数理解析研究所講究録
第844巻 1993年 87-99

semi-stable reductionを持つp進体上の代数多様体のp進コホモロジー

東大・数理D1　辻　雄 (Takeshi Tsuji)

p進体上のsmoothな多様体のp進etale cohomology, de Rham cohomology, crystalline cohomologyを関係づけるさまざまな比較定理(Hodge-Tate予想, de Rham予想, C_{crys}予想, C_{st}予想)がA. Grothendieck, J. Tate以来, J.-M. Fontaine, W. Messing, S. Bloch, 加藤和也, G. Faltings, 兵頭治, 都築暢夫らによって研究され, 現在ではC_{st}予想(semi-stable reductionを持つ場合のp進étale cohomologyとlog crystalline cohomologyの比較)を除いては, そのvariationも含めて, ほぼ完全な形で証明されている. C_{st}予想についても, 相対次元が$\frac{p-1}{2}$より小さい場合は, Fontaine, 加藤により証明されている[Ka3]. C_{st}予想では定数係数$\mathbb{Q}_p$のp進étale cohomologyを扱っているが, $\mathbb{Z}_p$の場合も, semi-stable curveでbaseが絶対不分岐なときは, Faltingsにより, ある種の比較定理が得られている[Fa3]4.3. 彼は, 係数のvariationも考えているが, cohomologyはすべてcomplexのレベルで扱われ

ている．ここでは，係数にある程度条件をつけた上で，彼の結果を高次元の場合へ一般化する．

§1ではその局所版にあたる log syntomic 複体と p 進 vanishing cycle の比較定理を述べ，§2で主定理を述べる．

ページ数が限られているので，定義は，「感じ」を述べるにとどめ，また定理の証明もその方針のみを簡単に述べることにする．詳しくは，[T1]，[T2]を参照していただきたい．また，log. structure という用語は，つねに Fontaine-Illusie の意味で使うものとする．（[Ka2]，[Ka4] を見よ．）

以下，記号を次のように固定する．

A：完備離散付値環

k：Aの剰余体．標数 $p>0$ で完全であるとする．

K：Aの分数体．標数 0 であるとする．

$\overline{K}$：Kの代数的閉包．

$W=W(k)$：kに係数を持つ Witt vector の環．

$S=\mathrm{Spec}\,A$，$s=\mathrm{Spec}\,k$，$\eta=\mathrm{Spec}\,K$，$\bar{\eta}=\mathrm{Spec}\,\overline{K}$．

(S,N)：Sにその closed point より定まる log. str. を与えたもの

X：A上の semi-stable reduction を持つ proper scheme

(X,M)：Xにその special fiber より定まる log. str. を与えたもの

$$\begin{tikzcd} X_s \arrow[r, hook, "i"] \arrow[d] & X \arrow[d] & X_\eta \arrow[l, hook', "j"'] \arrow[d] & X_{\bar\eta} \arrow[l] \arrow[d] \\ s \arrow[r, hook] & S & \eta \arrow[l, hook'] & \bar\eta \arrow[l] \end{tikzcd}$$

(各 square は Cartesian.)

§1. log syntomic複体と p進 vanishing cycle.

(1.1) log connection 付き filtered module.

圏 $MF^\nabla_{big}(X) \supset MF^\nabla_{unif,[0,r]}(X) \supset MF^\nabla_{sc,[0,r]}(X)$ を次のように定義する. ($r \in \mathbb{Z}$, $0 \leqq r \leqq p-2$) (cf. [Fa1]II, [Fa2]4(f))

X上 étale local に考えて, はりあわせで定義する.

