数理解析研究所講究録
第 841 巻 1993 年 13-14

数値計算の誤差について

徳島大学工学部　篠原能材 (Yoshitane SHINOHARA)

実際問題においては，数値計算の実行途上において発生する誤差によって，重大な事故が起こる事がしばしばある．

Robert SKEEL 氏は SIAM News 11, July, 1992 で「Roundoff Error and the Patriot Missile」と題して，数値計算上の小さな丸め誤差が，２８名もの人命を失った事の原因について解説している．その概要は次のようである．

Patriot missile の内部時計は 0.1 秒単位で時間を刻んでいた．10 進の 0.1 は２進小数に変換すると

$$0.1 = (0.0001100110011001100110011001100\cdots)_2$$

となり，無限小数になる．そこで，これを 24 bits の固定小数に直すと，1 bit は符号部に使うから，上位の23 bits で切り捨てると

$$fix(0.1) \equiv (0.00011001100110011001100)_2$$

となり，この時に生ずる切り捨て誤差は

$$0.1 - fix(0.1) \fallingdotseq 2^{-24}$$

となり，相対誤差は

$$r=\frac{0.1-\mathrm{fix}(0.1)}{0.1}\fallingdotseq 2^{-20}$$

となる．即ち

$$\mathrm{fix}(0.1)=0.1(1-2^{-20}),\quad 2^{-20}=9.55\times 10^{-7}\fallingdotseq 0.0001\%$$

となり，時刻が 0.0001% 遅れることになる．

この遅れが重大な事故を起こした原因の一つだろうと結んでいる．

この記事を読んでいて思い出すのが，digital computer の黎明期の 1960年代，常微分方程式の初期値問題

$$\frac{dy}{dx}=f(x,y),\quad y(x_0)=y_0$$

を，Milne の修正子： $y_{n+1}=y_{n-1}+\dfrac{h}{3}(f_{n+1}+4f_n+f_{n-1})$

を用いて解いて，大失敗をしたとの経験談を興味深く伺った事である．

現在では，この公式の数値的不安定性は，よく知られていて，このような失敗をするような方はいないと思われる．

数値計算上の誤差の取扱については，細心の注意を払う事の重要性を改めて痛感した次第である．