数理解析研究所講究録
第869巻1994年121-126

場の理論は理解できただろうか？

アルバタ大　高橋 康　(Takahashi Yasushi)

Jordan-Pauli,Jordan-Wigner によって相対論的場の理論が提唱され、Heisenberg-Pauli によって QED が formulate されたことは周知である。共変的 QED は戦中戦後を亙って Tomonaga-Schwinger によって完成された。同時にくりこみの考えが導入され Dysonによって発展された。繰り込みの考えが一般の場一般の相互作用にたいして何処まで成り立つかを調べたのが Stueckelberg,Sakata-Umezawa-Kamefuchiである。ただし、彼等の仕事はすべて摂動論的展開によっている。摂動論的展開によらずに場の理論は何処まで行けるかということを気にしていた人々は勿論沢山居たが、当時中でも Kaellen,Kamefuchi,Umezawa,Lehmann ････などが奮戦ちゅうであった。

私は 1951 年頃 Kamefuchi-Umezawa と一緒に S-matrix を Heisenberg operators で書こうと言う仕事を始めたが、

これは我ながらうまい定式化だとはいえない。後で解ったことだが、我々の formulation では、漸近場というものの概念がはっきりしていなかったのである。

Lesson 1. 数式に追い廻されず、基礎概念に注意せよ。

私はその頃日本を離れてアメリカに渡り、場の理論の非摂動論的アプローチを一人で調べていた。H.S.Green と Landau による Ward の恒等式の拡張の仕事が目についたが、その証明は見当たらなかった。それでそれの証明に二年間費やした。わけ判らず何とか「証明」に漕ぎ付けたが、その直後 Nishijima による、もっと一般的な見通しのよい議論が現れた。（これも Lesson 1 ）
私がアメリカからダブリンへ移ってから、当時無名の見知らぬ男 Stora から手紙が来た。これによると、彼は MIT の graduate student として generalized Ward identity の証明に凝っていたが、Yennie がうるさくて MIT では誰も証明に成功しなかった。しかしおまえの証明は、Yennie の批判をうまく避けて通っている・・・、と誉めてあったが、私には Yennie の批判とは何だかさっぱり判らなかった。

Lesson 2. 孤独を嘆く勿れ。回りにうるさいのが居ると却って研究成果はあがらない。

Lesson 2'. 他人が真面目に仕事をしているとき横から余計な破壊的批判的な口を出すな。

とにかく場の理論は、Heisenberg operators ばかりで成り立っているのではなく、Hamiltonian を対角化する漸近場というものが必要であり、漸近場から Fock space というものを作ることが可能であり（これが粒子像）、はじめの Heisenberg oparatorsの表現が与えられなければならない。（Heisenberg operators と asymptotic operators との間の mapping といってもよい）。

Lesson 3. Heisenberg operatorsの間に正準交換関係を置くだけでは、量子かはできてもそれが粒子像につながるかどうかは判らない。

正準形式可能でしかも粒子像の 成り立たない例を作ることは容易である。（Coulomb 場やタキオン）。この論理構造を明らかにしたのが所謂 LSZ の理論である。LSZ の理論は、

多分に「こうであってほしい」という希望をもとにした様なところがあるが、とにかく場の理論の基本的構造をはっきりと示している。

では漸近場とは何か？希望的性質を並べてみると

(i)　Total Hamiltonian を対角化する。

(ii)　Linear equation

$$\Lambda_{\alpha\beta}(\partial)\,\phi_\beta(x)=0 \tag{1}$$

を充たす。

(iii)　この Linear equation は hyperbolic.

（さもないと、Fock space がつくれない。

別の言葉で言うと、粒子像が画けない）

繰り込みの考え方と同じく重要なのは「対称性の自発的やぶれ」のアイデアである。此れら二つの考えかた及び群論的なアイデアにもとずいて、素粒子の相互作用は Non-Abelian gauge theory に纏められた。

Gauge 場の理論の本質は、inhomogeneous な変換を受ける場を導入して、場の相互作用を確定しようとするものである。

Inhomogenious な変換というのは、電磁ポテンシアルの

gauge 変換

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x) \tag{2}$$

ように、場の量プラスC数という形の変換を言う。このような変換によってラグランジアンが不変であることを要求すると、ある形の nonlinear term すなわち相互作用が決まる。つまり (2)の様な変換に対する不変性を考えるということは方程式を nonlinear にするためであって、linear な方程式を充たさなければならない漸近場の概念と相容れない。
Non-Abelian gauge 理論では (2) はもっと複雑になり、古典的な場の理論の枠内では問題はないかもしれないが、漸近場を本質的に必要とする場の理論に行くことが本当に可能なのかどうか？色々な方が、色々な gauge fixing を議論して居られるのを見て、早く誰かが私ごときにも何とか納得の行く易しい理論を出して呉れないかと思う。
Gauge 変換だけでなく Galilei 変換にも同様の事情がある。Homogenious な Galilei変換で不変なのは、Schroedinger 場だけであって、phonon の満たす方程式は Galilei 変換で不変ではない。それを不変にするためには、inhomogenious な Galilei 変換をする量を導入しなければなら

ず、そうするとまた漸近場の概念と矛盾してくる。
こういう事情で、場の理論というものは私が若い頃考えていたような簡単なものではないような気がして来た。定年のこの年になって，inhomogenious な変換に対して不変な場の理論がますます判らなくなったという告白をしなければならない。この稿が、Lesson 2’に従い、真面目に奮戦している人の邪魔にならないことを望む。