$U \to X$: étale ($U_s \neq \phi$) に対して

$$\begin{tikzcd} (U, M|U) \arrow[r, hook, "i"] \arrow[d] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowleft"] & (Z, M_Z) \arrow[d, "\text{log. smooth}"] \\ (S, N) \arrow[r] & \mathrm{Spec}\, W \end{tikzcd} , \quad \underset{\text{Frobenius lifts}}{\{F_{Z_n} : (Z_n, M_{Z_n}) \to (Z_n, M_{Z_n})\}_{n \geqq 1}}$$

がとれているとき, $(U_n, M_n|U_n) \hookrightarrow (Z_n, M_{Z_n})$ の log. PD-envelope を (D_n, M_{D_n})として,

$MF^\nabla_{big}(U; i, \{F_{Z_n}\})$ の対象は, 4つ組 $(\mathcal{M}, \mathcal{M}^i, \varphi^r_{\mathcal{M}}, \nabla_{\mathcal{M}})$からなる. ここで, $\mathcal{M}$は quasi-coherent $\mathcal{O}_{D_n}$-module ($n \gg 0$), $\mathcal{M}^i$ はその quasi-coherent sub $\mathcal{O}_{D_n}$-modules による減少 filtration, $\varphi^r_{\mathcal{M}} : \mathcal{M}^r \to \mathcal{M}$ ($r<p$) は φ_{D_n}-linear hom, $\nabla_{\mathcal{M}} : \mathcal{M} \to \mathcal{M} \otimes \omega^1_{Z/W}$ は quasi-nilpotent integrable connection で, $\varphi^r_{\mathcal{M}}|\mathcal{M}^{r+1} = p \cdot \varphi^{r+1}_{\mathcal{M}}$

$(r<p-1)$, $\nabla_{\mathcal{M}}(\mathcal{M}^i) \subset \mathcal{M}^{i-1} \otimes \omega^1_{Z/W}$ (Griffiths transversality) 等を満たす．（細かい定義は省略）

$MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,r]}(U;i,\{F_{Z_n}\})$ の object は，更に，U 上 étale local に $(\mathcal{M},\mathcal{M}^i)$ が $(\mathcal{O}_{D_m}, J_{D_m}^{[i-e]})$ $(m>0,\ 0\leqq e\leqq r)$ の有限直和であり，かつ $\widetilde{\varphi}_{\mathcal{M}}:\widetilde{\mathcal{M}}\to\mathcal{M}$ が同型であるもの．ここで，$\widetilde{\mathcal{M}}$ は $\bigoplus_{i<p}\mathcal{M}^i\otimes_{\mathcal{O}_{D_n},\varphi}\mathcal{O}_{D_n}$ を

(i) $(x\otimes 1)_{i-1}-(px\otimes 1)_i \quad (x\in\mathcal{M}^i,\ i<p)$

(ii) $(x\otimes\varphi^j_{D_n}(a))_i-(ax\otimes 1)_{i+j} \quad (x\in\mathcal{M}^i,\ a\in J_{D_n}^{[j]},\ i,j,i+j<p)$

で生成される sub $\mathcal{O}_{D_n}$-module で割ったもので，$\widetilde{\varphi}_{\mathcal{M}}$ は $\bigoplus_{i<p}\varphi^i_{\mathcal{M}}\otimes \mathrm{id}$ より誘導される準同型である．$(\ )_i:\mathcal{M}^i\otimes_{\mathcal{O}_{D_n},\varphi}\mathcal{O}_{D_n}\hookrightarrow\bigoplus_{i<p}\mathcal{M}^i\otimes_{\mathcal{O}_{D_n},\varphi}\mathcal{O}_{D_n}$ は自然な inclusion とし，J_{D_n} は $\mathcal{O}_{D_n}$ の PD-ideal とする．

$MF^{\nabla}_{\mathrm{sc},[0,r]}(U;i,\{F_{Z_n}\})$ の object は，更に，U 上 étale local に，レベルが $[0,r]$ に入る長さ有限の W 上の filtered module（この圏を $MF_{\mathrm{lf},[0,r]}(W)$ とする．）の逆像の "successive extension" となっているもの．

