_*(h),\ h\in H\rangle$ である。$\bar{G}$ と $\bar{H}$ を，$\bar{G}=\langle G\,|\,i_*(k)=1,\ k\in\ker\alpha_+\rangle$，$\bar{H}=\langle H\,|\,k=1,\ k\in\ker\alpha_+\rangle$ で定義し，$\bar{\alpha}_+$，$\bar{i}_*$ を，次の図式が可換になるものとする。

$$\begin{array}{ccccc}
\pi F & \xleftarrow{\alpha_+} & H & \xrightarrow{i_*} & G \\
\Big\downarrow{\scriptstyle id.} & & \Big\downarrow & & \Big\downarrow \\
\pi F & \xleftarrow{\bar{\alpha}_+} & \bar{H} & \xrightarrow{\bar{i}_*} & \bar{G}
\end{array}$$

ただし2つの↓は canonical projection．定義より $\bar{\alpha}_+$ は単射で，また，§4 以下においては，$\bar{i}_*$ も単射である．したがって

(*) $\pi F^*\doteqdot\langle \bar{G}, \pi F\,|\,\bar{\alpha}_+(\bar{h})=\bar{i}_*(\bar{h}),\ \bar{h}\in\bar{H}\rangle$

であり，これは amalgamated free product としての表示になっている。一般に，amalgamated free product $G = G_1 \underset{A}{*} G_2$ に対して，Mayer-Vietoris の完全系列：

$$\cdots \to H_i(A) \to H_i(G_1) \oplus H_i(G_2) \to H_i(G) \to H_{i-1}(A) \to \cdots$$

が成り立つ。また，$(\bar{i}_*, -\bar{\alpha}_*) : H_1(\bar{H}) \to H_1(\bar{G}) \oplus H_1(\pi F)$ は単射なので，(*) より，

$$(**) \qquad H_2(\bar{H}) \to H_2(\bar{G}) \oplus H_2(\pi F) \to H_2(\pi F^*) \to 0$$

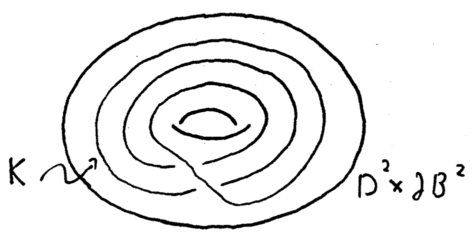
を得る。

$D^2 \times \partial B^2$ での $K$ の tubular neighbourhood を $V$ とすると，$\beta(V \times S^1)$ が $F^*$ の tub. nbd である。したがって，$\mu$，$\lambda$ で $K$ の meridian, longitude を表わすと，$F^*$ の peripheral subgroup は，$t$，$\mu$，$\lambda$（の $\pi F^*$ の中での images）で生成される。$\mu$ は $F^*$ の meridian になるので，$\tau(F^*)$ は $t$ と $\lambda$ で生成される。

## §4. $H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_q$，$\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_p$，$q \mid p$．

ここでは，satellite をとることにより，上のような $F^*$ を構成する。ただし，$q = 0$，つまり $H_2(\pi F) \cong \mathbb{Z}$，$\tau(F) \cong \mathbb{Z}$ であるような $F$ は Gordon が構成しているので，$q \geq 1$ とする。

companion として，$H_2(\pi F) = 0$，$\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p$ となる $F$ をとる。また，$K$ として，$D^2 \times \partial B^2$ 内の $(q, 1)$-torus knot をとる。従って，$K$ は，(i) $H_1(D^2 \times \partial B^2)$ において generator の $q$ 倍，




($q=3$ のとき)

(ii) $\mathbb{R}^3$ で trivial, (iii) $D^2\times\partial B^2$ で geometrically essential。(iii) より, $i_*$ が, 従って $\bar{i}_*$ が, 単射であることがわかる。また, $\tau(F)\cong\mathbb{Z}_p$ だから, $\alpha$ として $\ker\alpha_*=\langle y\rangle\oplus\langle z^p\rangle$ となるものをとる。

