

## An approach to Marden's conjecture for finitely generated Kleinian groups

東工大理 大鹿健一 (Ken'ichi OHSHIKA)

Lie群  $PSL_2\mathbb{C}$  の離散部分群を Klein 群と称える。Klein 群論における最も重要な未解決問題は次に掲げる Ahlfors 予想である。

**予想 1** 任意の有限生成 Klein 群について、その極限集合  $C \cup \{\infty\}$  は  $C \cup \{\infty\}$  全体であるか、Lebesgue 測度 0 であるかの何れかであろう。

この予想は Lars Ahlfors が 30 年以上前に述べたものであるにも拘わらず、未だに解決されていない。容易な考察により、この予想は torsion-free な Klein 群のみについて考えれば十分であることがわかる。この場合、Ahlfors 予想は、次の Marden 予想を解くことに帰着されることが、Richard Canary によって、1993 年に証明された。

**予想 2**  $G$  を任意の torsion-free, 有限生成 Klein 群とすると、商多様体  $\mathbb{H}^3/G$  は almost compact であろう。

但しここで、開多様体が almost compact であるというのは、ある compact 多様体の、内部と同相であるとの謂である。

講演者はこの Marden 予想を肯定的に解決することを目指し研究を重ねてきたが、解決の戦略の枠組みとして、次のようなものを考えた。まず考えなければならぬのは、 $\mathbb{H}^3/G$  が compression body と同相な core を有する場合のみであることがわかる。この事実は商多様体  $\mathbb{H}^3/G$  の各 end が core の境界成分と 1:1 に対応しており、また、end の近傍の基本群は対応する境界成分が carry することより、characteristic compression body の理論を用いれば簡単にわかる。そこで  $\mathbb{H}^3/G$  を余次元 1 の部分多様体となっているような metric balls  $C_1 \subset C_2 \subset \dots$  の exhaustion として表す。一方、 $\mathbb{H}^3/G$  には disc-busting geodesic という、それと交わらずには  $G$  の自由積分解が行えないような閉測地線が存在することがわかる。特にそれを  $\mathbb{H}^3/G$  で null-homologous なものをとれる。このようなものを 1 つ固定し  $\gamma$  とする。さて  $\mathbb{H}^3/G$  が almost compact

でなくなり得るのは、無限の $i$ について、 $C_i$ の handles が  $C_{i+1}$ の中で、knot 或いは link している場合である。しかしながら、このような handle の中に  $\gamma$  が essential に含まれなければ、 $bfH^3/G$  はやはり almost compact になる。これは Canary の流儀で、branched cover の negatively curved metric を考えることにより解る。他方 knot した handle の中に、 $\gamma$  が含まれることは、geodesic knot の simplicity に反する。また、link した handles 中に  $\gamma$  が essential に含まれるという事態が無限の  $i$  について生じたとすると、極小曲面論 (所謂極小曲面の monotonicity) を使い矛盾が生じる。Knot, link 双方が絡み合う場合は、handle addition を用い、link の場合に帰着する。従って、 $H^3/G$  は almost compact でなくてはならないことがわかる。

以上が証明方針の大要であるが、細部の検討は未だ完遂されておらず、今後これを詰めていく所存である。