これらの圏は，i, $\{F_{Z_n}\}$ のとり方によらない．

（注）$MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,r]}(X)$ は $A=W$ のとき，[Fa2]4(f) の $\mathcal{MF}^{\nabla}_{[0,r]}(X)$ に他ならない．

(1.2) log syntomic 複体

$\mathcal{M}\in MF^{\nabla}_{\mathrm{big}}(X)$ に対して，$D^+(X_{et},\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})$（但し，$n$ は，$p^n\mathcal{M}=0$ となる n）の object $\mathcal{S}_X(\mathcal{M},r)$ $(r\in\mathbb{Z},\ r<p)$ を次の

ように定義する．(cf. [Ka1] I §1, [Ka3] §5)

X上étale localに考えて，はりあわせで定義する．$U \to X$, i, $\{F_{Z_n}\}$ を(1.1)のようにとり，$\mathcal{M}$のUへの制限を $\mathcal{M}_U = (M_U, M_U^i, \varphi^i_{M_U}, \nabla_{M_U}) \in MF^{\nabla}_{big}(U; i, \{F_{Z_n}\})$ とするとき，$\mathcal{S}_{U,Z}(\mathcal{M}_U, r)$ を次の複体の射の mapping fiber で定義する．

$$
\begin{array}{ccccccc}
M_U^r & \longrightarrow & M_U^{r-1} \otimes \omega^1_{Z/W} & \longrightarrow & M_U^{r-2} \otimes \omega^2_{Z/W} & \longrightarrow & \cdots \\
\downarrow {\scriptstyle 1-\varphi^r_{M_U}} & & \downarrow {\scriptstyle 1-\varphi^{r-1}_{M_U} \otimes \frac{d\varphi}{p}} & & \downarrow {\scriptstyle 1-\varphi^{r-2}_{M_U} \otimes \overset{2}{\wedge} \frac{d\varphi}{p}} & & \\
M_U & \longrightarrow & M_U \otimes \omega^1_{Z/W} & \longrightarrow & M_U \otimes \omega^2_{Z/W} & \longrightarrow & \cdots
\end{array}
$$

(1.3) p進smooth層

$0 \leqq r \leqq p-2$ を満たす整数rに対して，functor

$$\mathbb{D}_X(\cdot, r) : MF^{\nabla}_{unif,[0,r]}(X) \longrightarrow ((X_n)_{et}\text{上のtorsion smooth } \mathbb{Z}_p\text{-sheafの圏})$$

を次のように定義する．(cf. [Fa1] II, [Fa2] 4(f))

やはり，X上étale localに考えてはりあわせで定義する．$U = \mathrm{Spec}\, R \to X$, i, $\{F_{Z_n}\}$ を(1.1)のようにとる．このとき，$\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}$-PD-ring $B_n(\hat{R})$ で，$\pi_1(\mathrm{Spec}\,\hat{R})$の作用，Frobenius liftを伴うものが[Fa1] II b)のようにして定義できる．Uを十分小さくとっておけば，更にlog str.を与えることができて，

$$
\begin{array}{ccc}
(\mathrm{Spec}\, B_n(\hat{R})/J_n(\hat{R}), \log.) & \hookrightarrow & (\mathrm{Spec}\, B_n(\hat{R}), \log.) \\
\downarrow & & \\
(U_n, M_n|U_n) & & \\
\downarrow & & \\
(X_n, M_n) & &
\end{array}
$$

という $\pi_1(\mathrm{Spec}\,\hat{R})$ の作用する log PD-thickening を得る.

$\mathcal{M} \in MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,r]}(X)$, $p^n\mathcal{M}=0$ に対して, $\mathcal{M}$ をこの PD-thickening の上で"evaluate" することができて, それを $\mathcal{M}_B$ と書くことにすると, (U を十分小さくとりなおせば)

$$1-\varphi^r : \mathcal{M}^r_B \longrightarrow \mathcal{M}_B$$

は全射で, kernel は有限となる. (これは自明ではない. cf. [Fa1]2.4) この kernel を $\mathbb{D}_U(\mathcal{M},r)$ とする.

