数理解析研究所講究録
960巻 1996年 37-43

Domosi の問題について

井関　清志　(Kiyoshi ISEKI)
住吉学園高校　山下　幸二　(Kouji YAMASITA)

一昨年のこの研究集会のとき，来日中の Pal Domosi 教授 (Hungary, Debrecen, Kosuuth University) がこの著者の一人(井関)につぎの問題を出した．

問題の定式化はきわめて簡単である．

$x_1x_2...x_n$ を 10 進数で与えられた自然数とする．つぎの方法を考える．右には P.Domosi さんのあげた例を示してある．

$x_1x_2...x_n$	+	78	+
$x_nx_{n-1}...x_1$		87	
$y_1y_2...y_{n+1}$	+	165	+
$y_{n+1}y_n...y_1$		561	
$w_1w_2...w_{n+2}$	+	726	+
$w_{n+2}...w_2w_1$		627	
...	.	1353	+
...		3531	
$z_1z_2...z_k$		4884	

ここで $z_1z_2...z_k = z_k...z_2z_1$ になることがあれば，$x_1x_2...x_n$ は palindromic sum をもつとよぶ．

P.Domosi はつぎのようにいって，著者の一人(井関)に問題を出した．

Maybe there exists the palindromic sum for every natural number.

この問題は iteration + computer という型の問題で，H.J.J.te Riele のいう，iterative theory of numbers に属する問題とみられる([1], [3])．この問題は R.Guy の本にはまだ出ていない([2])．

実際，たとえば，78 では上のように 4884 となって，その reverse と一致する．二ケタの数について，計算してみたら，89，または 98 からはすぐに palindromic number は得られなかった．ちなみに 79 からは 6 回で，44044 になる．昨年(1995) 12 月の大阪私学数学研究会で，この問題を井関が話した．今年のはじめに著者の一人

(山下)が UBASIC を利用して，まずはじめに，三ケタの数全部について，palindromic になるかどうかを検討した．その結果，89 からは 24 回で，13 ケタの数

8813200023188

に達した．この数になるのは，他に，

187(23)，286(23)，385(23)，484(23)，583(23),682(23)，781(23)，869(22)，880(23)，968(22).

ここで括弧のなかの数は計算回数を表わす．

そこで，999 までの数で，あっさりと palindromic になるのは，89 の 24 回が最高で，そのつぎが上の数で，23，22 回のものである．

ところが 196 をはじめ，

295，394，493，592，689，691，788，790，879，887，978，986

の 13 個からは 1000 回計算しても， palindromic number には，達しない．879，978 を除く 11 個は reverse をとって，加える操作を続けると，おなじ数に達する．一方，879 と 978 は 196 とは別の系列に入るようである．

reverse をつくって，加える操作を続けていって，おなじ数になるような数の対を親戚数(kins-number とでも英訳すれば)と呼ぶことにする．

たとえば，上の例で，89 と 385，また 196 と 778 はそれぞれ親戚数である．しかし 978 と 788 とは親戚数にはならないようである．

4884 からは 7 回目に，4668664 という palindromic number になる．このように palindromic といったとき，そのケタ数が偶数のときと奇数のときがある．

その後，山下は 196 について更に，reverse をとり，加える操作を 22000 回続けて，9136 ケタの数がでてきたが，この間に，palindromic number には，達しなかった．また 1 から 10000 までの計算で，palindromic number に達しない数は表のようになった．

面白い現象の一つは，7 ケタの数 9008299 から，96 回の計算で，48 ケタの新しい palindromic number がでてくる．この数から，9999999 までの間に 96 回計算するとこのおなじ palindromic number になるものが集中している．その結果は参考のためにあとに出しておいた．

上のような現象が起こるので，この結果を P.Erdos と H.Dubner の両氏に知らせると同時に comment をもとめた．H.Dubner さんからこの問題は前に聞いたことがある．すこし計算をしてみたが，やめたとの返事が来た．一方，P.Erdos 先生からは，R.Guy さんが memphis に来ていたので，二人で話をしたが，これは非常にむつかしい問題で，

