

3次元磁気対流の数値シミュレーション

広大理学部 河崎信示 (Shinji Kawasaki)

広大理学部 草野完也 (Kanya Kusano)

I. はじめに

磁気対流は、磁化されたプラズマの熱対流現象であり、速度場と磁場との相互作用を持つ複雑な非線形現象である。太陽対流層は自然界におけるその顕著な例であり、太陽対流層には、ダイナモ機構により生成、維持された強い磁場が存在すると考えられている。それ故、その対流運動は磁場の影響を受けて変化すると同時に、磁場構造も対流の影響を受けて複雑な振舞いをする。実際、磁気対流に関するこれまでの研究の多くは太陽対流層に着眼して行われてきた。

太陽対流層を扱ったシミュレーションには、大きく二通りの立場がある。その一つは対流層全体を回転球殻として扱うもので、対流と自転の効果との結びつきを考慮して、ダイナモ機構などをグローバルに理解しようとするものである。しかしながら最新の計算機能力をもってしても、十分な空間分解能を維持して完全球殻のダイナミクスを解くことは出来ない。近年の大規模シミュレーションでは微分回転を持つ大規模な対流構造が数値的に再現されているが、観測結果とは未だ幾分の隔たりがある。¹ それ故、完全球殻モデルは黒点形成など比較的局所的な現象を問題とする場合には有利なモデルではない。もう一方の立場はこうしたローカルな現象に注目し、理想化されたモデルを用いて磁気対流の性質を細かく調査しようとするものである。特にこれまで、上下に温度差を持つ矩形領域に外部から領域に垂直、あるいは水平方向の磁場を加えたシステムにおける2次元計算が数多く行われており、中性流体にはない解の分岐を持つことが報告されてきた。例えば、Boussinesq流体を用いた研究では、磁気対流の特徴として次のようなことがわかっている。(1) 対流が磁場を渦から掃き出し、渦の外に磁束管を形成する。(2) 磁場は対流を抑える働きがあり、磁場がある程度強くなると、その張力によって対流の向きを反転させるような振動解が現れる。(3) さらに磁場が強くなると、対流は全く起こらなくなる。² また、近年は、太陽対流層の密度差を考慮した、圧縮性流体における研究がなされてきており、Boussinesq

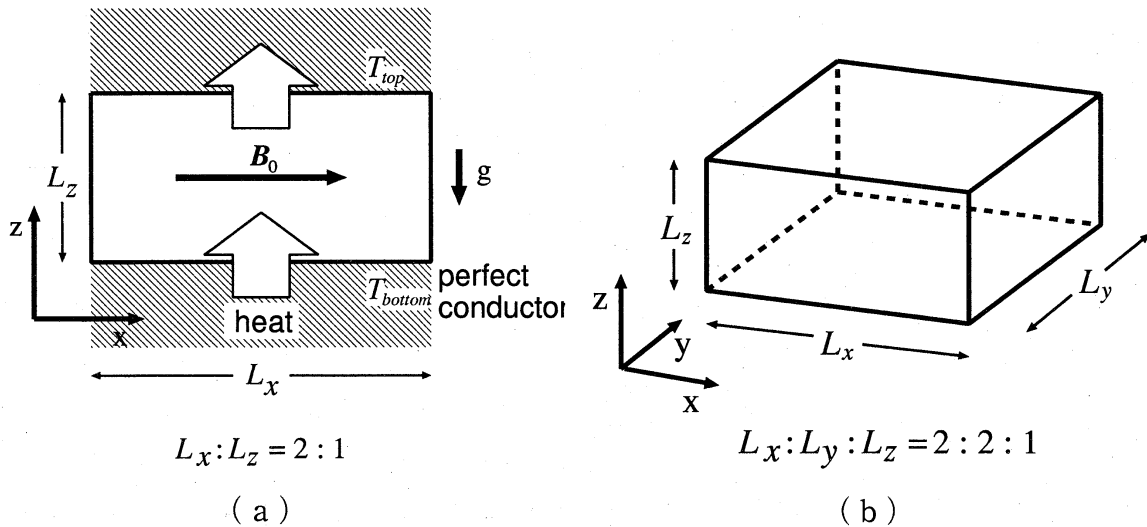


図 1: (a) 2次元、(b) 3次元のシミュレーションモデル

流体に見られる現象に加えて、渦が上下に非対称性を持つことや、³ 進行波解が現れたりすることがわかってきた。^{4,5} 更に最近は、ダイナモ機構に主眼が置かれた3次元計算が行われ始めているが、⁶ 3次元磁気対流の基本的性質についてはまだ十分に調べられていない。