$\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r)$ は, これらの $\pi_1(\mathrm{Spec}\,\hat{R})$-module をはりあわせて定義する. (cf. [Fa1]II9). X が S 上 proper なことに注意)

(1.4) <u>比較定理(局所版)</u>

定理　$0 \leqq s < r \leqq p-2$ を満たす整数 r, s をとる. すると, $\mathcal{M} \in MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,r]}(X)$, $p^n\mathcal{M}=0$ に対して, $D^+(X_{et}, \mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})$ における射

$$\mathcal{S}_X(\mathcal{M},r) \longrightarrow i_*i^*Rj_*\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r)$$

があって, $\mathcal{M} \in MF^{\nabla}_{sc,[0,s]}(X)$ のとき, これより同型

$$\tau_{\leqq r-s-1}\mathcal{S}_X(\mathcal{M},r) \xrightarrow{\sim} \tau_{\leqq r-s-1} i_*i^*Rj_*\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r)$$

を得る.

(注1) $\mathcal{M}=\mathcal{O}_{X_n/W_n}$ のときは, $\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r) \cong \mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}(r)$ だが, $i^*Rj_*\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}(r)$ を微分加群, 或は syntomic 複体で表すことは,

すでに good reduction のときは，Bloch，加藤，栗原，semi-stable reduction のときは，兵頭，加藤によってなされている．

(注2) 以上の議論は，X を base change したものについても，全く同様にできて，定理はその場合も成立する．

〈証明の方針〉

射の構成　X上 étale local に考えてはりあわせる．$U=\mathrm{Spec}\,R$, i, $\{F_{Z_n}\}$ を (1.1) のようにとる．resolution $\mathcal{M}_B \to \mathcal{M}_E \otimes \omega^{\bullet}_{Z/W}$, $\mathcal{M}^r_B \to \mathcal{M}_E^{r-\bullet} \otimes \omega^{\bullet}_{Z/W}$ を構成し，$1-\varphi^r : \mathcal{M}_E^{r-\bullet} \otimes \omega^{\bullet}_{Z/W} \to \mathcal{M}_P \otimes \omega^{\bullet}_{Z/W}$ の mapping fiber を $\overline{\mathcal{S}_{U,Z}}(\mathcal{M},r)$ とすると，射

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{U,Z}(\mathcal{M},r) &\to R\Gamma(G_U, \mathcal{S}_{U,Z}(\mathcal{M},r)) \\ &\to R\Gamma(G_U, \overline{\mathcal{S}_{U,Z}}(\mathcal{M},r)) \\ &\xleftarrow{\sim} R\Gamma(G_U, \mathbb{D}_U(\mathcal{M},r)) \end{aligned}$$

を得る．但し，$G_U = \pi_1(\mathrm{Spec}\,\hat{R})$

同型の証明　$\mathrm{MF}_{\mathrm{tf},[0,r]}(W)$ の simple object は Fontaine，Laffaille により決定されていて [FL]，それに伴う p 進表現は tame であるから，$i^* R^q j_* \mathbb{D}_X(\mathcal{M},r)$ の計算は base change して，$i^* R^q j_* \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}(q)$ の計算に帰着され，この場合は兵頭氏がすでに計算している [H]．syntomic 複体の方は base change しても簡単にならないので，$\mathcal{M}$ が simple object の逆像の場合に，$\mathcal{H}^q(\mathcal{S}_X(\mathcal{M},r))$ を計算する．(極めてややこしい)．$\mathcal{M} = \mathcal{O}_{X_1/W_1}$ の場合，栗原氏がすでにやっている [Ku].) 射でちゃんとうつっ

