数理解析研究所講究録
974巻 1996年 184-195

熱対流の非定常数値計算

計算流体研 土屋 敏明 (Toshiaki Tsuchiya)

宇宙研 桑原 邦郎 (Kunio Kuwahara)

1. はじめに

熱対流現象の基本的なメカニズムを探るため、密閉容器内の自然対流に注目した。自然対流においては、① Rayleigh 数、② Prandtl 数、③空間の縦横比が支配的なパラメータであり、流れ場が特徴づけられる。自然対流では、温度場の形成と速度場の形成に密接な相互作用があり、重力の方向にも大きく影響を受ける。重力の働く方向によって大別すると、一つは水平面加熱壁を持つ場合であり、もう一方は鉛直面加熱壁を持つ場合の2種類に分けられる。水平面加熱の場合、加熱面から発生する流れやそれに伴う温度場の構造を予測することは困難である。この場合、臨界Rayleigh数を超えると、容器内には静止した状態からロール状のRayleigh-Bénard対流が形成される。さらにRayleigh数が増加すると加熱面から局所的に上昇流（サーマルプリューム）が発生し、その結果、

容器内の対流運動は不規則で乱れた状態となる[1]。ヘリウムガス容器内の自然対流の実験では、Rayleigh 数の増加とともに Rayleigh-Bénard 対流→振動→カオス→Soft turbulence →Hard turbulence と対流モードが特徴付けられるとの報告もある[2]。左右の壁に温度差のある密閉容器内の自然対流では、鉛直加熱壁に沿って流れが形成されることは考えやすい。工学的には熱伝達率の改善、物理的には、容器内の中心部分の循環流や加熱面や冷却面に生じる境界層の問題や両者の相互作用についての議論や報告例は多数ある[3]。

しかしながら、どちらの場合も容器内における対流形成の非定常過程については十分な議論がされていない。本研究の目的は、対流の形成過程にスポットを当てて加熱面から何が起き、どのような過程を経て容器内に流動を引き起こして行くかを明らかにすることである。ここで、現象解明の手段としては、実験に比べて境界条件の理想化やパラメータスタディの容易な CFD が有効である。流れ場が不安定で非定常な状態となる領域においても、CFD はより詳細なデータをサンプリングできるため強力なツールとなる。そこで、本報告は、直接差分法によって突然加熱される密閉容器内の自然対流の非定常数値計算を行い、始めに 2 次元計算における水平面加熱の場合と鉛直面加熱の場合の比較、次に水平面加熱の場合

の3次元密閉容器内の温度場の形成過程のRayleigh数による差異ついて議論するものである。

2. 数値解法

2.1 二次元計算

基礎方程式は、質量保存則を表す連続の式、運動量保存則を表すNavier-Stokes方程式、エネルギー保存則を表すエネルギー式である。温度差の取り扱いについては、桑原の方法[4]を適用した。離散化については、空間微分の非線形項以外に2次精度中心差分、非線形項には風上三次精度差分法[5]を用いている。時間発展には2次精度のクランク－ニコルソン法を用いている。また、空間については、多方向差分法を用いる[6]。乱流モデルは使用していない。計算格子は、直交等間隔格子を使用した。

2.2 三次元計算

基礎方程式は、(1)連続の式、(2)非圧縮性Navier-Stokes方程式、(3)エネルギーの式である。浮力の効果については、Boussinesq近似を用いた。その他は2次元計算と同様の方法を用いた。

3. 計算条件と境界条件

2.1 計算領域と境界条件(2 次元計算)

Fig.1 のような2次元密閉容器を設定する。ケース(1)とケース(2)の2種類の条件で計算を行った。Table.1 に両者の比較を示す。温度の境界条件は、加熱面(373K)と冷却面(273K)は等温壁、それ以外の壁は断熱壁とした。無次元時間 time=0.0 での容器内の初期温度は273K とした。速度の境界条件は全ての壁でノンスリップ、圧力の境界条件はノイマン条件とした。動粘性率を 1×10^{-4} m^2/sec、プラントル数を1.0と想定した。Rayleigh 数は、7.8×10^7となった。これらの条件で、t=0 から突然加熱が始まる後の非定常計算を time=20 まで行い、流れ場の可視化を行った。