II. モデル

本研究では、領域に水平な方向に磁場を課した場合について2次元及び3次元のMHDシミュレーションを行い、両者を比較することにより、3次元効果の重要性を指摘しようと試みた。用いたシミュレーションモデルを図1に示す。2次元計算については、 y 方向(紙面に垂直方向)に対称性を保ち、領域の上下に温度差を持つ矩形領域を用いた。この領域には、 $-z$ 方向に一樣な重力加速度 g が存在すると共に、初期に水平一樣な磁場 \mathbf{B}_0 が課せられているものとした(図1 a)。上部及び底部境界は完全導体壁条件を満たし、そこで流体は通り抜けることができないものとし、またそこでの温度は一定であるとした。側面境界には周期境界条件を用いた。3次元計算は、 y 方向の依存性を含める以外2次元と同じ状況で計算を行った。 y 方向にも周期条件を付加し、その周期長を L_y とする(図1 b)。基礎方程式は以下に様に運動方程式、磁場の誘導方程式、連続の式、エネルギー方程式からなり、流体の圧縮性は近似なしに含めるものとした。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p - \nabla \cdot \vec{\Pi} + \rho \mathbf{g},$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}), \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\nabla \cdot (p \mathbf{v} - \kappa \nabla T) - (\gamma - 1)(p \nabla \cdot \mathbf{v} + \vec{\Pi} : \nabla \mathbf{v} - \eta \mathbf{J}^2),\end{aligned}$$

$$\text{ここで、 } \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B},$$

$$\vec{\Pi} = \mu \left[\frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \vec{\mathbf{I}} - \nabla \mathbf{v} - {}^t(\nabla \mathbf{v}) \right].$$

数値解法は、空間微分については2次精度の中心差分を用い、時間積分については4次のRunge-Kutta-Gill法を用いた。空間分解能は2次元で($N_x \times N_z =$) 59×30 、3次元で($N_x \times N_y \times N_z =$) $59 \times 59 \times 30$ である。尚、初期条件は静水圧平衡であるとし、

$$T(z) = T_0 - \beta z,$$

$$\rho = (T_0 - \beta z)^{g/\beta - 1} = T^m,$$

$$p = T^{m+1},$$

$$m = g/\beta - 1 : \text{polytropic index}$$

によって与えられた。

このような領域において密度に単一のフーリエモードを持つ摂動と一様乱数によって与えられる摂動を与えたときの系の時間発展をそれぞれ調べた。

III. 2次元計算

今回の計算では、方程式中の粘性係数 μ 、熱拡散係数 κ 、及び抵抗率 η は領域内で一定であるとし、磁場の強さ B_0 を変化させた時の系の振舞いを比較した。ただし、領域に課す初期磁場の磁気圧はプラズマ圧の $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 程度で、熱的エネルギーが支配的な系であると言える。まず、 $B_0 = 0.01$ の場合に単一モードの摂動を与えた時の速度場と磁力線の様子を図2に示す。この図から、渦の中心が $z = L_z/2$ よりもやや下に位置しており、圧縮性流体において典型的な上下の非対称性が見られること、また対流が発達するにつれて磁力線の巻き込みが生じ、渦の外に磁力線が掃き出されている様子がわかる。更に、こ