$G=\pi_1(D^2\times\partial B^2-K)\times\langle t\mid -\rangle$ で, $i_*(z)=t$. また,

$\langle\pi_1(D^2\times\partial B^2-K)\mid i_*(y)=1\rangle$ は, $D^2\times\partial B^2-K$ に, $1\times\partial B^2$ に沿って 2-cell を張りつけたものの $\pi_1$。これは $\mathbb{R}^3-K$ とホモトピー同値だから, $\bar{G}=\langle G\mid i_*(y)=i_*(z^p)=1\rangle=\pi_1(\mathbb{R}^3-K)\times\langle t\mid t^p=1\rangle$ $=\langle\mu\mid -\rangle\oplus\langle t\mid t^p=1\rangle$ ((ii) より $\pi_1(\mathbb{R}^3-K)=\langle\mu\mid -\rangle\cong\mathbb{Z}$). また, $\bar{H}=\langle x\mid -\rangle\oplus\langle z\mid z^p=1\rangle$ で, $\bar{i}_*:\bar{H}\to\bar{G}$ により, $\bar{i}_*(x)=q\mu$, $\bar{i}_*(z)=t$ である. Künneth の定理より, $\bar{i}_*:H_2(\bar{H})\to H_2(\bar{G})$ は次のように split する.

$$\begin{array}{ccc}
H_2(\bar{H}) & \xrightarrow{\ \bar{i}_*\ } & H_2(\bar{G}) \\
\| & & \| \\
H_1(\mathbb{Z})\otimes H_1(\mathbb{Z}_p) & & H_1(\mathbb{Z})\otimes H_1(\mathbb{Z}_p) \\
\cong & & \cong \\
\mathbb{Z}\otimes\mathbb{Z}_p & \xrightarrow{\ \times q\ \otimes\ \mathrm{id.}\ } & \mathbb{Z}\otimes\mathbb{Z}_p
\end{array}$$

$H_2(\pi F)=0$ であったから, (**) より,

$$H_2(\pi F^*)\cong\mathbb{Z}_{(p.q)}=\mathbb{Z}_q.$$

$\tau(F^*)$ は $t$ と $\lambda$ で生成されるが, knot $K$ の条件 (ii) より,

$\lambda$は$\bar{G}$でtrivial. また, $t$は$\bar{G}$でorder $p$であり, $\bar{G} \hookrightarrow \pi F^*$だから,

$$\tau(F^*) \cong Z_p 。$$

[Remark] ここでは, $K$は上の(i), (iii)をみたすものとし, $R^3$でtrivial, は仮定しない。sphere theoremより, $D^2 \times \partial B^2 - K$はaspherical. 従って $H_2(G) = H_2((D^2 \times \partial B^2 - K) \times S^1)$ である. $m$, $l$ を, $K$のmeridianとlongitudeを表わす, $D^2 \times \partial B^2 - K$の中のloopとする。$H_2((D^2 \times \partial B^2 - K) \times S^1)$は, 3つのgenerator, $[m \times l]$, $[m \times S^1]$, $[l \times S^1]$を持つ。$D^2 \times \partial B^2 - K$に, $1 \times \partial B^2$に沿って2-cell $e^2$を張りつけると, $H_2(\{(D^2 \times \partial B^2 - K) \cup e^2\} \times S^1)$において, $[l \times S^1] = 0$. $(D^2 \times \partial B^2 - K) \cup e^2$を$D^3 - K$と同一視し, $D^3$の外側に3-cell $e^3$を張りつけると, $S^3 - K$を得る.
$H_2((S^3 - K) \times S^1)$において, $[m \times l] = 0$. $e^3$を張りつけても基本群は変わらないことに注意して, 次の可換な図式を考える。

$$\begin{tikzcd}
H_2(G) \arrow[d] & H_2((D^2 \times \partial B^2 - K) \times S^1) \arrow[l, "="'] \arrow[d] \\
H_2(\bar{G}) \arrow[d, equal] & H_2((D^3 - K) \times S^1) \arrow[l, "H"'] \arrow[d] \\
H_2(\bar{G}) & H_2((S^3 - K) \times S^1) \arrow[l, "H"']
\end{tikzcd}$$