理論的には，手がでないとの結論になったとの返事があった．その後，P.Erdos さんは J.Selfridge さんに会ったので，この問題を話したところ，かれは palindromic にならない数が存在するにちがいないと予想しているという手紙が P.Erdos さんから来た．さらに J.Selfridge によると，いままでの数論のどんな手法をつかっても，この問題は解決できまいと．そこで，今度は C.Caldwell さんにかれの考えを求めたところ，早速，インターネットを通して，検索された．200 までの計算として結果，295 が怪しい数として疑問視されていること，また二進数では，10110 が palindromic にならないことが証明されている(Roland Sprague)とのこと，さらにごく最近，196 だけについては，9430000(943万)回計算してみたが，palindromic にはならなかったとのこと(みなみに，そのケタ数は 3924257 である)とのことがでていると知らせて頂いた．ここでいろいろ協力された方々に感謝しつつ，関連した問題をのべておく．

ここでいろいろな問題がでてくる．

Domosi 問題は否定的らしいので，そうなるとつぎの疑問が起こる．

一度 palindromic number になった数について，さらにおなじ演算を繰り返すといつかは palindromic number になるか．

この問題も否定的のようである．さらにいつかは palindromic にならないと予想される．たとえば，palindromic にならないと予想される 196 の親戚数になる．実際，山下はいくつかについて，テストしてみたが，どれも palindromic にならなかった．

1)　10(1) = 11 となるので，これについて，34 回計算すると，

となり，ここまでに 8 回 palindromic number が出てきて，9 回目のものが

6787365456637876

で，あと 1000 回計算したが，palindromic には，達しなかった．

2)　19(2) = 121 になるが，4 回目の palindromic

8813200023188

以後は，1000 回計算しても，palindromic は出てこなかった．

3)　59(3) = 111 では，6 回目の 59(12) = 3654563 以後，あと 1000 回計算しても，palindromic は出てこない．

4)　69(4) = 4884 では，3 回目の 69(26) = 47337877873374 以後，1000 回計算しても，だめ．

5)　79(6) = 44044 では，5 回目の，79(30) = 10(34) となり，1) の場合になる．

6)　89(24) = 19(27) となる．2) の場合になる．

このような結果からみて，Domosi の問題は否定的である．

一方, palindromic sum をもたないで, 親戚にもならない数が無限に存在するようである.

文　献

1. J.M.Abe and K.Iseki, Teoria Elementar dos Numeros e Computadores, Celocao, serie Logica e Teoria da Ciencia 12, Inst. de Estudos Avancados, Univ. de SaoPaulo, 1993.
2. R.Guy, Unsolved Problems in Number Theory, 2nd ed. Springer Verlag, 1994.
3. H.J.J.te Riele, Iteration of number-theoretic functions, Nieuw Archief voor Wiskunde (4), vol. 1(1983), 345-360.

表.1000回計算しても対称数にならない整数(1から10000まで)