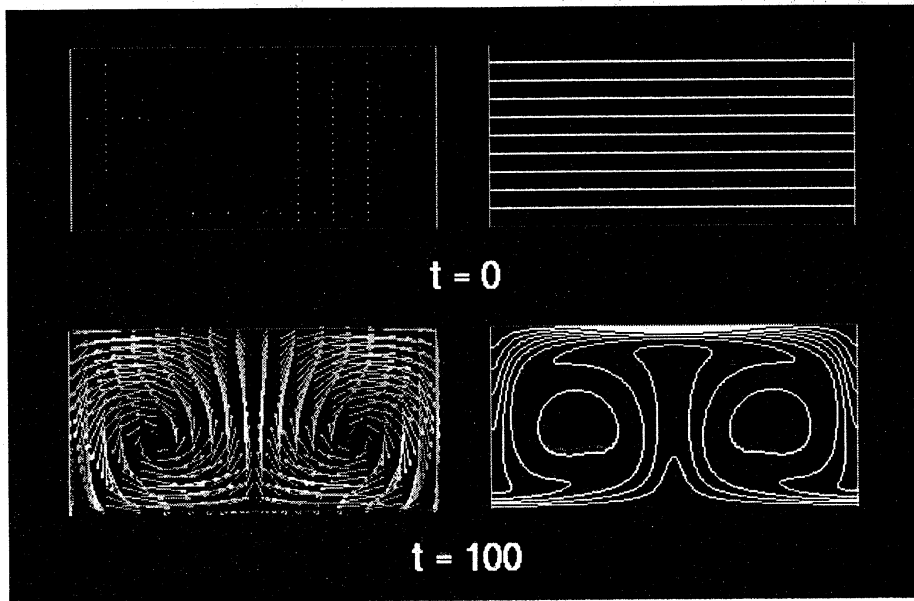


図 2: $B_0 = 0.01$ 、単一モードの摂動を与えた時の磁気対流。左側が速度場、右側が磁力線を表す。

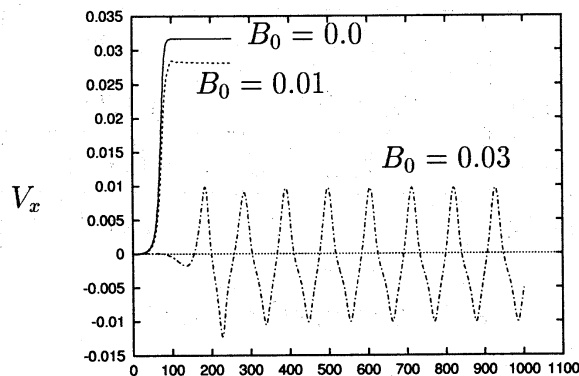


図 3: 領域内の固定点 $(0.1, 0.2)$ における速度の x 成分の時間成長。 $B_0 = 0.0$ (実線)、 $B_0 = 0.01$ (破線) 及び $B_0 = 0.03$ (一点鎖線)。

の時の固定点 $(x, z) = (0.1, 0.2)$ における速度の x 成分の時間成長を図 3 に示す。この図には、中性流体 ($B_0 = 0.0$) におけるものも同時に書かれている。 $B_0 = 0.0$ 及び $B_0 = 0.01$ の結果を比較すると、その振舞いは類似しているが、振幅の違いから磁場が対流を抑える働きがあることが推察できる。更に、磁場を $B_0 = 0.03$ まで強くすると、ある程度磁力線の巻き込みが進むと磁場の張力が強くなり、対流の向きが反転する現象を繰り返す振動解が見られた (図 3)。

次に乱数による複雑な摂動を与えると、 $B_0 = 0.01$ の時は単一モード摂動の結果と変わらない結果が得られたが、 $B_0 = 0.03$ の時には、振動解から進行波解に遷移する現象が見