	Case (1)	Case (2)
容器の縦横比	0.25	4
温度差の方向	鉛直方向	水平方向
メッシュサイズ	256×64	64×256

Table 1. Computational conditions of Case (1) and Case (2)

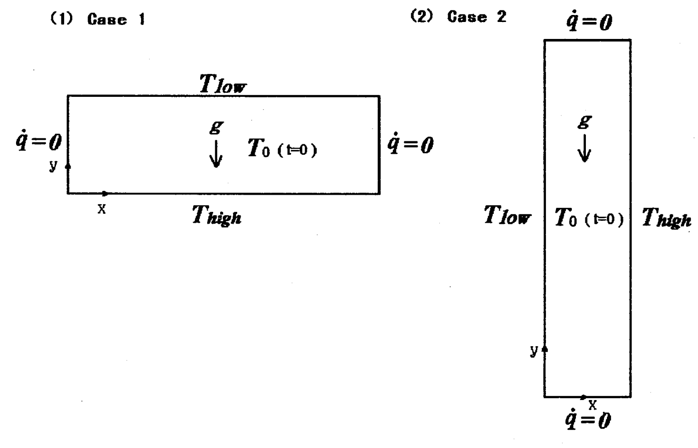

Fig.1 Computational region and boundary conditions

2.2 計算領域と境界条件(3次元計算)

Fig. 2のように、容器は辺長比4:4:1の偏平な直方体とし、プラントル数は1.0、レイリー数は(a) 1.7×10^5、(b) 1.7×10^6、(c) 1.7×10^7 のオーダーの異なる3ケースについて計算を行った。温度の境界条件としては、底面は293Kの等温加熱壁、天井面は273Kの等温冷却壁 、側壁は断熱壁、容器内初期温度は273Kとした。速度の境界条件は滑りなし、圧力の境界条件はノイマン条件とした。t=0 から突然加熱が始まる後の非定常計算をtime=35まで行い、流れ場の可視化を行った。計算格子は、直交等間隔格子であり、128×128×32で合計52万点程度を使用した。

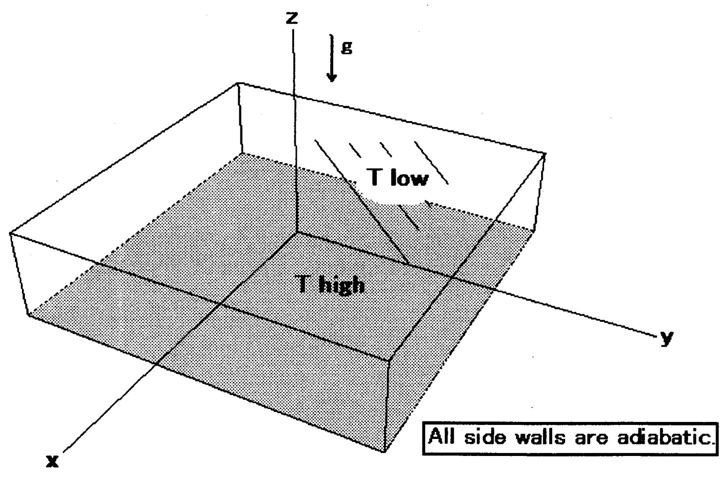

Fig. 2 Computational region and boundary conditions

4. 結果

4.1 ケース(1)：水平面加熱の場合（2次元計算）

Fig. 3に温度分布の時間発展を示す。まず、無次元時間t=2.1で、底面の等温加熱面で温度境界層が発達する(図中の英文字 a.)。無次元時間t=2.6で、温度境界層の表面が波打ったように変化する(b.)。そして、その直後に温度境界層から一斉にサーマルプリュームが発生する(c.)。これらは、互いに融合と発達を繰り返しながら、セル状対流に移行していくことになる。このケース(1)では、t=19.6 で、最終的に4つの対流セルが形成される(d1,d2,d3,d4.)。セル同士の境界は、上昇もしくは下降するプリュームとなっている(e1,e2,e3.)。