ているかどうかは，"symbol map"を用いて調べる． //

§2. log crystalline cohomology と p 進 étale cohomology

A の素元 π を 1 つ固定する．これより，埋めこみ

$$\begin{tikzcd}(S, N) \arrow[r, hook, "i_S"] \arrow[dr] & (\operatorname{Spec} W[\mathbb{N}], \text{can. log.}) \arrow[d, "\text{log. smooth}"] \arrow[dl, phantom, "\circlearrowright"] \\ & \operatorname{Spec} W\end{tikzcd}$$

が $\mathbb{N} \to A$; $n \mapsto \pi^n$ より定まり，Frobenius lifts

$$F_n : (\operatorname{Spec} W_n[\mathbb{N}], \text{can. log.}) \longrightarrow (\operatorname{Spec} W_n[\mathbb{N}], \text{can. log.})$$

が $\mathbb{N}$ の p 倍写像で定まる．すると，(1.1) のようにして，圏 $MF^{\nabla}_{big}(S ; i_S, \{F_n\})$ が定義できる．$(S_n, N_n) \hookrightarrow (\operatorname{Spec} W_n[\mathbb{N}], \text{can. log.})$ の PD-envelope を (E_n, M_{E_n}) とする．

(2.1) <u>p 進表現</u>

$0 \leqq r \leqq p-2$ をみたす整数 r に対し，functor

$$\mathbb{D}(\cdot, r) : C^+(MF^{\nabla}_{big}(S ; i_S, \{F_n\})) \longrightarrow C^+(\text{discrete } \mathbb{Z}_p\text{-}\operatorname{Gal}(\bar{K}/K)\text{-torsion 加群の圏})$$

を次のように定義する．まず，$\Gamma(E_n, \mathcal{O}_{E_n})$-algebra $\mathcal{P}_n$ $(n \geqq 1)$ を，

$$\mathcal{P}_n = H^0((\bar{S}_n/E_n)^{\log}_{crys}, \mathcal{O}_{\bar{S}_n/E_n})$$

で定義する．ここで，$\bar{S}$ は $\bar{K}$ の整数環 $\bar{A}$ の Spec とする．$\mathcal{P}_n$ は PD-ring で $\operatorname{Gal}(\bar{K}/K)$ の作用，Frobenius lift をもつ．

$M^{\cdot} \in C^+(MF^{\nabla}_{big}(S ; i_S, \{F_n\}))$．簡単のため $p^n M^{\cdot} = 0$ $(n \gg 0)$

とする．このとき，$\mathbb{D}(M^{\cdot}, r)$ を次の複体の射の mapping fiber で定義する．（N, φ^r 等の定義は省略する．）

$$1 - \varphi^r : F^r(P_n \otimes M^{\cdot})^{N=0} \to (P_n \otimes M^{\cdot})^{N=0}$$

（注）$M \in MF^{\nabla}_{unif, [0,r]}(S; i_S, \{F_n\})$ のとき，$\mathbb{D}(M, r)$ は (1.3) の $\mathbb{D}_S(M, r)$ と quasi-isomorphic となる．

(2.2) <u>log crystalline cohomology</u>

$\mathfrak{M} \in MF^{\nabla}_{big}(X)$ の log crystalline cohomology

$$R\Gamma_{log\text{-}crys}(X/E, \mathfrak{M})$$

を $MF^{\nabla}_{big}(S; i_S, \{F_n\})$ における複体として次のように定義する．（up to canonical quasi-isomorphism で決まる．）

$U = \mathrm{Spec}\, R \to X$: étale $(U_s \neq \phi)$ に対して

$$\begin{tikzcd} (U, M|U) \arrow[r, hook, "i"] \arrow[d] \arrow[dr, phantom, "\circlearrowleft"] & (Z, M_Z) \arrow[d, "\text{log. smooth}"] \\ (S, N) \arrow[r, hook] & (\mathrm{Spec}\, W[\mathbb{N}], \text{can. log.}) \end{tikzcd}$$