整数	1000回計算しても対称数にならない数	個数
1-1000	196, 295, 394, 493, 592, 689, 691, 788, 790, 879, 887, 978, 986	13
1001-2000	1495, 1497, 1585, 1587, 1675, 1677, 1765, 1767, 1855, 1857, 1945, 1947, 1997	13
2001-3000	2494, 2496, 2584, 2586, 2674, 2676, 2764, 2766, 2854, 2856, 2944, 2946, 2996	13
3001-4000	3493, 3495, 3583, 3585, 3673, 3675, 3763, 3765, 3853, 3855, 3943, 3945, 3995	13
4001-5000	4079, 4169, 4259, 4349, 4439, 4492, 4494, 4529, 4582, 4584, 4619, 4672, 4674, 4709, 4762, 4764, 4799, 4852, 4854, 4889, 4942, 4944, 4979	23
5001-6000	5078, 5168, 5258, 5348, 5438, 5491, 5493, 5528, 5581, 5583, 5618, 5671, 5673, 5708, 5761, 5763 5798, 5851, 5853, 5888, 5941, 5943, 5978, 5993	24
6001-7000	6077, 6167, 6257, 6347, 6437, 6490, 6492, 6527, 6580, 6582, 6617, 6670, 6672, 6707, 6760, 6762, 6797, 6850, 6852, 6887, 6940, 6942, 6977, 6992	24
7001-8000	7059, 7076, 7149, 7166, 7239, 7256, 7329, 7346, 7419, 7436, 7491, 7509, 7526, 7581, 7599, 7616, 7671, 7689, 7706, 7761, 7779, 7796, 7851, 7869, 7886, 7941, 7959, 7976, 7991	29
8001-9000	8058, 8075, 8079, 8089, 8148, 8165, 8169, 8179, 8238, 8255, 8259, 8269, 8328, 8345, 8349, 8359, 8418, 8435, 8439, 8449, 8490, 8508, 8525, 8529, 8539, 8580, 8598, 8615, 8619, 8629, 8670, 8688, 8705, 8709, 8719, 8760, 8795, 8799, 8809, 8850, 8868, 8885, 8889, 8899, 8940, 8958, 8975, 8979, 8989, 8990	50
9001-10000	9057, 9074, 9078, 9088, 9147, 9164, 9168, 9178, 9237, 9254, 9258, 9268, 9327, 9344, 9348, 9358, 9417, 9434, 9438, 9448, 9507, 9524, 9528, 9538, 9597, 9614, 9618, 9628, 9687, 9704, 9708, 9718, 9777, 9794, 9798, 9808, 9867, 9884, 9888, 9898, 9957, 9974, 9978, 9988	44
	合計	246

表　対称数（１桁～７桁の整数）の計算

整数	対称数にならないと予想される個数	対称数の個数（対称数になるものの%）	ｽﾃｯﾌﾟ（計算回数）の最大数と対称数	最大数の個数
1 桁 1 ～9	0	9 (100%)		
2桁 10～99	0	90 (100%)	89(24)=98(24) =8813200023188　(13桁)	2
3桁 100～999	13	887 (98.6%)	187(23)=286(23)=385(23) =583(23)=682(23)=781(23) =880(23) =8813200023188	7
4桁 1,000～9,999	233	8767 (97.4%)	1297(21)=・・・・・・・ =8920(21) =881320023188	64
5桁 10,000～99,999	5,774	84,226 (93.6%)	10911(55)=11901(55) =20910(55)=21900(55) =4668731896654224866951378664　(28桁)	4
6桁 100,000～999,999	109,832	790,168 (87.8%)	150296(64)=・・・・・ =799790(64) =682049569465550121055564965940286　(33桁)	126
7桁 1,000,000～9,999,999	1,895,118	7,104,882 (78,9%)	9,008,299(96)=・・・・ 9,928,009(96)= 555458774083726674580862268085476627380477854555(48桁)	27

（注1）89, 98 は 24回のｽﾃｯﾌﾟで 8813200023188 に達する．そのとき、それらは 8813200023188に属するという．そしてこれを 89(24)=8813200023188 と書き表す．

（注2）7桁　1,000,000～9,999,999 の計算時間　343時間30分
　　使用言語　UBASIC Ver8.7E(UB32)
　　使用コンピュータ　　NEC PC9821Xa(Pentium90MHz,ﾕｰｻﾞﾒﾓﾘ 23,6MB)

数	対称数	計算回数	桁数
9008299	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9018199	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9028099	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9108289	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9118189	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9128089	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9208279	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9218179	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9228079	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9308269	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9318169	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9328069	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9408259	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9418159	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9428059	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9508249	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9518149	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9528049	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9608239	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9618139	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9628039	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9708229	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9718129	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9728029	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9808219	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9818119	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9828019	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9908209	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9918109	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48
9928009	555458774083726674580862268085476627380477854555	96	48