4.2 ケース(2)：鉛直面加熱の場合（2次元計算）

Fig.4 に対流の発達過程を温度分布で示す。まず、鉛直加熱面で熱せられた流体は境界層を形成し(f.)、流れは浮力によって加熱面に沿って上昇する(g.)。この加熱面に沿って上昇する流れは、左側の等温低温壁に接近し、浮力に逆らって吹き下ろすことになる(h.)。これと同時に、t=3.1 では、加熱面の境界層の下方から一連のサーマルプリュームが発生し(i.)、境界層に沿って上昇する。それらは容器上部の渦動に吸収されるが、その後も間欠的に発生する。容器天井部分では、加熱面に沿った上昇流の作用で複雑に渦が形成される(j.)。しかし、加熱面の温度境界層からサーマルプリュームが間欠的に発生するため(k.)、この渦は安定せず様々な流動パターンに変動することになる。

そのため、容器上半分で激しく温度の混合が行われている(t=5.1)。

このように、ケース(1)と異なり、重力に対して同方向に加熱面がある場合には、加熱面に沿って発生する上昇流が対流形成の大きなきっかけとなる。そして、底面加熱の場合と同様に初期段階においてサーマルプリュームの発生する(i.)。しかし、その後も間欠的に発生するサーマルプリュームやジェット(l.)により、規則正しいロール状対流セルは形成できず、様々なスケールの熱対流運動が発生していることがわかる。

4.3 水平面加熱（3次元計算）

Fig.5(a)(b)(c)に対流が始まる瞬間と対流の形成過程について温度場の3次元構造を温度の等値面を示す。3ケース共に等値面の温度は280Kとし、Rayleigh数による温度場の時間発展の比較を行った。(a)では、温度場は加熱面中央で徐々に盛り上がりながら（time=10）、空間的に軸対称の形状となって同心円状のセル構造が形成され、定常状態に近づいている（time=35）。(b)では、(a)に比べ比較的複雑な形状が発生し（time=10）、(a)と同様のマッシュルーム状の温度場を形成しようとするが、その対称性が崩れつつあることがわかる（time=25）。アニメーションで見ると、中央部のマッシュルーム状の形態が微妙な振動をしているのが観察される。その

後、この振動状態から徐々に対称性が損なわれていくことになる。(c)では、time=10で突然、加熱面中央部から一斉にマッシュルーム状のサーマルプリュームが発生し、(a)や(b)の形成パターンとは明らかに異なる温度場形成過程を持つことがわかった。その後、時間的空間的な変動を繰り返しながらより大きな温度場構造が形成されていく。

5. まとめ

高 Rayleigh 数における密閉容器内の自然対流の非定常数値計算を行い、底面加熱と側壁加熱場合の比較、三次元密閉容器内での自然対流の形成パターンの Rayleigh 数依存性を温度場の時間発展の可視化により議論した。今後、本手法により様々な現象が捉えられて行くことが期待される。

参考文献

[1] E.M.Sparrow,R.B.Husar and R.J.Goldstein, "Observations and other characteristics of thermals", J.Fluid Mech.41, p793-800, (1970)

[2] "Rayleig-Bénard experiment probes transition from chaos to turbulence", Physics today June, p17-21, (1988)

[3] J.M.Hyun, "Unsteady buoyant convection in an enclosure", Advances in heat transfer vol.24, p277-320, (1994)

[4] Kuwahara, K., "Computation of thermal convection with large temperature difference", Proc. of 4th International Conf. on Applied Numerical Modeling, (1984).

[5] Kawamura,K.and Kuwahara,K.,AIAA paper 840340,1984

[6] 橋口,桑原, "多方向風上差分法による高レイノルズ数流れの数値計算"、第6回数値流体シンポ論文集, pp.567, (1992).