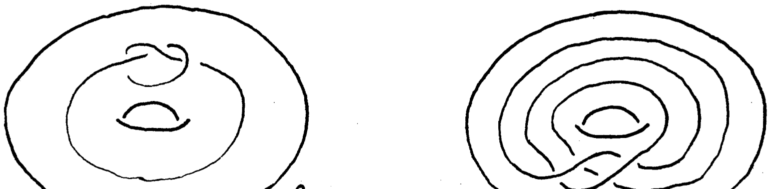
左の↓はprojection, 右の2つの↓はinclusionからinduceされるmapで, HはHopfの定理に出てくるもの。これらのmapは

すべて全射である。従って，$H_2(G)$ の generator のうち，$[m\times S^1]$ に対応するものの image が $H_2(\bar{G})$ を生成し，$[m\times \ell]$，$[\ell\times S^1]$ に対応するものの $H_2(\bar{G})$ での image は $0$ である。$H_2(\pi F)=0$ となるように $F$ をとったので，(**) より，$[m\times S^1]$ の image が $H_2(\pi F^*)$ を生成することになる。

この事実は，§6 で使われる。

## §5. $H_2(\pi F^*)\cong \mathbb{Z}_q$, $\tau(F^*)\cong \mathbb{Z}_p\oplus\mathbb{Z}$ , $q|p$

ここでは，上のような $F^*$ を構成する。ただし，$q\geq 1$ とする。companion $F$ と homeomorphism $\alpha$ は §4 と同じようにとる。つまり，$H_2(\pi F)=0$，$\tau(F)\cong\mathbb{Z}_p$ で，$\alpha$ は，$\ker\alpha_*=\langle y\rangle\oplus\langle z^p\rangle$ となるもの。$K$ のとり方は，次のようにする。$q=1$ のときは，$D^2\times\partial B^2$ の core を local に knot させたものを $K$ とし，$q\geq 2$ のときは，$D^2\times\partial B^2$ 内の $(q,r)$-torus knot ($\mathbb{R}^3$ で non-trivial なもの) とする。



$q=1$ $q=3$

このとき $K$ は，(i) $H_1(D^2\times\partial B^2)$ において generator の $q$ 倍，(ii) $\mathbb{R}^3$ で non-trivial，(iii) $D^2\times\partial B^2$ で geometrically essential.

ホモロジーの計算は，("$\pi_1(\mathbb{R}^3-K)=\langle\mu|-\rangle$" を除いて) §4

と同じで，$H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_q$ を得る。しかし，K の longitude $\lambda$ は $\bar{G} = \pi_1(\mathbb{R}^3 - K) \times \langle t \mid t^p = 1 \rangle$ でも order は $\infty$ であり，$\bar{G} \hookrightarrow \pi F^*$ だから，$\tau(F^*) \cong \langle t \mid t^p = 1 \rangle \oplus \langle \lambda \mid - \rangle \cong \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}$ である。

§6. $H_2(\pi F^*) \cong \mathbb{Z}_{q_1^*} \oplus \mathbb{Z}_{q_2^*}$，$\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_{p^*} \oplus \mathbb{Z}$，$q_1^* \mid p^*$

上のような $F^*$ を構成する。ただし $q_2^* = 0$ は除き，また $q_2^* = 1$ のときは §5 で済んでいるので，$q_2^* \geq 2$ とする。また $p^* = 0$ の場合は Litherland がこのような $F^*$ を構成しているので，$p^* \neq 0$（従って $q_1^* \neq 0$）とする。