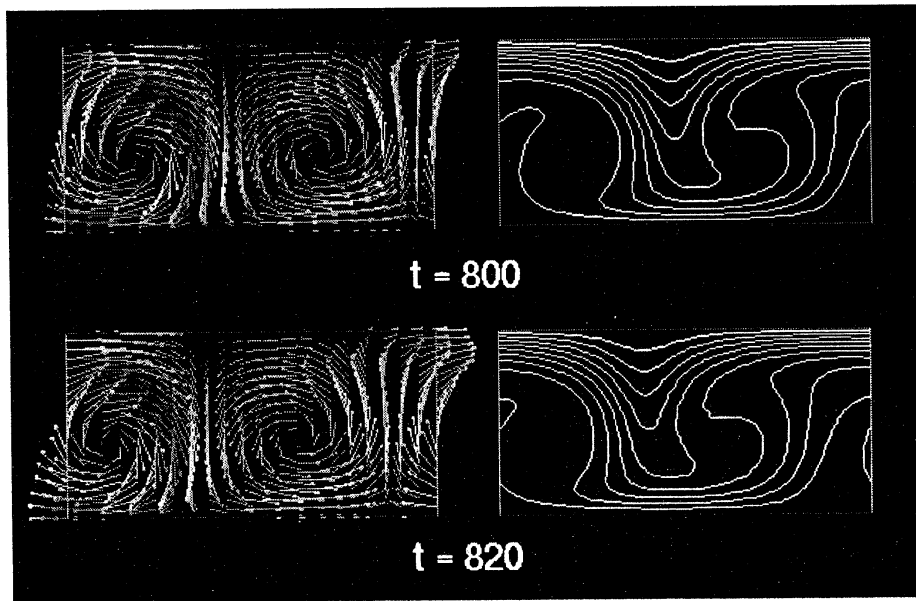


図 4: $B_0 = 0.03$ 、乱数による摂動を与えた時の磁気対流。図 2 と同様。

	単一モード摂動	乱数による摂動
$B_0 = 0.0$	定常解	定常解
$B_0 = 0.01$	定常解	定常解
$B_0 = 0.03$	振動解	進行波解
$B_0 = 0.04$		変調解

表 1: 2次元計算のまとめ

られた (図 4)。この時、渦は上下だけでなく、左右にも非対称性を持っていることは注目すべき点である。このことは、左右の非対称性の生成が進行波への遷移に何らかの影響を与えていることを示唆している。このことについての詳しい調査はまだ行っていないが、空間構造を見る限り、左右対称な振動解 \rightarrow 左右非対称な振動解 \rightarrow 進行波解へと状態を変化させていく様子が観測されている。また、 $B_0 = 0.04$ の時、振動しながらドリフトする変調解も観測された。以上、2次元計算の結果を簡単にまとめると表 1 の様になる。

IV. 3次元計算

3次元計算は、中性流体 ($B_0 = 0.0$) に乱数による摂動を与えた場合と、 $B_0 = 0.03$ で単一モード摂動を与えた場合の 2 通りについて行った。計算は最初 2次元で対流を十分成長させた後、3次元的な摂動を加えて時間成長を観測した。与えた 3次元摂動は以下の様