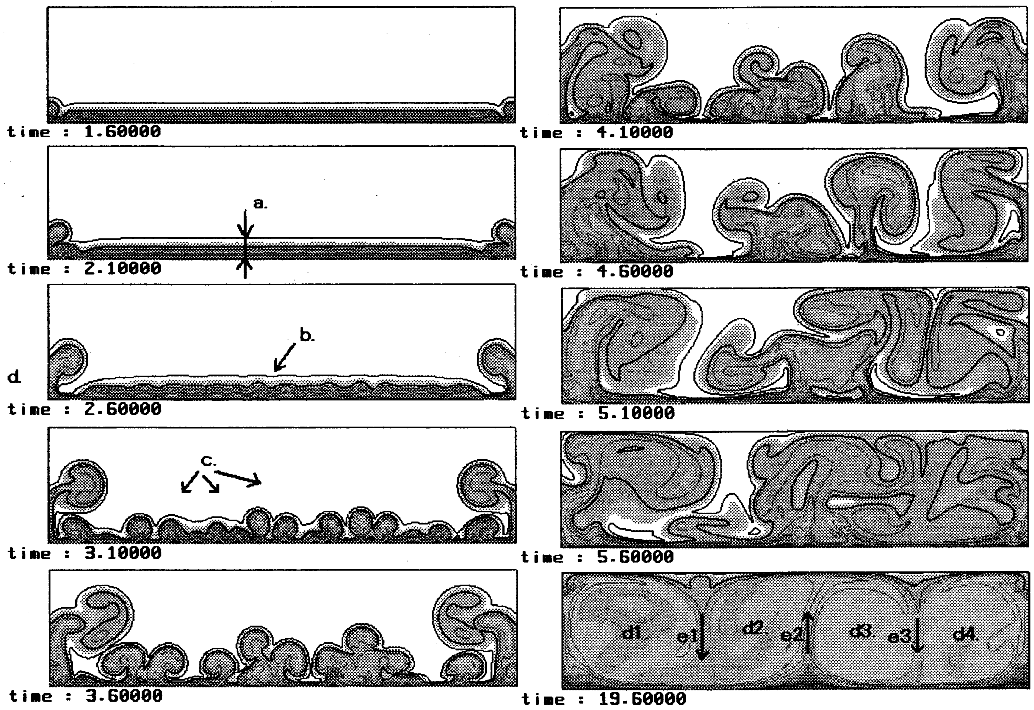

Fig.3 Time evolution of temperature distribution(Case(1))

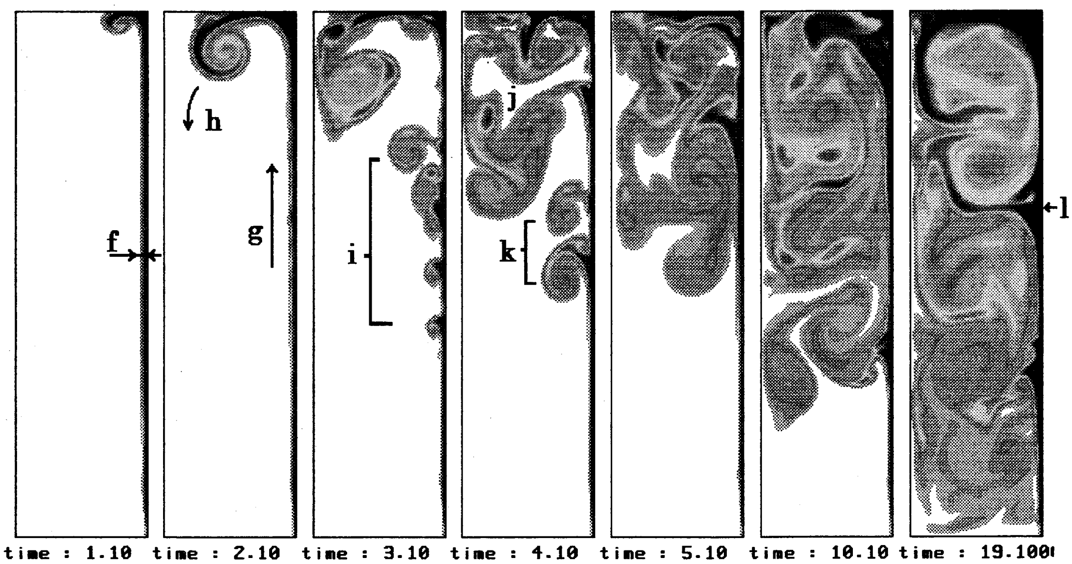

Fig.4 Time evolution of temperature distribution(Case(2))