$p$，$q_1$，$q_2$ を，$p = p^* \times (p^*, q_2^*)$，$q_1 = q_1^*$，$q_2 = q_2^*$ で定める。$q_1 \mid p$ だから，§5 より，$H_2(\pi F) \cong \mathbb{Z}_{q_1}$，$\tau(F) \cong \mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}$ となる F が存在する。この F を companion とし，K は，§4 同様，$(q_2, 1)$-torus knot とする。また，$\alpha$ を，$\ker \alpha_+ = \langle y^p \rangle$ となるようにとる。$\bar{H} = \langle H \mid \ker \alpha_+ = 1 \rangle = \langle x, y, z \mid y^p = 1 \rangle$，また，$\bar{G} = \langle G \mid i_*(y^p) = 1 \rangle = \langle \pi_1(D^2 \times \partial B^2 - K) \mid i_*(y^p) = 1 \rangle \times \langle t \mid - \rangle$。1つめの factor を $\Gamma$ とおく。これは，$D^2 \times \partial B^2 - K$ に，$1 \times \partial B^2$ に沿って，2-cell $e^2$ を，degree $p$ の map で張りつけた空間の基本群：$\Gamma = \pi_1((D^2 \times \partial B^2 - K) \cup_p e^2)$。従って，$H_1(\Gamma) = \langle \mu \mid - \rangle \oplus \langle y \mid y^p = 1 \rangle$. また，$H_2(\Gamma) \cong \mathbb{Z}_p$ であることがわかる。

$(**)$ を使って $H_2(\pi F^*)$ を計算するため，まず $i_* : H_2(\bar{H}) \to H_2(\bar{G})$ を決定する。Künneth の定理より，

$$H_2(\bar{H}) = H_2(\langle x|-\rangle \oplus \langle y|y^p=1\rangle \oplus \langle z|-\rangle)$$
$$\cong H_2(\langle x|-\rangle \oplus \langle y|y^p=1\rangle) \otimes H_0(\langle z|-\rangle)$$
$$\oplus\ H_1(\langle x|-\rangle \oplus \langle y|y^p=1\rangle) \otimes H_1(\langle z|-\rangle),$$
$$H_2(\bar{G}) = H_2(\Gamma \times \langle t|-\rangle)$$
$$\cong H_2(\Gamma) \otimes H_0(\langle t|-\rangle) \oplus H_1(\Gamma) \otimes H_1(\langle t|-\rangle).$$

これに対応して，$\bar{i}_* = i_1 \oplus i_2$ とする．次の図式を考える．

$$\begin{tikzcd} H_2(\partial D^2 \times \partial B^2 \cup_p e^2) \arrow[r] \arrow[d, "H"'] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowleft"] & H_2((D^2 \times \partial B^2 - K) \cup_p e^2) \arrow[d, "H"] \\ H_2(\langle x|-\rangle \oplus \langle y|y^p=1\rangle) \arrow[r, "i_1"'] & H_2(\Gamma) \end{tikzcd}$$

上の→は inclusion から induce されるもので，全射。従って $i_1$ も全射．$H_2(\langle x|-\rangle \oplus \langle y|y^p=1\rangle) \cong H_2(\Gamma) \cong \mathbb{Z}_p$ だから，$i_1$ は同型である．また，$i_2$ により，$i_2(x) = \mu^{\ell_2}$，$i_2(y) = y$，$i_2(z) = t$．

次に，$\bar{\alpha}_*: H_2(\bar{H}) \to H_2(\pi F)$ を決定する．F は，satellite をとることにより得られた。その際の pattern を $K' \times S^1$ とする。ただし $K' \subset D^2 \times \partial B^2$．$m$ と $\ell$ を，$K'$ の meridian と longitude に対応する，$D^2 \times \partial B^2 - K'$ の loop とする（§4 の Remark を参照）。$m \times \ell \times S^1$ を，F の，$S^4$ における tubular neighbourhood の boundary とみなす。$H_2(m \times \ell \times S^1)$ を $H_2(m \times S^1) \otimes H_0(\ell) \oplus H_1(m \times S^1) \otimes H_1(\ell)$ と分解すると，これは上の，$H_2(\bar{H})$ の分解と対応しており，canonical な map $H_2(m \times \ell \times S^1) \to H_2(H) \to H_2(\bar{H})$ は，この分解を保っている．（この § での議論と，F を構成したときとで，