という埋め込みと，$(\mathrm{Spec}\, W[\mathbb{N}], \text{can. log.})$ の Frobenius と compatible に Frobenius lifts $\{F_{Z_n} : (Z_n, M_{Z_n}) \to (Z_n, M_{Z_n})\}$ がとれているとする．すると，$\mathfrak{M}$ の U への制限を $\mathfrak{M}_U \in MF^{\nabla}_{big}(U; i, \{F_{Z_n}\})$ とするとき，$\mathfrak{M}_U$ の de Rham complex $\mathfrak{M}_U \otimes \omega^{\cdot}_{Z/W[\mathbb{N}]}$ の $\Gamma(D_n, \cdot)$ に $MF^{\nabla}_{big}(S; i_S, \{F_n\})$ の複体としての構造が入る．$R\Gamma_{log\text{-}crys}(X/E, \mathfrak{M})$ をこれらのはりあわせ（Čech complex）で定義する．

（注）$p^n\mathfrak{M}=0$ とすると，derived category において

$$R\Gamma_{\text{log-crys}}(X/E,\mathfrak{M})\cong R\Gamma((E_n)_{et},(Rf_{n,\text{crys}*}\mathfrak{M})_{E_n})$$

但し，$f_{n,\text{crys}}:(X_n/W_n)^{\log\sim}_{\text{crys}}\longrightarrow(S_n/W_n)^{\log\sim}_{\text{crys}}$.

(2.3) log syntomic 複体（その2）

$\overline{X}=X\times_S\overline{S}$（$\overline{S}$ は $\overline{K}$ の整数環 $\overline{A}$ の Spec）とする．r を $0\leqq r\leqq p-2$ を満たす整数とする．$\mathfrak{M}\in MF^{\nabla}_{\text{unif},[0,r]}(X)$ に対して，$D^+(\overline{X}_{et},\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})$（但し，$n$ は $p^n\mathfrak{M}=0$ となる整数）の object $\mathcal{S}_{\overline{X}}(\mathfrak{M},r)$ を $\mathcal{S}_{X'}(\mathfrak{M}',r')$ の $\overline{X}_{et}$ への pull-back の帰納極限で定義する．ここに，$S'=\operatorname{Spec}A'$，$X'=X\times_S S'$，$\mathfrak{M}'$ は $\mathfrak{M}$ の $MF^{\nabla}_{\text{unif},[0,r]}(X')$ への pull-back で，A' は $\overline{K}/K$ の有限次部分拡大の整数環を走る．

（注）$\mathcal{S}_{X'}(\mathfrak{M}',r)$ は derived category の object であるから，実際には，これらを complex で表しておいて極限をとる必要がある．

(2.4) log syntomic cohomology と log crystalline cohomology

定理　$\mathfrak{M}\in MF^{\nabla}_{\text{unif},[0,r]}(X)$，$p^n\mathfrak{M}=0$ に対して，$D^+(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})$ における Galois equivariant isomorphism

$$\mathbb{D}(R\Gamma_{\text{log-crys}}(X/E,\mathfrak{M}),r)\cong R\Gamma_{et}(\overline{X},\mathcal{S}_{\overline{X}}(\mathfrak{M},r))$$

がある．

（注） X が W 上 smooth，$\mathcal{M}=\mathcal{O}_{X_n/W_n}$ のとき，対応する結果は，すでに [FM] III §1，[Ka1] II §4 にみられる．

〈証明の方針〉両辺を de Rham complex を用いて具体的に表わし，$P_n=\varinjlim H^0((S'_n/E_n)^{\log}_{\mathrm{crys}},\mathcal{O}_{S'_n/E_n})$ （S' は $\bar{K}/K$ の有限次部分拡大の整数環の Spec を走る．）を用いる． //