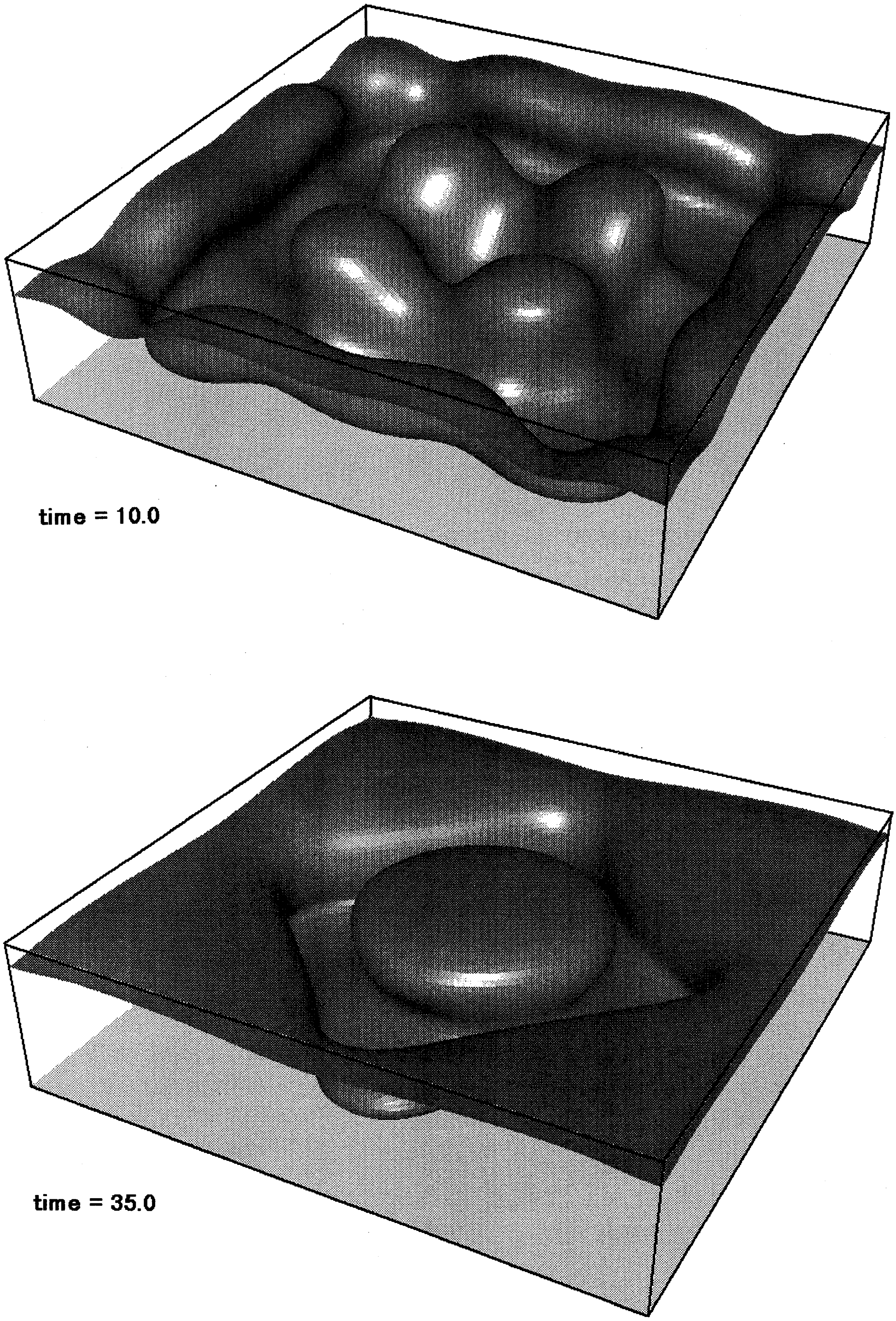

Fig.5 (a) Time evolution of temperature contour surface
(Ra=1.7×10^5, time=10, 35)