$y$と$z$の方向が入れ代っていることに注意）したがって、$[m\times S^1]$のimageが$H_2(\langle x|-\rangle\oplus\langle y|y^p=1\rangle)\otimes H_0(\langle z|-\rangle)$を生成し、$[m\times l]$と$[l\times S^1]$のimageが$H_1(\langle x|-\rangle\oplus\langle y|y^p=1\rangle)\otimes H_1(\langle z|-\rangle)$を生成している。ところが§4のRemarkより、$[m\times S^1]$は$H_2(\pi F)$のgeneratorへうつり、$[m\times l]$と$[l\times S^1]$は$H_2(\pi F)$では$0$になっている。

以上をまとめると、次のとおり。

$$\begin{tikzcd}
H_2(\bar{H}) \arrow[r] \arrow[d, phantom, "\cong" rotate=90] & H_2(\bar{G}) \oplus H_2(\pi F) \arrow[r] \arrow[d, phantom, "\cong" rotate=90] & H_2(\pi F^*) \arrow[r] & 0 \\
\mathbb{Z}_p \oplus (\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}_p) \arrow[r, bend left, "\times g_2"] \arrow[r, bend left=15, "id"] \arrow[r, bend right, "id"'] \arrow[rr, bend right=40, "generator \to generator"'] \arrow[rr, dashed, bend left=40, "0"] & \mathbb{Z}_p \oplus (\mathbb{Z}\oplus\mathbb{Z}_p) & \mathbb{Z}_{g_1} &
\end{tikzcd}$$

したがって、

$$H_2(\pi F^*)\cong \mathbb{Z}_{g_1}\oplus\mathbb{Z}_{g_2}=\mathbb{Z}_{g_1^*}\oplus\mathbb{Z}_{g_2^*}.$$

$\pi(F^*)$は、$t$と$\lambda$で生成される。$\bar{G}=\cdots\times\langle t|-\rangle$であったから、$t$はorder $\infty$のまま$\pi F^*$まで残る。また、$K$の(preferred) longitudeは、$D^2\times\partial B^2-K$において、$\partial D^2\times 1$に沿って1回まわってから$1\times\partial B^2$に沿って$g_2$回まわるloopにhomotopic。つまり$\lambda=x\cdot y^{g_2}$と考えられる。$x=\mu^{g_2}$だから、$\pi(F^*)$の元としては$y^{g_2}$を考えればよい。$\bar{H}=\langle x,y,z|y^p=1\rangle\hookrightarrow\pi F^*$だから、$y$の$\pi F^*$でのorderは$p$。従って$y^{g_2}$のorderは$p/(p,g_2)$。これは、$p$の定義より、$p^*$に等しい。従って

$\tau(F^*) \cong \mathbb{Z}_{p^*} \oplus \mathbb{Z}$.

以上で，定理の証明が終わる。これ以外の場合，特に，$\tau(F) \cong \mathbb{Z}_{p_1} \oplus \mathbb{Z}_{p_2}$，$(p_1, p_2) \neq 1$ となるような $F$ が存在するのかどうか，はわかっていない。少なくとも，2-knot + 1-handle では得られないので，$S^4$ 内のトーラスの新しい構成法を考える必要がありそうだ。

References


1. C. McA. Gordon : Homology of groups of surfaces in the 4-sphere : Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 89 (1981) 113-117

2. R. A. Litherland : The second homology of the group of a knotted surface : Quart. J. Oxford 32 (1981) 425-434

3. T. Kanenobu and K. Kazama : The peripheral subgroup and the second homology of the group of a knotted torus in $S^4$ (in preparation)