(2.5) 比較定理（大域版）

(1.4)，(2.4) をあわせて，次の比較定理を得る．

定理　s, r を $0\leqq s<r\leqq p-2$ をみたす整数とする．
$\mathcal{M}\in MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,r]}(X)$，$p^n\mathcal{M}=0$ に対して，Galois equivariant な $D^+(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})$ における射

$$\mathbb{D}(R\Gamma_{\log\text{-}\mathrm{crys}}(X/E,\mathcal{M}),r)\to R\Gamma_{\mathrm{et}}(X_{\bar{\eta}},\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r))$$

が存在して，$\mathcal{M}$ が $MF^{\nabla}_{\mathrm{sc},[0,s]}(X)$ の object のとき，同型

$$\tau_{\leqq r-s-1}\mathbb{D}(R\Gamma_{\log\text{-}\mathrm{crys}}(X/E,\mathcal{M}),r)\xrightarrow{\sim}\tau_{\leqq r-s-1}R\Gamma_{\mathrm{et}}(X_{\bar{\eta}},\mathbb{D}_X(\mathcal{M},r))$$

を得る．

（注） $A=W$，X が proper semi-stable curve のとき，G. Faltings は次の事実を示している [Fa3] 4.3．$\mathcal{M}\in MF^{\nabla}_{\mathrm{unif},[0,p-3]}(X)$ に対して，W 上 smooth な scheme Y への射 $X\to Y$ があって，$\mathcal{M}$ が $\mathcal{MF}^{\nabla}_{[0,p-3]}(Y)$ （[Fa1] II）のある object $\mathcal{M}'$ の pull-back になっているとするとき，Galois equivariant な同型

$$\mathbb{D}(R\Gamma_{\text{log-crys}}(X/E, \mathcal{M}), p-2) \cong R\Gamma_{\text{et}}(X_{\bar{\eta}}, \mathbb{L}(p-2))$$

がある。ここに，$\mathbb{L}$ は $\mathbb{D}(\mathcal{M}')$（[Fa1]II）の dual の $X_{\bar{\eta}}$ への pull-back であるとする。

参考文献

[Fa1] Faltings, G., Crystalline cohomology and p-adic Galois-representations, Algebraic analysis, geometry, and number theory, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1989, pp. 25-80.

[Fa2] Faltings, G., F-isocrystals on open varieties. Results and conjectures, Grothendieck's 60 th birthday Festschrift, Birkhäuser, Boston, 1990, pp. 219-248.

[Fa3] Faltings, G., Crystalline cohomology of semi-stable curves, and p-adic Galois representations, J. Alg. Geom. 1 (1992), 61-82.

[FL] Fontaine, J.-M. and Laffaille, G., Constructions de représentations p-adiques, Ann. Sci. Éc. Norm. Sup. 15 (1982), 547-608.

[FM] Fontaine, J.-M. and Messing, W., p-adic periods and p-adic etale cohomology, Contemporary Math. 67 (1987), 179-207.

[H] Hyodo, O., A note on p-adic etale cohomology in the semi-stable reduction case, Inv. Math. 91 (1988), 543-557.

[Ka1] Kato, K., On p-adic vanishing cycles (Application of ideas of Fontaine-Messing), Advanced studies in Pure Math. 10 (1987), 207-251.

[Ka2] Kato, K., Logarithmic structures of Fontaine-Illusie, Algebraic analysis, geometry, and number theory, Johs Hopkins University Press, Baltimore, 1989, pp. 191-224.

[Ka3] Kato, K., Semi-stable reduction and p-adic etale cohomology, preprint.

[Ka4] Kato, K., Semi-stable reduction and crystalline cohomology with logarithmic poles, preprint.

[Ku] Kurihara, M., A note on p-adic etale cohomology, Proc. Japan. Academy 63 (1987), 275-278.

[T1] Tsuji, T., Syntomic complexes and p-adic vanishing cycles, preprint.

[T2] Tsuji, T., Log crystalline cohomology and log syntomic cohomology, preprint.