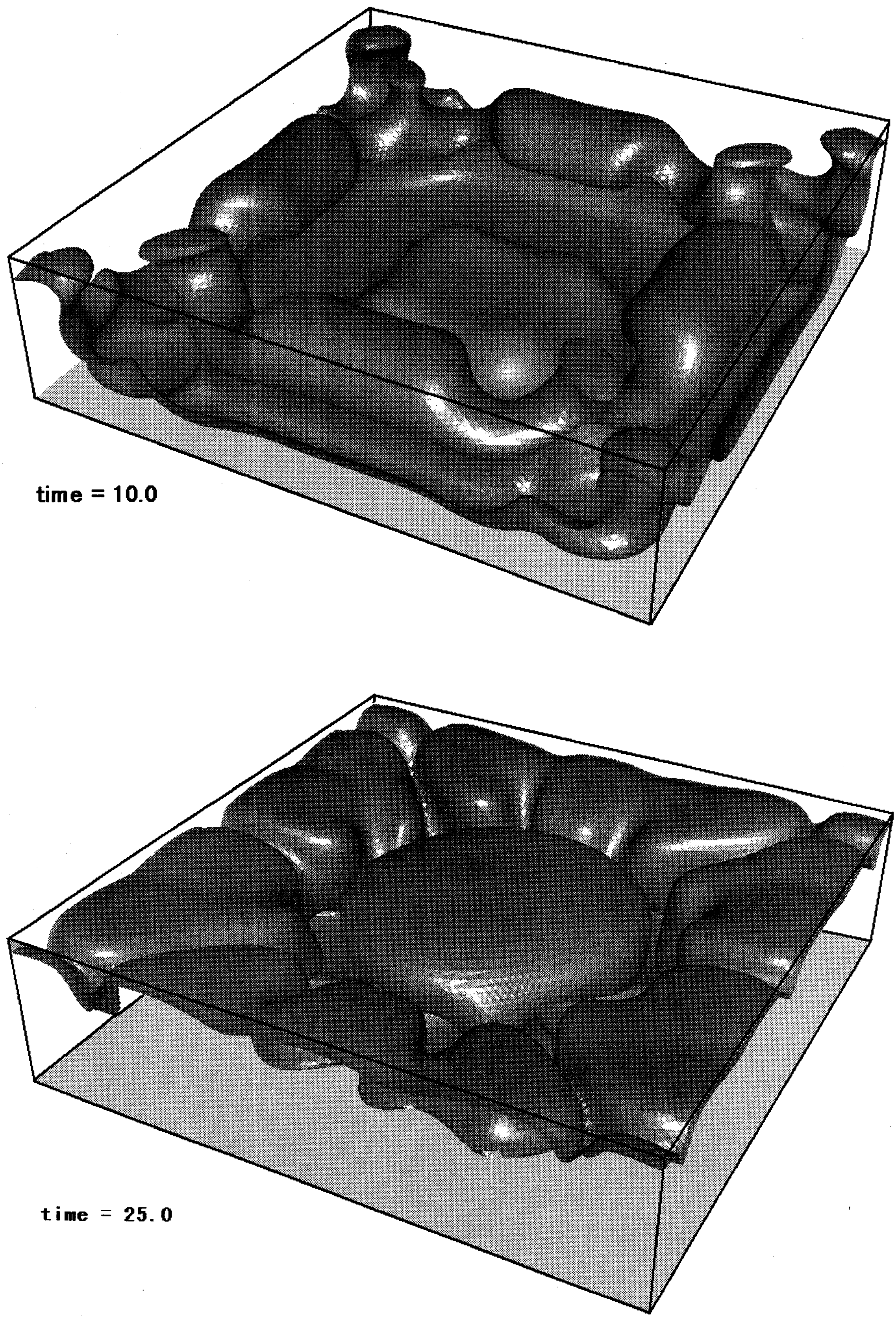

Fig.5(b) Time evolution of temperature contour surface
(Ra=1.7×10^6, time=10, 25)