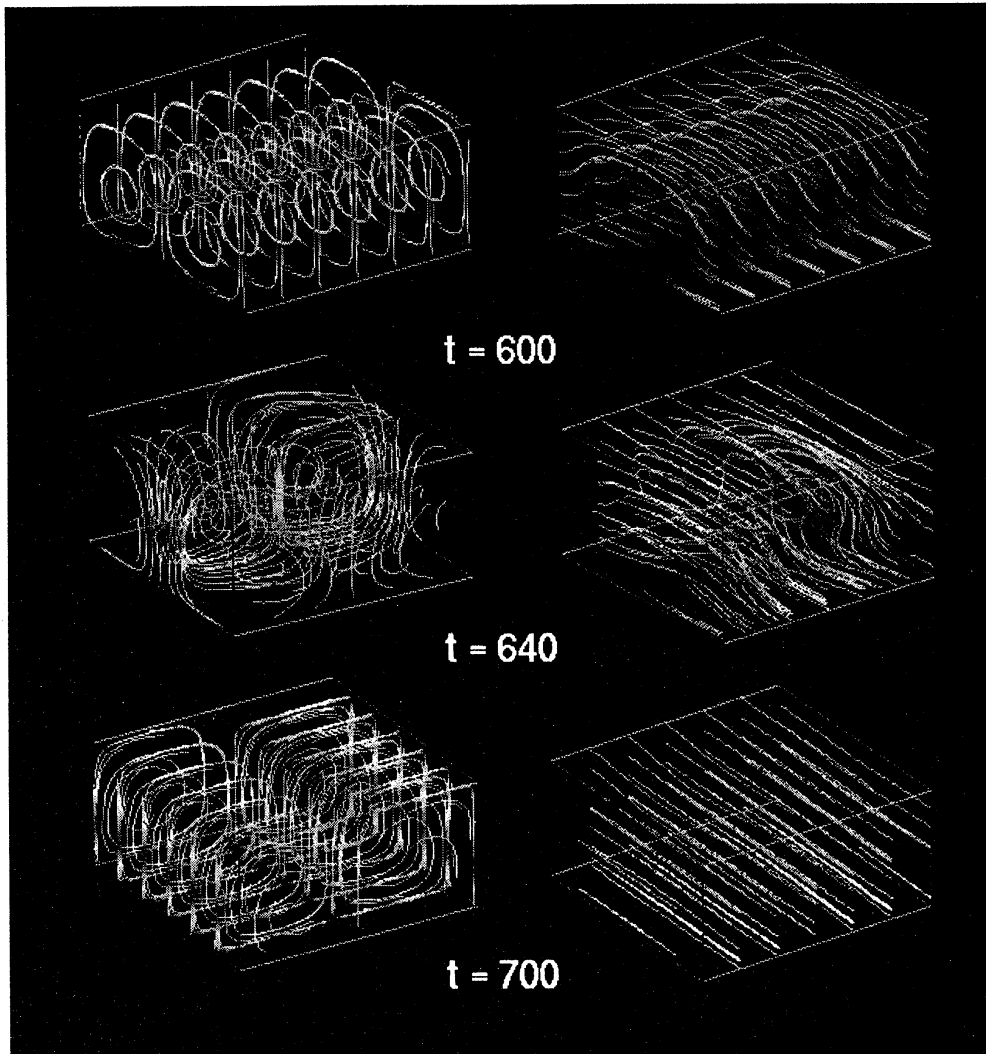


図 5: 2次元ロールに3次的摂動を与えた後の3次的構造変化。左側は流線、右側は磁力線を表わす。 $B_0 = 0.03$ 。

なものである。

$$\tilde{\rho} = \sum_{n=1}^5 \tilde{\rho}_n \sin(k_n y + \varphi_n) \quad k_n = \frac{2\pi n}{L_y}$$

ここで φ_n はランダムな実数 ($0 < \varphi_n < 2\pi$) で、 $\tilde{\rho}_n = 1.0 \times 10^{-4}$ とした。

まず、中性流体の時には、3次元摂動によって加えられた流れが減衰していく様子が観測された。これにより2次元ロールがこのパラメータ領域において安定であることがわかった。次に $B_0 = 0.03$ の時には、3次元摂動の付加の結果、図5 (左側) のように対流ロールの向きが変化する現象が見られた。この時の磁力線を見ると (図5の右側)、対流によって曲げられていた構造が、初期磁場と同じ水平方向な構造に変化したことがわかる。更に対流ロールの構造変化と磁力線の変化を比べてみると、ロールは磁力線に垂直方向にその軸

を持つものから磁力線方向に軸を持つものに、3次元的な構造変化を経て変化していったことがわかる。すなわち、対流構造が磁気エネルギーの低い方向に向かって変化するという結果が得られた。また、この時の速度の振幅を比較すると、磁力線方向に軸を持つロールの方が大きく、中性流体の対流とほとんど変わらない、強い流れであることがわかった。

ただし、さらに計算を続けると、この状態で安定な定常解を実現するのではなく、再び解の遷移を生じる事が観測された。そのメカニズムは現在調査中であり、近い将来詳しい報告がされる予定である。

参考文献

- [1] N. Brummell, F. Cattaneo, and J. Toomre, *Science*, **269**, 1370 (1995)
- [2] M.R.E. Proctor, and N.O. Weiss, *Rep. Prog. Phys.*, **45**, 1317 (1982)
- [3] N.E. Hurlburt, and J. Toomre, *Astrophys. J.*, **327**, 920 (1988)
- [4] N.E. Hurlburt, *et al.*, *J. Fluid Mech.* **207**, 587 (1989)
- [5] M.R.E. Proctor, *et al.*, *J. Fluid Mech.* **280**, 227 (1994)
- [6] A. Brandenburg, *et al.*, *J. Fluid Mech.* **306**, 325 (1996)