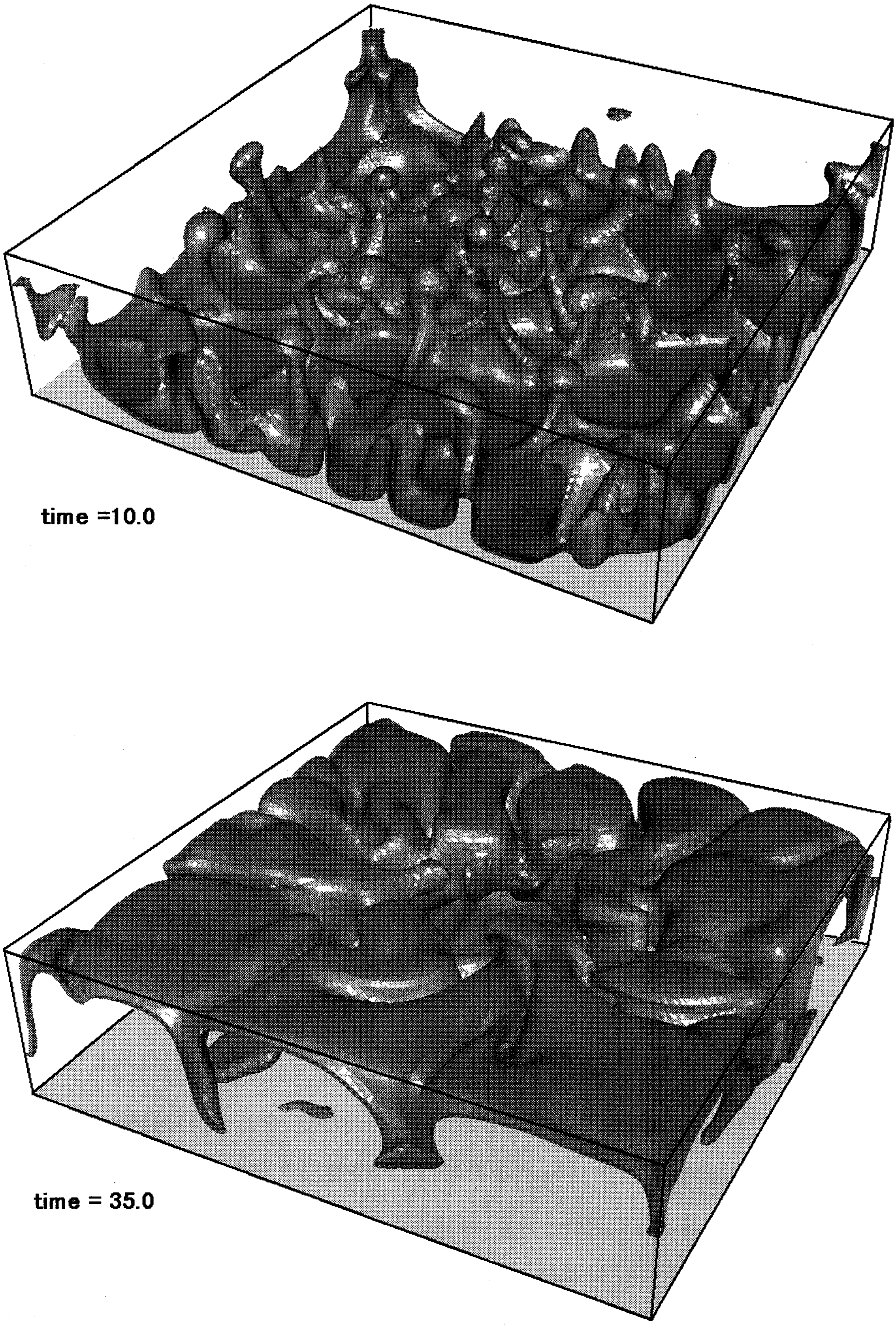

Fig.5(c) Time evolution of temperature contour surface
($Ra=1.7x10^7$, time=10, 35)